

251.7

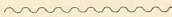
Library of the Museum

OF

COMPARATIVE ZOOLOGY,

AT HARVARD COLLEGE, CAMBRIDGE, MASS.

Founded by private subscription, in 1861.



No. 7026

May 28 - Oct. 14, 1884

Archiv

for

Mathematik og Naturvidenskab

Udgivet

af

Sophus Lie, Worm Müller og G. O. Sars.

Niende Bind.



Kristiania.

Forlagt af Alb. Cammermeyer.

August 1884.

Archiv

for

Mathematik og Naturvidenskab

liberal

at

for den Videnskabs-Academi i København

Kjøbenhavn



Det Mallingske bogtrykkeri.

Printet af A. P. G. G. G.

August 1884

Indhold.

	Side
<i>Amund Helland.</i> Jordskjælvene paa Ischia	1—22
<i>A. Blytt.</i> Om den sandsynlige årsag til den periodiske ændring af havstrømmenes styrke	23—39
<i>Sophus Lie.</i> Bestimmung des Bogenelements aller Flächen, deren geodätische Kreise eine infinitesimale Berührungstransformation gestatten	40—61
<i>Sophus Lie.</i> Ueber die allgemeinste geodätische Abbildung der geodätische Kreise einer Fläche	62—68
<i>Amund Helland.</i> Studier over Islands petrografi og geologi	69—154
<i>G. O. Sars.</i> Bidrag til Kundskaben om Decapodernes Forvandlinger	155—204
<i>S. A. Sexe.</i> Læren om de imaginære Størrelser betragtet fra et elementært Standpunkt, samt om hvorledes man undgaar disse Størrelser	205—230
<i>I. H. L. Vogt.</i> Norske ertsforekomster:	
I. Jernertser m. m. ved yngre granit og syenit	231—280
II. Ertsforekomster ved grønstengange	281—300
<i>J. O. Hennum.</i> Til belysning af cellernes former	301—404
<i>J. Belsheim.</i> 7 Breve fra Præsiden Hans Strøm til Biskop Gunnerus	405—477
<i>J. Belsheim.</i> Udkast til en Autobiografi af Justitsraad Kristopher Hammer	428—430
<i>Sophus Lie.</i> Classification und Integration von gewöhnlichen Differentialgleichungen zwischen x y , die Gruppe von Transformationen gestatten. IV	431—448
<i>Sophus Lie.</i> Zur Theorie der Transformationsgruppen	449—451

Rettelser.

Pag. 211 Linie 6 fra oven staar: et, læs: A .

- » 215 » 16 — — de $(\sqrt[n]{+A})^n$, læs: de under $(\sqrt[n]{+A})^n$.
- » 218 » 12 — — $(\sqrt[2]{a^2})^m$, læs: $\sqrt[2]{a^2}$.
- » 220 » 14 — — $(\sqrt[2]{-2})^2$, — $\sqrt[2]{-1})^2$.
- » 226 » 7 — — $e^{\sqrt{-1}}$, — $e^{-\sqrt{-1}}$.
- » 227 » 1 fra neden staar: Cauchy's, 1^{re}.

Jordskjælvene paa Ischia

af

AMUND HELLAND.

Øen Ischia og især den nordlige Del af samme har ofte og allerede i Oldtiden været hjemsøgt af heftige Jordskjælv; i dette Aarhundrede i 1828, 1881 og 1883; af disse Jordskjælv var det sidste, som indtraf den 28de Juli 1883 det voldsomste. To Maaneder efter Jordskjælvet, i September 1883, havde jeg Anledning til at bereise den Del af Ischia, som Jordskjælvet havde herjet; der var endnu ikke truffet nogen Bestemmelse om, hvorvidt den haardt medtagne eller rettere helt ødelagte By Casamicciola skulde bygges op igjen eller ikke, og Byen laa derfor endnu i Ruiner som efter Jordskjælvet; kun var en hel Del vaklende Husvægge revne ned, og Gravninger var foretagne for at søge efter de ulykkelige, som laa under Ruinerne. Efter hvad Beboerne har fortalt, efter egne Iagttagelser og efter Beskrivelser meddeles her en Beretning om Ischia og om Jordskjælvet.

Ischia ligger paa den nordvestlige Side af Golfen ved Neapel, i en Afstand af noget over 30 Kilometer fra Byen. Øen er høi, i Regelen med temmelig steile og mange Forbjerge; den er den største, smukkeste og frugtbareste af alle Øerne ved Italiens Sydkyst, og store Strækninger af samme bestaar af pragtfulde Vinhaver. Dens Klima, dens herlige

Natur og dens varme Kilder har gjort den til et yndet Opholdssted for fremmede. Fladeindholdet udgjør omtrent 45 Kvadratkilometer, og Indbyggernes Antal er 25000.

Øen har en nogenlunde rektangulær Form og stiger som en Pyramide op af Havet. Dens højeste Top er Epomeo eller, som Fjeldet nu kaldes, S. Nicola, og det naar op til 792 Meter o. H. Dette Fjeld har Kraterform og er mægtigt dominerende, saa at det i Afstand ser ud, som om Øen kun bestod af dette Fjeld og dets Skraaninger. Paa Nordsiden af Epomeo ligger Casamicciola, der før Jordskjælvet angaves at have 4200 Indbyggere, men som nu er helt ødelagt; nordvestligt nær Havet ligger Lacco med 1800 Indbyggere, ligeledes ødelagt ved Jordskjælvet, og endelig ligger paa Vestsiden Forio med 6800 Indbyggere; denne sidste er haardt medtaget ved Jordskjælvet. Selve Byen Ischia, paa Østsiden af Øen med 6600 Indb. har intet lidt ved Jordskjælvet.

De ældre Skribenter, der omtaler Ischia, giver den forskellige Navne, Grækerne kalder den Pitecusa, Homer og Pindar Arime, Virgil Inarime, men lang Tid kaldtes Øen Enaria. Senere har den faaet Navnet Ischia efter det græske Ord *ἰσχύς* Kraft eller Styrke efter det stærke Citadel, som blev bygget nær den nuværende By Ischia.

Øens Bygning er i det hele vulkansk, og den synes at skyldes en lang Række af Eruptioner, ledsaget af Hævninger, sin Tilværelse. Bergarterne er Tuf, Pimpsten, Slakker, Trachyt, trachytisk Lava samt Dekompositionsprodukter af Tuf, og i Tuffen findes marine Forsteninger, der tyder paa en Hævning af Øen. Over Øens Geologi gives der to nyere Monogramer, nemlig Fonsecas *Geologia della Isola d'Ischia* og Fuchs's *Isola d'Ischia* (den sidste i *Memorie del Comitato Geologico* Vol. II. 1873).

Den ældste Dannelse paa Øen synes at være den Tuf, som danner Epomeo eller S. Nicola. Dette Fjeld overgaar i Høide alle andre Fjelde paa de flegræiske Marker og de om-

liggende Øer. Selve Epomeo har saavidt vides ingen Eruptioner havt i historisk Tid; det skulde da være i Oldtiden; dets Kraterform er ingenlunde regelmæssig, idet dets høieste Ryg danner en Halvcirkel, der er aaben mod Syd. Denne nordlige Del af Fjeldet er imidlertid høist sandsynlig Levninger af et stort Krater, og ei alene Formen, men hele Øens geologiske Bygning tyder paa en Række Eruptioner fra dette Fjeld i forhistorisk Tid. Over Epomeos Tuf ligger paa mange Steder Lag af Pimpsten og trachytisk Tuf. Fremdeles optræder Trachyt, og denne synes oprindeligt paa mange Steder at have flydt i Strømme og tildels at have havt sine Eruptionssteder i Epomeo. Trachyten ledsages paa sine Steder af Obsidian. Hyppig forekommer paa Ischia en Bergart, der gaar under Navn af Mergel, Marna, men som i Virkeligheden er et Dekompositionsprodukt af Tuffen. Denne dekomponerede Tuf indeholder marine Forsteninger, hvorved den viser sig at henhøre til den subapennine Formation, altsaa er den af pliocæn Alder. Da disse Forsteninger findes helt op til en Høide af 500 Meter, maa Epomeo eller Ischia i den pliocæne Tid ligget mindst hele 500 Meter lavere. I den pliocæne Tid har altsaa kun den øverste Del af Øen ligget over Havet; Øen synes at have hævet sig og voxet under en Række af vulkanske Udbrud. Endelig findes paa Ischia i 40 Meters Høide Ler med Forsteninger, der samtlige endnu lever i det nærliggende Hav.

Et Par Fjelde paa Ischia har endnu bevaret en regelmæssig Kraterform; det er Monte Rotaro, 290 Meter høit og Montagnone; de ligger nær hverandre omtrent 2 Kilometer øst for Casamicciola.

Indsøen Lago del Bagno er ogsaa et gammelt Krater, der kun ved en smal Landtunge var adskilt fra Havet. Landtungen er gjennemgravet, saa at Kratersøen kan benyttes som Havn.

Men ogsaa en Lavastrøm, der sikkert har flydt i hi-

storisk Tid, findes. Udbrudsstedet, der nu kaldes Cremate, ligger paa Østsiden af Epomeo. Den trachytiske Lavastrøm, der er omtrent $2\frac{1}{2}$ Kilometer lang og 1 Kilometer bred, paa det bredeste, flød i Aaret 1301, først i østlig Retning og saa i nordvestlig og naaede ud i Havet i ringe Afstand nord for Byen Ischia.

Efter hvad der ovenfor er anført, er der altsaa Grund til at tro, at Ischia er bygget op ved vulkanske Udbrud i Løbet af den pliocæne Tid, og at selve Øen efterhaanden har hævet sig, saaledes som de marine Forsteninger viser. I de forholdsvis bløde Bergarter har Elvene, der i Regelen er smaa, men som voxer i den regnfulde Tid, skaaret sig Rønder. Den største Elv Scarrupato strømmer imod Syd i en dyb og steil Dal. Imod Nord strømmer to Elve langs de Høie, hvorpaa Cosamicciola ligger, og Vandet i Elvene har her en høiere Temperatur, da de næres af de varme Kilder. Havet har arbeidet langs Kysterne, og vi finder derfor, at de fornemste Forbjerge, der gaar ud fra Øen, bestaar af Trachyt, der er en haard Bergart med større Modstandsevne. Saaledes findes Trachyt i Punto Cornacchia og Punto Caruso paa Øens Nordvestspidse; i Punta dell Imperatore paa Sydvestspidsen, i Punta Angelo mod Syd, og paa Øen længst mod Øst, hvor Kastellet er bygget, paa alle disse Steder og paa flere andre Forbjerge optræder Trachyt, ragende længere ud i Havet end de andre Landstrækninger, der er bygget af løsere Sten. Der er mange varme Kilder og Fumaroler paa Ischia, og især er den nordlige Del af Øen, som er mest hjem søgt af Jordskjælv, rigt udstyret med saadanne. Nær Forio ligger saaledes Bagno de Cotugno eller Palone, ved Lacco San Restituto (60° C.) og San Lorenzo; nær Casamicciola ligger de rige Kilder Gurgitello, der er kulsyreholdige med Temperaturer fra 52° til 75° ; vest for Casamicciola ligger Kilder ved Monte Cito; længer øst Kilder ved Cassiuto og Castiglione, og endelig findes Kilder ikke langt fra Byen

Ischia. Skjønt den nordlige Del, som omtalt, er rigest paa Kilder, mangler imidlertid saadanne ingenlunde paa den sydlige Del af Øen, hvor der er Kilder ved Fondolillo og Testaccio. Mængden af opløste Bestanddele i Kilderne er variabel og naar op til 18.8 Gram i en Liter i en af Kilderne, San Restituto; men sædvanligvis er Gehalten af opløste Bestanddele mindre, ved Gurgitello saaledes 5.3 Gram. Den kemiske Sammensætning er ogsaa variabel; Klorforbindelser især Klornatrium er overveiede; derhos Karbonater af Natrium, Calcium, Sulfat af Natrium o. s. v. Kildernes Bestanddele synes dels at hidrøre fra de omgivende Bergarter, som det varme Vand opløser, dels synes Kilderne at have optaget Vand fra Havet. Kilderne paa Ischia viser, at der her i ringe Dyb herkses en høi Temperatur; at saa er Tilfælde, er ogsaa direkte iagttaget; ved den sandige Kyst ved Ischia er der allerede i ringe Dyb en høi Temperatur og selve Havet ved Kysten skal paa sine Steder vise sig i nogen Grad opvarmet.

Jordskjælv og vulkanske Udbrud har, som før nævnt, fundet Sted paa Ischia allerede i Oldtiden. De gamle mente, at Jupiter havde begravet Titanen Typhoevs paa Ischia, og at han havde lagt Fjeldet Epomeo over, for at han ikke skulde slippe løs. I sin Vrede udspyr han Ild og Flammer af Mund og Øine, og naar han vender sig under Fjeldet, skjælver Øen. Denne mythologiske Beretning tyder vistnok hen paa Eruptioner allerede i Oldtiden. Flere gamle Forfattere, Plinius, Strabo og Timæus omtaler vulkanske Udbrud paa Ischia, og man har forsøgt at bestemme Tidspunktet og Stedet for disse Eruptioner. Strabo beretter, at Eritrienserne — græske Kolonister — beboede Pitecusa eller Ischia, men at de blev fordrevne af Jordskjælv og paa Grund af Eruptioner af Ild og Hav og kogende Vand. Videre fortæller han, at der i Jordan her finder saadanne Udbrud Sted, og at de Folk, som Hiero, Tyran paa Syrakusa, sendte did,

maatte forlade Øen tilligemed en Mur, som de havde bygget. Strabo citerer videre Timæus, der beretter om et Udbrud, der fandt Sted her før hans Tid. Epomeo har under Jordskjælv udspyt Ild, Aske faldt, Havet trak sig tilbage og kom saa igjen og oversvømmede en Del af Øen. Folkene flygtede til det faste Land. Plinius fortæller om et Udbrud, ved hvilket Epomeo udspyede Ild, og en By blev ødelagt, og at der ved den Leilighed blev dannet en Indsø eller et Tjern.

Den sidste Beretning synes at antyde, at Udbrudet har fundet Sted paa den nordøstlige Del af Ischia, thi den eneste Indsø, som findes paa Øen, er Lago del Bagno, der som før berørt er et gammelt Krater. Tiden for den heromhandlede Eruption kjendes ikke, ligesaa lidt som Tiden for den første af Strabo omhandlede Eruption, ved hvilken de græske Kolonister blev fordrevne fra Øen. Den Eruption, der drev Kolonisterne fra Sicilien bort, antages at have fundet Sted i det femte Aarhundrede, til Hiero, der sendte Kolonisterne over, regjerede fra 478 til 467 før vor Tidsregning. Man har fundet en Lavablok med græske Indskrifter paa Østsiden af Monte de Vico, ikke langt fra Lacco, og man antager, at denne Blok er Levninger af den omtalte Befæstning eller Mur, som maatte forlades paa Grund af Udbrudet. Det af Timæus omtalte Udbrud fandt Sted kort før hans Tid. Da han blev født 352 før vor Tidsregning og døde 256, saa antages Udbrudet at have fundet Sted mellem 400 og 352. Stedet for den sidste Eruption kjendes ikke, da imidlertid de to Vulkaner Rotaro og Montagnone ikke synes at være saa særdeles gamle, saa er det ikke usandsynligt, at Udbrudsstedet har været i en af dem.

Julius Obsequens omtaler en Eruption paa Ischia i Aaret 89 før vor Tidsregning. Da han angiver Navnene paa de fungerende Konsuler, kan Aarstallet bestemmes, men Stedet kjendes ikke. Videre er der nævnt andre Eruptioner i Old-

tiden under Titus, altsaa mellem 79 og 81, under Antonius Pius 138 til 161, og under Dioclezian 284 til 305. I Aaret 1227 under Keiser Fredrik den Anden skal et Jordskjælv paa Ischia have begravet mere end 700 Mennesker.

Den ovenfor omtalte Lavastrøm Arso er den eneste Strøm, som ganske sikkert har flydt i historisk Tid. Udbrudet fandt Sted i 1301 paa Østsiden af Epomeo paa det Sted, som nu hedder Cremate. Udbrudsstedets Høide over Havet er 133 Meter. Som før berørt gaar Lavastrømmen helt ud til Havet. Lavaen er en Sanidintrachyt, der under Mikroskopet viser sig at være sammensat af Sanidin og Augit i en mørk glasagtig Grundmasse. Eruptionen varede i to Maaneder. Jorden aabnede sig, Stene blandet med Aske kastedes op i Luften, spredtes og ødelagde en stor Del af den frugtbare og rige Ø.

Siden hint Udbrud i 1301, har ingen Vulkan paa Ischia havt Udbrud. At Øen og specielt Omegnen omkring Casamicciola imidlertid maa have være berygtet for sine Jordskjælv, fremgaar deraf, at Carl den 3die af Bourbon, der regjerede i Midten af forrige Aarhundrede, forbød Bygning af Huse i Casamicciola.

Jordskjælv et i 1828 indtraf den 2den Februar Kl. 10 $\frac{1}{4}$ Formiddag. Man iagttog ingen Fænomener, der skulde kunne antyde et forestaaende Jordskjælv. Paa de nærliggende Øer mærkedes intet. Forud for samme gik der tre stærke larmende Udladninger, der hørtes som om de kom nedenfra opad. Larmen hørtes tydeligt i Casamicciola, Lacco og Forio, men i de andre Dele af Øen mærkedes den næsten ikke. Jordskjælv et, der angaves at vare 4 Sekunder, føltes som en bølgeformet rystende Bevægelse. Det Sted, som led stærkest, ligger lidt vest for Casamicciola, omtrent der, hvor det sidste Jordskjælv har raset værst. Bevægelsen angaves at være kommet fra Epomeo henimod dette Sted. I Casamicciola var mange Bygninger styrtet sammen til Grun-

den, 28 Mennesker dræbtes, og mange blev saarede. Ogsaa Locco led meget, og Stødet mærkedes i Forio.

Senere i 1852 den 7de Juni indtraf et stærkt Jordskjælv. I 1867 den 15de August var der Jordskjælv i Omegnen af Neapel, og dette mærkedes paa Ischia, og ogsaa ved den Leilighed led Casamicciola mest. Allerede før de to sidste og voldsomste Jordskjælv i 1881 og 1883 var denne By bekendte for sine hyppige Jordstød.

Jordskjælvet af 1881, som var heftigere end det i 1828, men ikke saa voldsomt som Jordskjælvet i 1883, indtraf den 4de Marts Kl. 5 Minutter over 1 Middag. Man hørte en underjordisk Larm, der hævede sig en Støvsky, og den øvre Del af Casamicciola var styrtet sammen. Den øvrige Del af Casamicciola var urørt, naar undtages at de Bygninger, som stod nærmest ved de sammenstyrtede, var i nogen Grad medtagne. Den største Del af Casamicciola ligger i nogen Afstand fra Havet, cirka $\frac{1}{3}$ Kilometer og i en variabel Høide over Havet, da Terrænet ikke er fladt. Saaledes laa Hotellet Sentinella 117 Meter over Havet. I de Huse, som ligger nede ved Havet, og som kaldes Marina de Casamicciola, mærkedes neppe et let Stød, som ikke kunde give Folkene her Forestilling om den Ulykke, som havde rammet den øvre Del af Staden. Stødet forplantede sig mod Vest til Lacco, som ligger noget mindre end en Kilometer fra den sammenstyrtede Del af Casamicciola. Det er ikke sikkert, at dette Stød kunde mærkes over hele Øen Ischia; dog mente nogle Folk i Byen Ischia og i Forio at have fornummet det. Der hvor Overflade havde steile Skraaninger, fremkom der Skred, der foraarsagede Sprækker i Veie og i Bygninger. De nærliggende Kilder ved Monte Cito synes ikke at have undergaaet nogen Forandring med Hensyn til Temperatur og Vandmængde. Omtrent 188 Mennesker omkom ved Jordskjælvet, de fleste inde i Husene, men faa paa Veiene. Jordskjælvet og Husenes Sammenstyrning synes at have været et Øie-

Uliks Verk ; dette fremgaar blandt andet deraf, at en Skomager blev funden dræbt med Syl og Seilgarn i Hænderne og med den Sko, han arbeidede paa, mellem Knæerne, siddende foran sit Bord sammen med et Barn, der sad nær ved ham. En Kvinde blev funden dræbt med den Strømpe i Haanden, som hun havde været i Begreb med at stoppe. Jordskjælvet synes saaledes at have indtruffet saa øieblikkeligt, at Folk ikke havde havt Tid til at tænke paa at redde sig. Seismograferne paa Observatoriet ved Vesuv viste sig ganske rolige under dette Jordskjælv.

Det sidste Jordskjælv indtraf den 28de Juli 1883 Kl 9 25 Minutter om Aftenen og synes at have været voldsommere end noget af de foregaaende. Dog blev Antallet af dem, som omkom, i Begyndelsen meget overdrevet, idet de angaves 4000, ja 8000 døde. Efter de officielle statistiske Meddelelser udgjorde det samlede Antal af dræbte, indfødte og fremmede 1990, og 304 var saarede. I Casamicciola var 922 dræbte og 145 saarede af de indfødte og 625 dræbte og 79 saarede fremmede; tilsammen altsaa i denne By 1547 dræbte og 244 saarede.

Foruden 31 Fremmede, om hvem der ingen Efterretning høves, var der 847 Personer fra fremmede Lande, som slap fra Jordskjælvet i Casamicciola. I Forio var der 305 døde, 63 saarede, i Barano 111 døde og 15 saarede, i Lacco Ameno 128 døde og 72 saarede.

Det gjælder om dette Jordskjælv som om alle voldsomme Jordskjælvy, at der er vanskeligt at faa Besked om, hvad der indtraf under selve Katastrofen. Det hele varer jo kun i nogle Sekunder; ingen er forberedt paa eller tænker paa at anstille Iagttagelser over Bevægelsens Art, Retning o. s. v., idet alle, som rimeligt kan være, har mere end nok med at redde sig selv og sine, hvis de overhovedet ikke taber Sans og Samling; thi derom synes de fleste, der har været tilstede under heftige Jordskjælvy at være enige, at disse af alle Na-

turbegivenheder er de mest skrækindjagende, idet selve den faste Jord, der sædvanligvis betragtes som det urokkeligste og solideste af alt, bølger som et Hav. Saaledes søgte efter dette Jordskjælv mange Mennesker op i Greene af et Træ, som om dette skulde være et Sikkerhedssted.

Det er paastaaet, at der var iagttaget Tegn, der bebudede et forestaaende Jordskjælv; men deslige Beretninger maa modtages med stor Kritik, thi der gives i Virkeligheden ikke noget Tegn, der med Sikkerhed vides at bebude et forestaaende Jordskjælv. Saaledes berettes, at en underjordisk Larm hørtes den 24de Juli, altsaa fire Dage før Ulykken indtraf; den 25de Juli skal et meget let Stød være bemærket i Casamicciola. Videre fortælles der, at de varme Kilder ved Gurgitello har vist Uregelmæssigheder med Hensyn til Vandføring og Temperatur; videre at Fumarolen ved Monte Cito, som var næsten død, var vaagnet op igjen og havde med hvæsende Lyd udsendt stærke Dampstraaler og Svovlsyrning. Det sagdes videre, at Brøndene i Casamicciola og i Forio var tørret ud, men dette forholder sig ikke saa; thi i Casamicciola og i Forio gives der ikke egentlige Brønde, men kun Cisterner, og den Omstændighed, at der var lidet Vand i dem, kan lettest forklares deraf, at det længe havde været varmt og tørt Veir paa Ischia

Disse Fænomener siges at have været enkelte Beboere bekendte og at være udtydede som Tegn paa et forestaaende Jordskjælv; men siges der, det blev skjult for ikke at skræmme bort de talrige Fremmede, der i denne hede Aars-tid i stort Antal besøgte Casamicciola, og af hvem Byen havde en væsentlig Indtægt. Selv om saa skulde være, at underjordisk Larm og at let Stød er bemærket i Casamicciola, og at de varme Kilders Temperatur var steget nogle Grader, saa er det ingenlunde givet, at disse Fænomener virkelig antydte et forestaaende voldsomt Jordskjælv; selv om Fænomenerne havde været almindelig bekendte, lod det sig dog

ikke bevise, at et Jordskjælv var forestaaende. Man kan derfor ikke lægge dem, der kjendte til disse Fænomener, tillast, at de ikke gjorde Anskrig for at forjage Byens Beboere og de halvandettusinde Fremmede fra Øen. Hvis der havde været stærke Grunde til at befrygte et nær forestaaende voldsomt Jordskjælv, saa er det vel ogsaa sandsynligt, at de af Casamamicciolas Indvaanere, der nærede en saadan Frygt, og hvoraf de fleste havde oplevet Jordskjælvet i 1881, vilde have truffet Sikkerhedsforanstaltninger, idet mindste for sit eget personlige Vedkommende. Men saa var ikke Tilfældet, og det kan derfor vistnok antages, at der forud for Jordskjælvet ikke blev iagttaget Fænomener, hvoraf man med nogen Sikkerhed skulde kunne slutte, at en saadan Naturrevolution var forestaaende.

I Overenssømmelse hermed finder vi ogsaa, at hine Byers Beboere om Aftenen, da Jordskjælvet indtraf, levede sorgløst uden at ane den forestaaende Ulykke. En stor Del af Casamamicciolas Indvaanere sov; de reisende og fremmede tilbragte Tiden i Hotellernes Saloner med at snakke og musicere. En Del var søgt hen til et lidet improviseret Theater, hvor der opførtes en Operette »I Briganti«, og da Theatret var af Træ, en Barakke, dækket med Seil, saa overlevede samtlige Skuespillere og Tilskuere Jordskjælvet. Paa Torvet i Casamamicciola tilbragte mange den kjølige Aften foran Trattoirerne, medens Udsælgerne gik omkring med sine Straaarbeider, hvoraf der forfærdiges mange paa Ischia. I Lacco Ameno, et lidet beboet Sted, hvor der hverken er Tilreisende eller Fremmede, herskede fuldstændig Ro, og Indbyggerne her ligesom i Barano og de mindre Landsbyer var fordetmeste gaaet tilsengs. I Forio derimod var det en Festedag (la festa de S. Anna) med Illumination og Musik, og der blev netop spillet en Vals, da Jordskjælvet indtraf.

Det Stød, der i Løbet af faa Sekunder ødelagde disse Byer, indtraf som før nævnt den 28de Juli Kl. 9.25 om Afte-

nen. Tiden angives noget forskjellig efter Uhrenes Gang, idet de har standset mellem Kl. 9.22 og Kl. 9.30. Efter Beretningerne paa Ischia har Jordskjælvet her først været stødformet og derpaa bølgeformet. Der bemærkedes, fortalte Indvaanerne af Casamicciola, først et Stød, derpaa en Bevægelse frem og tilbage, og saa styrtede Husene sammen; den Tid, hvori Jordskjælvet varede, angives til omtrent 15 Sekunder. Samtidigt hørtes frygtelige Drøn. Nogle siger, at der hørtes som et Minerskud, som et Skud af en Kanon paa 100 Tons, andre taler om et Bulder, som naar et Træn gaar med stor Hastighed over en Jernbro, som om en Helvedesmaskine var antændt under Jorden. At Jorden maa have bevæget sig meget heftigt, fremgaar deraf, at Folk blev kastet af Bevægelsen. Saaledes beretter en af Tilskuerne i Theatret, at han blev kastet fem eller sex Skridt og faldt ned paa Kontrabassen, og at Jorden bevægede sig som et Hav.

Efter Stødet fulgte strax Larmen af alle de sammenstyrtede Bygninger, og denne Larm fortsattes nu og da udover Natten, eftersom faldefærdige Mure styrtede ind. Efter Stødet hørtes de saaredes Klager, de overlevendes Raab efter Slægtninge og Venner. Hundene hylede, og Menneskers og Dyrs Skrig afløste Larmen af de faldende Bygninger. Hertil kom, at der paa to Steder gik Skred i Fjeldet Epomeo, og Drønnene af de nedfaldende Stenmasser ængstede yderligere de overlevende, der i Nattens Mørke ikke vidste, hvad der gik for sig. I forskjellige omstyrtede Bygninger gik der Ild, fremkaldt af de omstyrtede Lys og Lamper. En umaadelig tæt Støvsky fra de sammenstyrtede Huse hævede sig fra de ødelagte Byer og formørkede Luften i den Grad, at man endog ombord paa et Dampskib, der laa ved Marina de Casamicciola, ikke kunde kjende den ene fra den anden.

Mange Huse i Casamicciola og Lacco Ameno er faldt

sammen, saaledes at de nu ikke er videre end rene Grushøbe. Atter andre Steder er Murene i mer eller mindre ramponeret Forfatning blevne staaende, medens Lofterne er faldt ned. Paa nogle Steder i Bygninger med flere Etager, er det ene Loft faldt ned over det andet. Den Maade, hvorpaa Husene og specielt Lofterne bygges i Casamicciola og de omliggende Byer, er ingenlunde beregnede paa at hindre Ulykker under Jordskjælv: tvertimod er de, saaledes som der er sørgelige Erfaringer for, meget farlige. De bestaar nemlig af større og mindre Stene af Tuf sammenbundne med Kalk. Under Jordskjælvet gaar selvfølgelig Stenene fra hverandre, og hele Taget styrter med engang og knuser eller begraver Beboerne.

Der foreligger ikke, saavidt mig bekjendt, nogen paa-lidelig Beretning om, i hvilken Retning dette Jordskjælv gik i Casamicciola og i Forio. Vistnok angives, at Retningen for Undulationen var i Casamicciola fra Vest til Øst, derpaa fra Nord til Syd, i Lacco Ameno fra SO mod NV og i Forio fra NO til SV; men som før bemærket, er vel de Observationer, hvorpaa disse Angivelser støtter sig, ikke meget paa-lidelige.

Foruden Sammenstyrtningen af Husene, der selvfølgelig voldte de fleste Menneskers Død, kan nævnes som Følger af Jordskjælvet. Veiene i Gaderne fyldtes med Grus, saa at der blev ufremkommeligt i Byen; somme Steder var Fundamentet for Landeveien gledet ud, Revner og Spalter dannede sig i Veien, idet Fundamenteringen gik i Ras; somme Steder var Træer faldne overende, vistnok mere som Følge af Jordmonets Udglidning end som en direkte Følge af Jordrystelsen. Der fortælles, at under Jordskjælvet brød det varme Vand frem af Kilderne ved Gurgitello; men denne Beretning trænger vistnok til Bekræftelse. Jordskjælvet frembragte to Skred paa Nordsiden af Fjeldet Epomeo, et imellem Ischia og Casamicciola, det andet imellem denne sidste By og Forio;

Skredene, der gik ud fra Epomeos steile Sider, forvandlede i kort Tid en frugtbar Egn med Vinbaver og Kastanieskove til en Ødemark og begrov helt Huse, der ikke lod Spor efter sig. Det antages, at Jordskjælvet har været allervoldsomst i Nærheden af Veien, som fører mellem de to Steder Casamicciola og Lacco. Hvad Forplantelseshastigheden af dette Jordskjælv angaar, saa er derom intet bekjendt. Hele Øen er ikke mere end omtrent 9 Kilometer fra Ende til anden, og da Jordskjælvene forplanter sig med Hastigheder, der i Regelen er større end 500 Meter pr. Sekund, saa behøvedes der kun 18 Sekunder for en Jordskjælvbølge til at gjenløbe hele Øen, og med denne Nøiagtighed blev ikke Øieblikkene, da Jordskjælvet indtraf, iagttaget.

Den Strækning, hvorover dette voldsomme Jordskjælv udbredte sig, er paafaldende liden. Saa voldsom at Bygninger styrtede helt sammen, saa at Byerne næsten blev raseret, var Jordrystelsen kun i Casamicciola, Lacco Ameno og en Del af Forio. Landsbyerne Serrara, Fontana og Barano paa Sydsiden af Epomeo led betydeligt. Husene langs Kysten ved Forio og paa Kysten ved Lacco Ameno blev staaende. I Byen Ischia bemærkedes vel Stødet og Drønnene af Jordskjælvet, men Byen led ingen Skade. Det har idethele gaaet ud over de Byer, som ligger nærmest rindt Epomeo men især over Byerne paa Fjeldets nordlige Skraaning, og da mest netop over den By, som altid har været mest udsat under de ældre Jordskjælv.

Udenfor Øen Ischia bemærkedes Stødet paa den nærliggende Ø Procida, men denne led ingen Skade. Ogsaa i Neapel mærkedes den Aften et let Stød. I Rom siges Seismograferne i Observatoriet at have antydet Jordskjælvet. Men under alle Omstændigheder har Intensiteten af Stødet ikke været stor udenfor den nævnte Del af Øen Ischia.

I den Egn, som blev haardt hjemsøgt af Jordskjælvet, har det især gaaet ud over de Bygninger, der staaar paa Tuf

eller paa dekomponeret Tuf, medens Bygninger paa den fastere Trachyt har lidt forholdsvis meget mindre. De Bygninger ved Lacco Ameno og paa Halvøen ved Monte Zole, som ligger paa Trachyt, har lidt meget mindre end Husene paa Tuf. Forio, der ligger paa Tuf, men især Casamicciola, der ligger paa dekomponeret Tuf, har lidt meget mere.

Jordskjælvene paa Ischia frembyder flere Eiendommeligheder. For det første er det Areal, som Jordskjælvet herjer, paafaldende lidet. Selve Øen Ischia er ikke mere end 45 Kvadratkilometer eller ikke fuldt en geografisk Kvadratmil, og den Del af Øen, hvor Jordskjælvet optraadte med saa stor Intensitet, at Bygninger styrtede om, udgjør neppe Halvdelen af Øen. Jordskjælv, der optræder med saa stor Intensitet, gaar ofte over 2000, 3000 Kvadratmile, og det store Jordskjælv i Lissabon af 1ste November 1755 gik over et endnu meget større Areal. Derhos har Jordskjælvene paa Ischia den Eiendommelighed, at Epicentrum altid synes at ligge i Casamicciola, eller Stødet udgaar fra et Centrum eller et Fokus, der ligger under denne By. Efter den Maade, hvorpaa Jordskjælvene paa Ischia optræder, synes der at være Grund til at antage, at Stødet altid udgaar nogenlunde fra samme Sted.

Som bekjendt har man paa forskjellig Vis forsøgt at komme efter det Dyb, hvorfra Jordskjælvene udgaar. I sit klassiske Værk — *Great Neapolitan Earthquake 1857* — har Mallet efter Retningen af Sprækker i Murbygninger, efter den Retning, hvori Gjenstande ere kastede overende, og den Længde, hvori de er kastede, udregnet det Dyb, hvorfra Stødet udgik, Retningen, hvori Stødet fandt Sted, Intensiteten af Bølgebevægelsen o. s. v. Som bekjendt har disse og lignende Undersøgelser af Jordskjælv ført til det Resultat, at Fokus, Udgangspunktet før Stødet, ligger i et Dyb fra 1 til 3 geografiske Mil.

Ogsaa ved Hjælp af mange nøiagtige Bestemmelser af

den Tid, i hvilket et Jordskjælv indtræffer, lader Dybet af Fokus eller Centrum sig bestemme. Deslige nøiagtige Tidsbestemmelser er ikke anstillede under Jordskjælvet paa Ischia; ei heller er der, saavidt mig bekjendt, gjort noget Forsøg paa at bestemme Dybet efter Mallets Methode. Saameget synes imidlertid at fremgaa af Ruinerne i Casamicciola, at Stødet har truffet denne By under en meget steil Vinkel. Dette fremgaar blandt andet deraf, at Lofterne faldt ned det ene ovenpaa det andet, medens Murene i mange Bygninger er *forholdsvis* mindre beskadigede. De vertikale eller næsten vertikale Stød udøve nemlig den frygteligste Indvirkning paa tunge Lofter af Sten som dem i Casamicciola. Tænker vi os nemlig, at en Bygning pludselig hæves ved et næsten vertikalt Stød nedenfra og opad, saa vil der hos Lofterne findes et Træghedsmoment, der virker direkte nedad og derhos virker Tyngden i samme Retning. Lofterne i Husene styrter saaledes ned. I Casamicciola er ligeledes Murværket over Døre og Vinduer i høi Grad gjennemsat af Sprækker, idet nemlig Murværk over deslige Aabninger ved de vertikale Stød har en stor Tendens til at falde ned.

Det Sted, hvorfra Jordskjælvene i Ischia udgaar, synes ikke at ligge i noget stort Dyb. Hvis nemlig et Stød udgik fra et stort Dyb, lad os sige fra 10 Kilometers Dyb under Casamicciola, saa vilde Afstanden fra dette Sted til Marina de Casamicciola, der ligger ved Havet, være mindre end Afstand til Casamicciola, der ligger høiere, omtrent 120 Meter over Havet, og i en Afstand af omtrent 500 Meter fra Havet. Man skulde altsaa, eftersom det lavere liggende Sted laa nærmest Centrum, vente, at Jordskjælvet skulde have herjet idet mindste ligesaa meget her som i Casamicciola, hvad der imidlertid ingenlunde er Tilfældet. Beretningen om Jordskjælvet i 1881 fører endog til den Slutning, at Centrum laa i et særdeles ringe Dyb. I hint Aar styrtede nemlig en Del af Casamicciola helt sammen, medens man i Marina de Casamicciola som før omtalt kun

bemærkede et let Stød, saa at man var ganske uvidende om den Ulykke, som var overgaaet den øvre Del af Byen. Høiden af den omstyrtede Del af Byen kan sættes, som ovenfor nævnt til 120 Meter (Piazza del Paese ligger nemlig efter Gussone 370 Pariserfod over Havet), og Afstanden fra Havet er omtrent 500 Meter. Hvis vi gaar ud fra den saare rimelige Forudsætning, at Centrum skal ligge under Casamicciola, og nærmere den omstyrtede Del af Byen end Marina di Casamicciola, saa maa Centrum have ligget meget høit. Thi i et Dyb af 1100 Meter under Casamicciola eller i omtrent 1000 Meters Dyb under Havets Overflade, vil Afstanden fra Centrum til Marina di Casamicciola være den samme som fra Centrum til Casamicciola. Følgelig kommer vi til det Resultat, at Centrum har ligget høiere end i et Dyb af 1000 Meter, og da Forskjellen i Intensitet er saa stor, endog meget høiere end 1000 Meter. Der kunde, om den her udviklede Opfatning skulde bekræftes ved andre Iagttagelser i de herjede Egne endog blive Tale om ved Jordboringer at naa det Sted, hvorfra Stødet ved dette Jordskjælv udgik.

I Virkeligheden ved man saa godt som intet om Aarsagerne til de Jordskjælv, der saa stadigt hjemsøger Casamicciola; og da Aarsagen ikke er kjendt, saa har man heller ikke noget sikkert Middel til at forudsige et forestaaende Jordskjælv. Ei heller har man rent empiriske Regler, der antyder et forestaaende Jordskjælv; thi Forandringer i Kildernes Temperatur og lette Jordstød kan indtræde, uden at ledsages af senere voldsomme Jordskjælv.

Om Aarsagerne til Jordskjælvene paa Ischia har der da ogsaa gjort sig forskjellige Meninger gjældende; det er antydet, at de skulde være forvoldte ved Indstyrtninger af Hulerum under Casamicciola; Jordskjælvet er sat i Forbindelse med de varme Kilder, med to hinanden skjærende vulkanske Linier af varme Kilder o. s. v. Der er gjort op-

mærksom paa, at der under Casamicciola sandsynligvis gives Huler fremkomne ved de varme Kilders opløsende Indflydelse paa de omgivende Bergarter; videre er der peget hen paa, at der findes Excavationer under Byen fremkomne under Exploitationen af et Lerlag. Indstyrtning af underjordiske Hulerum vilde kunne forklare et Jordskjælv af lidet Areal, med Centrum i ringe Dyb og med stor Intensitet. Dog bemærkes der i Dagen ingen store Sprækker og Dislokationer, hvilket man kunde vente, om et Hulerum under Casamicciola var styrtet ned; skjönt en saadan Indstyrtning i Dybet kan finde Sted, uden at Dislokationer indtræffer Dagen, saa synes der under alle Omstændigheder neppe at være tilstrækkelige Kjendsgjæringer til at holde oppe denne eller de andre Theorier, der er fremsatte for at forklare dette Jordskjælv, og det er vistnok saa, at den egentlige Aarsag til Jordskjælvet her kjender ingen.

Som bekjendt kan der tænkes forskjellige Aarsager til Jordskjælvene. Nogle gaar foran og ledsager de vulkanske Udbrud paa en saadan Maade, at der er al Grund til at antage, at Jordskjælvene staaer i den inimeste Forbindelse med selve det vulkanske Udbrud. Andre Jordskjælv igjen synes at fremkomme med Indstyrtning af Hulerum eller hermed i Forbindelse staaende Bristninger i det faste Fjeld. En Aarsag til Jordskjælv i vulkanske Egne synes at være nærliggende. Vi ser, at der under vulkanske Udbrud presses enorme Masser af Lava ud af Kraterne, ligesom Bomber, Slakker og Aske udsendes i store Kvantiteter. Om disse smeltede og halvsmeltede Stenmasser ved vi, at de kommer ud af Kraterne; men hvorledes de tomme Rum, der fremkommer efter dem, udfyldes, derom ved vi intet. Under det store Udbrud af 1783 paa Island udspyedes der to Lavastrømme, hvis Kubikindhold efter min Beregning udgjorde 15 Milliarder Kubikmeter, hvad der vilde danne et firkantet Rum, 10 Kilometer lang, 5 Kilometer bred og 300 Meter høit. Et tomt Rum eller tomme Rum tilsammen af saa store Dimen-

sioner maa altsaa efter Eruptionen være fremkomne under Overfladen, og disse Rum maa enten paa en eller anden Maade være udfyldte, eller de maa styrte sammen eller blive staaende. Der synes paa Island ialfald at være Tegn til, at voldsomme Jordskjælv fremkommer ved Indstyrtning. I 1784 eller Aaret efter det ovenfor omtalte frygtelige vulkanske Udbrud indtraf det voldsomste Jordskjælv, som overhovedet kendes paa Island, uden at dette dog var ledsaget af noget vulkansk Udbrud. Th. Thoroddsen beretter om dette Jordskjælv ¹⁾: »Den 14—16de August 1784 rystedes Island af forfærdelige Jordskjælv, der rimeligvis er de stærkeste, som ere forefaldne i historisk Tid paa Island. Disse Jordskjælv ytrede sig allerstærkest i Árnessyssel, men følte næsten over hele Island (i Vestlandet tæt ved Snæfjellsjökull og i Ísafjarðarsyssel) Gaarden Kalmanstunga i Borgarfjarðarsyssel blev beskadiget; desuden en i Kjós og en tredie i Fljótshlíð; Rangárvallasyssel og Árnessyssel lede dog mest. I Rangárvallasyssel blev 23 Gaarde fuldstændig ødelagte, og desuden 94 Huse paa forskjellige Gaarde nedbrudte. I Árnessyssel blev 69 Gaarde fuldstændig ødelagte, og 372 Gaarde og 11 Kirker meget beskadigede. Latinskolen i Skálholt og de fleste Vaaningshuse faldt ned, men Domkirken blev staaende. Fjeldene bævede og rystede, saa at Græsdækket paa Siderne blev revet fra Underlaget og gled ned; paa Vestmannøerne blev flere Fuglebjerger ødelagte, og fra et lidet Fjeld, Vörðufell, paa Skeiðar faldt den 14de August 36 Stenscred. Varme Kilder forandrede derved, tørredes ud paa et Sted og brød op paa andre Steder; nogle nye bleve dannede, og gamle forsvandt (ved Geysir dannedes 35 nye varme Kilder); flydende og stillestaaende Vande bleve meget oprørte og hvide som Melk, og Floderne saa ud som Malstrømme. Ved Torfastaðir i Biskupstungur blev en stor Sump tørret ud, medens en anden

¹⁾ Oversigt over de islandske Vulkaners Historie.

ved Ásakot forvandlede til en Indsø, og paa mange Steder slog Jorden dybe Revner. Ved Stødene blev Mennesker og Dyr kastede omkuld, og en Mand, som skar Græstov paa en vaad Eng, stod skiftevis til Knæerne i Vand eller paa tørt Land, alt efter Jordskjælvets Bølgebevægelse. Mange bleve begravede under Husenes Ruiner, men meget faa mistede Livet.«

Den Omstændighed, at det voldsomste Joldskjælv, som kjendes paa Island, indtræffer Aaret efter, at de største Lavastrømme i historisk Tid har erumperet, er selvfølgelig intet Bevis for en Aarsagsforhold mellem det voldsomme Jordskjælv og de voluminøse Lavastrømme. Nogle Aar bagefter indtraf der imidlertid paa Island stærke Jordskjælv, der synes at tyde en Udfyldning af enorme aabne Rum i Jordens Indre. Thoroddsen beretter (l. c.): »1789 stærke Jordskjælv i Árnessyssel Lavastrækningen ved Þingvellir forandredes noget. *Hele Landet mellem Hrafnagjá og Almannagjá sank omtrent en Alen ned*, hvad Sveinn Pálsson i 1790 tydeligt kunde se paa Klipperne i den nordlige Del af Almannagjá og den østlige Side af Hrafnagjá. Almannagjá led ogsaa ved Sammenstyrtningerne og flere andre Steder styrtede Klipperne ned. Den nordlige Del af Þingvallavatn sænkede sig og kom under Vand, men den sydlige hævede sig. Indtil den Tid havde den sædvanlige Vei til og fra Þingvellir ligget langs Skraaningen af Almannagjás Østervæg, hvor den længst ned ved Sæu førte over Kløfter og Lava; men paa Grund af Jordskjælv kom den gamle Vei hist og her under Vand og blev opgivet. Dette Jordskjælv gav Anledning til at Althinget blev forflyttet til Reykjavik. Ved dette Jordskjælv opkom flere Sprækker her i Egnen, og flere varme Kilder dannedes paa Hellisheiðe og flere andre Steder, hvor de ikke havde været før. I det sydøstlige Island nedstyrtede flere Gaarde.«

Naar man erindrer, at Afstanden fra Almannagjá til Hrafnagjá er omtrent 7 Kilometer, og at den mellemlig-

gende Strækning har sunket 1 Alen, at den nordlige Bred af Þingvallavatn sænker sig, at flere Sprækker dannes, saa synes herved paa det bestemtteste at være antydnet, at der under Jorden maa have været store tomme Rum; thi ellers vilde ingen Sænkning kunne finde Sted, og hvad ligger nærmere end at antage, at hine tomme Rum er fremkomne ved de enorme Lavamasser, som har udtømt sig i Overfladen? At den sydlige Del af Þingvallavatn siges at hæve sig, medens den nordlige sænker sig, kan maaske simplest forklares deraf, at Vandstanden maa synke midlertidigt ved den sydlige Ende, naar Landet sænker sig ved den nordlige; men en Sænkning af Vandstanden vil ikke uden specielle Undersøgelser kunne adskilles fra en Hævning af Bredderne.

Hvorom alting er, saa synes den Tanke at være nærliggende, at der i vulkanske Lande findes store Hulerum efter de Lavamasser og Askemasser, som udsendes fra Vulkanerne. L'Arso Lavastrøm paa Ischia har, hvis vi antager en gennemsnitlig Mægtighed paa 5 Meter, et Volum af 6 til 7 Millioner Kubikmeter, hvilket Rum under Jorden enten maa være gjenfyldt eller staa aabent; i sidste Tilfælde kan det give Anledning til Jordskjælv, der stadig indtræffer paa samme Sted. Det er ingenlunde Meningen at paastaa, at den her antydede Forklaring direkte kan anvendes paa Ischia, eller at denne Forklaring her er den rette. Der foreligger som berørt for faa Iagttagelser til at nogen Theori kan opstilles støttet af mange Kjendsgjæringer. Den her fremsatte Tanke, at Jordskjælv i vulkanske Egne kan fremkomme ved Indstyrtning af underjordiske Hulerum, der staar aabne efter Lavamasser, som Vanddampe har drevet op i Dagen, synes imidlertid at bekræftes af forskellige Iagttagelser fra Island, og de mange Gjaer eller gabende Spalter, som findes i Islands Lavamasser, tyder sikkerligen hen paa Sammenstyrtning af aabne Rum. Den 7 Kilometer brede og 8 Kilometer lange Landstrækning mellem Almannagjá og Hrafnagjá

paa Island har jo engang sænket sig omkring 35 Meter, som er Høiden fra Almannagjás Bund til Randen. Hvilket umaadeligt aabent Rum maa der ikke have været under denne Egn, for at en saa enorm Sænkning skal blive mulig? Det ligger nær at tænke sig, at det er de Lavamasser, der er presset op til Overfladen, som har efterladt deslige umaadelige Hulerum under Jorden, og^r man har jo direkte Iagttagelse for, at hele Landstrækninger her har sunket ved Jordskjælv. Selvfølgelig kan i deslige svære aabne Rum Indstyrtninger finde Sted, der paa Overfladen giver sig tilkjende som Jordstød, uden at disse Indstyrtninger i Dagen ledsages af store Revner og Dislokationer.

Om den sandsynlige årsag til den periodiske ændring af havstrømmenes styrke

(Forelagt i Kristiania videnskabselskab den 14de decbr. 1883)

af

A. BLYTT.

I flere afhandlinger har jeg prøvet at vise, at den varme nordatlantiske strøm (ligesom havstrømme i almindelighed) er underkastet periodiske ændringer, således at den gennem årtusinders løb vexelvis aftager og tiltager i styrke.

Et par kritikere har bebrejdet mig, at en sådan antagelse skulde stride mod de anskuelse om naturens jævne og rolige gang, som ved *Lyell* er indført i geologien. Men jeg tror, at denne beskyldning er uretfærdig, og jeg skal prøve på at vise, at nutidens virkende kræfter dog muligvis er tilstrækkelige til at frembringe sådanne periodiske ændringer.

Vi må da først stille klart for os, hvad teorien går ud på, og, ialfald tilnærmelsesvis, søge at besvare det spørgsmål: hvor store ændringer skal der til forat forklare de kjendsgjeringer, hvorpå den hviler?

Theorien forudsætter ikke betydelige omslag i klimabet, hvilket jeg nu først skal prøve at vise.

At der har været en istid, at polarlandene engang havde et varmt klima, sådanne store ændringer i klimabet gjør teorien ikke fordring på at kunne forklare. Sandsynligvis har ændrin-

ger i fordelingen af land og hav bidraget til mægtige klimatiske forandringer. Det er sandsynligt, at istiden havde geografiske grunde, at den varme nordatlantiske strøm blev udestængt fra vore kyster.

Under sådanne forhold vilde en arktisk flora og fauna være udbredt over Mellemeuropa. Theorien vil således ikke forklare denne store udbredelse af arktiske dyr og planter i gamle dage. Men den mener kun, at de periodiske ændringer i klimabet også har havt indflydelse på deres udbredelse, såat arktiske planter og dyr blev indskrænkede alene til visse for dem skikede egne.

Theorien vil forklare forekomsten af den atlantiske flora på Bergenskysten. Den mener, at denne flora er indvandret rundt Kristianiafjorden på en tid, da klimabet var mildere end nu.

De vestlige planter tåler i vore dage ikke østens vinterkulde. Theorien forudsætter altså, at temperaturextremerne i disse egne forhen var ringere. *Ilex Aquifolium*, som er en af de mest karakteristiske kystplanter, tåler ikke vinteren ved Kristiania (59° 54' n. br.). Men allerede ved Horten, som ligger nogle mil ude ved fjorden (59° 25½' n. br.), opnår den, dyrket i fritland (ifl. *Schübelers*) en høide af 4 m. Her har den altså gennem en længere årrække tålt vinterkulden. Og det er således klart, at der ikke behøves nogen stor ændring i klimabet, for at *Ilex* og lignende kystplanter skulde kunne vandre rundt Kristianiafjorden.

Den boreale flora har også en spredt forekomst, som theorien søger at forklare ved den antagelse, at kystklimabet engang var gunstigt for østligere arter, såat de kunde vandre ind til vestlandets fjorde. Klimabet er for tiden forholdsvis gunstigt for slige arter, og mange af dem har langs den kystrand, som steg i de sidste tusinder af år, spredt sig vestover fra Kristiania- og Thronhjemsfjorden lige til Jæderen og Fosen, hvor de går ud til det åbne hav. Således skal der vel hellerikke stor forandring i klimabet til forat de kunde trives på selve Bergenskysten

og forat forklare boreale arters forekomst i de indre fjordegne i Bergens stift.

De øvrige mærker efter omslagene i klimaret forudsætter hellerikke store forandringer. Myrene på østlandet er i vore dage for størstedelen skovbevoxede. Men det er sjelden, at hele myrens overflade er tør; i regelen er træerne, som ofte kun trives slet på grund af fugtigheden, indskrænkede til visse dele af myren, medens resten af myrfladen er for våd. Og således, viser boringerne, var forholdet også under de foregående tørere tider. Havde omslagene været store, burde hele myrfladen have været skovklædt i disse tørre tider. Det beror også på en ringe forskjel i fugtighedsgraden, hvorvidt en myrs overflade skal være skovbevoxet eller ikke. Der gives et vist maximum af fugtighed, som træerne tåler. Såsnart dette overskrides, dør skoven ud. Når torvdannelsen skal standse, beror ligeledes på, om fugtigheden synker under en vis grad. Allerede i det sydlige Smålenene (Id), hvor regnmængden er noget større, er myrenes overflade kjendelig vådere end i Akershus amt, og deres torvlag synes efter de foretagne boringer gennemsnitlig at være noget mægtigere. Og endnu vådere er vel myrene i de regnfuldeste dele af Bergens stift. I regnfulde egne, f. ex. i Skotland, har man eksempel på, at skov er gået tilgrunde og dens rester blevet overvoxet af torvdannende moser selv i den historiske tid. Jeg tror således ikke, at der skal så store omslag til forat forklare vexellagringen i torven.

Havde omslagene i klimaret været meget betydelige, da skulde vi have ventet at se hele Norges kyst krandsat af over hverandre liggende strandlinier, en for hver af de koldere tidsafsnit. Men således er det ikke. Strandlinierne findes for størstedelen i landets nordlige dele og inde i fjordene, hvor der er grund til at tro, at de endnu dannes på sine steder, såsom på det af *K. Pettersen* omtalte sted i Salangen. Klimaret i de tider, da strandlinierne dannedes, behøver således ikke at have afvejet så særdeles meget fra nutidens.

Om der under landets stigning skal dannes en strandlinie på et givet sted eller ikke, beror ifølge teorien på, hvorvidt forvitringen er så stærk, at den får tid til at sprænge strandlinien ud under stigningen. Jo hurtigere stigningen foregår, desto stærkere må forvitringen være forat kunne holde skridt med den, og jo langsommere stigningen er, desto mindre rask forvitring behøves.

Det er åbenbart, at der skal en yderst ringe forandring i forvitringens styrke til forat hindre eller muliggjøre dannelsen af en strandlinie. Det er ligesom ved torvmyrene et grænsepunkt, hvis overskridelse er afgjørende.

De trinvisse terrasser ved vore elve kan vistnok også forklares, uden at man behøver at ty til store ændringer i klimatet. Dette vises bedst af den omstændighed, at terrasserne ligger i ulige høide selv i nærliggende dale. Under samme klima danner en større elv en terrasse, medens en mindre ikke har kraft dertil. Det er en vis transportevne, som under visse stigningsforhold er nødvendig for terrassedannelsen. Såsnart elvens bærekraft synker under dette minimum, standser den.

Oscillationerne i indlandsisen under dens smeltning kan ikke forklares uden ved almindelige ændringer i klimatet, men store behøver disse ikke at have været. Om isen skal voxe eller minke beror på, om nedbøren erstatter smeltningen. Når begge er lige, vil isranden stå stille, men stiger den ene det mindste over den anden, vil randen voxe eller trække sig tilbage.

Og hvad nu endelig vexellagringen opigjennem de geologiske formationer angår, da tror jeg, at man også kan slippe med små forandringer, når man erindrer, at lagene dannedes nær land, at de forskjellige sedimenter ofte har en temmelig lokal udbredelse¹⁾ i de til kysterne stødende dele af havet, så at

¹⁾ Se karterne til *Delesse*: Lithologie du Fond des Mers.

der neppe skal store forandringer i en elvs vandmængde til forat frembringe vœxellagring.

Vi vil nu kortelig gjengive theoriens hovedlære. Den påstår følgende:

- 1) *Til alle tider og under alle bredder har klimaret været underkastet periodiske ændringer, hvis varighed må måles med årtusinder.*
- 2) *De ændringer, hvorom her er tale, har ikke været betydelige målt med almindelige klimatologiske tal, men de gik inden større klimatiske provinser samtidig i samme retning, og der må således også almindelig virkende kræfter til forat frembringe dem.*
- 3) *Efter de spor, som perioden har efterladt sig i de norske torvmyre og andensteds, er der grund til at tro, at den vender nogenlunde regelmæssig tilbage efter forløbet af en bestemt tid.*
- 4) *Derimod forudsætter teorien ikke, at ændringerne samtidig gik i samme retning over hele den nordlige (eller sydlige) halvkugle.*

Vi skal nu prøve, om der kan tænkes nogen mulig grund til en sådan periode.

Siden der er tale om perioder i klimaret, må vi altså først undersøge de almindelige love, hvoraf dette afhænger. Vi må da bortse fra alle forbigående forstyrrelser i luften og betragte forholdene i det store, således som de springer frem på oversigtskarterne over lufttrykkets midlere fordeling over jorden til de forskjellige årstider. Disse karter viser følgende: om sommeren lave lufttryk over fastlandene på grund af solvarmen, men i regelen høiere lufttryk over havene; om vinteren derimod afkjøles fastlandene stærkere end havet, og vi har høie lufttryk over landene men lave over havene. Det lave lufttryk ved Island holder sig dog, om end mindre udpræget, også om sommeren.

Grunden til, at der danner sig høie lufttryk over fastlan-

dene om vinteren, er varmeudstrålingen mod verdensrummet i de lange nætter. De lavere luftlag afkøles af den kolde jord og fortættes; der dannes en nedstigende luftstrøm; langs jordoverfladen strømmer luften bort fra de egne, som har høit lufttryk. Uagtet der således stadig strømmer luft bort, vedligeholdes dog det høie lufttryk, sålænge afkølingen vedvarer, og dette kan ikke ske uden derved, at der i luftens høiere lag stadig strømmer ny luft til forat erstatte, hvad der tabes ved den nedstigende strøm. Men denne luft, som strømmer mod de kolde egne i de høiere luftlag, kommer fra egne, hvor afkølingen er mindre, og prof. *Mohn* har i en lærerig afhandling¹⁾ vist, at *landenes afkøling er den væsentligste grund til at vedligeholde de lavere lufttryk over havene*, fordi der på denne måde stadig skaffes afløb for de lave lufttryks opstigende luftstrømme. Og således bidrager uidentvivel også den kolde luft, som hviler over Grønlands indlandsis, til at vedligeholde det lave lufttryk ved Island selv om sommeren.

Men disse lave lufttryk suger igjen luft til sig langs jordens overflade. Og luftstrømningen foregår (efter *Buys Ballots* bekjendte lov) således, at man på den nordlige halvkugle har det lave lufttryk noget foran sig til venstre, når man vender vinden ryggen. Dette er en simpel følge af jordens axedreining. Det lave lufttryk ved Island trækker således sydvestvindene opover mod Nordatlantehavet, og da det holder sig hele året rundt, er følgen den, at sydvestvinden er den herskende vind i dette hav både vinter og sommer.

Den mening, at det er *vindene, som er den vigtigste grund til strømningerne i havet*, deles af de største auktoriteter i dette spørgsmål. *Croll* og *Zøppritz* har udviklet de grunde, som taler for den, og deres meninger deles af meteorologer som *Mohn*, *Hann* og *Wojeikoff*. Man kan sige, den er så almin-

¹⁾ Zeitschr. des Oesterr. meteor. Gesellsch. Wien 1876 n. 2.

delig antaget, at den er gået over i lærebøgerne. Forklaringen af havstrømmene ved hjælp af vindene er også så naturlig og ligefrem, at man alene kan undre sig over, at den ikke allerede forlængst er bleven almindelig erkjendt.

En vind, som blæser hen over havet, sætter vandet i bevægelse. Ved friktionen forplantes, som *Zöppritz*¹⁾ har vist, bevægelsen til de dybere lag. Det afhænger af vindens styrke og varighed, hvor dybt virkningen skal strække sig. Hovedstrømmen går i den herskende vinds retning, og dens bevægelse er afhængig af overfladens midlere hastighed. Vinde af kort varighed formår vistnok forbigående at ændre strømmens retning på overfladen. Men ved visse vindes overlegenhed gennem mange årtusinder opstår mægtige strømme, hvis styrke vel kan ændres, men hvis retning er uafhængig af de vekslede vinde. For det øverste strømsystem, som alene har indflydelse på klimabetingelserne, og som ifølge *Mohn* strækker sig til et dyb af nogle hundrede favne, er altid den midlere vindretning og vindstyrke i det sidste store tidsafsnit bestemmende.

En sådan mægtig strøm er den varme nordatlantiske havstrøm. Den mildner vinteren, selv under høje bredder. Efter som overfladen afgiver varme til luften, erstattes den tabte varme fra dybere vandlag, og så længe der endnu er et uopbrugt varmfond i dybet, vil havet stadig afgive varme til luften.

Således betinges vort milde klima af den varme nordatlantiske strøm. Den gaar i de herskende sydvestvindes retning. Og således har den gået gennem årtusinder. Så længe Nordatlantisk havet har været åbent mod syd og hav og land har haft omtrent samme fordeling som nu, må strømmen have været der på grund af de almindelige love for vind- og strømforhold²⁾. Og efter hvad der ovenfor er sagt, er det således

¹⁾ Wiedemanns Annalen, Neue Folge, III. (1878) p. 582—607.

²⁾ I myrene i Fenlandets veirhårde egne (Østengland) ligger (if. *Skertchley*) de faldne stammer, selv i de ældre torvlag, i retningen SV—NE, som er den endnu herskende vinds retning. Men i de lunere dalstrøg samme-

klart, at *det er afkjølingen af de store fastlande, som væsentlig betinger vort milde klima.*

Jeg tror imidlertid at have anført mange og gode grunde for den mening, at denne *nordatlantiske strøm* ikke altid er lige stærk, men at den *vexelvis aftager og tiltager gennem tidernes løb*. Det gjælder nu at prøve på at finde en naturlig grund til en sådan vexling i strømstyrken.

Som bekjendt er jordbanen en ellipse. Jordens afstand fra solen er derfor forskjellig til de forskjellige årstider. Når vi har vinter på vor nordlige halvkugle, er jorden i solnære. Jo nærmere jorden kommer solen, desto hurtigere bevæger den sig i sin bane, og vor vinter er derfor kortere end sommeren. Forskjellen er 7—8 dage. På den sydlige halvkugle er vinteren derimod 7—8 dage længere end sommeren.

Men jevndøgspunkterne forskyves og rykker i omtrent 21000 år engang rundt. Dette bevirker, at forholdene for 10500 år siden var modsat de nuværende, og at det samme vil blive tilfældet 10500 år i fremtiden. Den nordlige halvkugles vinter vil da falde i solfjerne og være længere end sommeren; på den sydlige halvkugle vil forholdene altid være omvendte.

Jordbanens excentricitet er også underkastet periodiske ændringer, så at banen til sine tider fjerner sig mere fra kredsfornen end til andre. Når excentriciteten voxer, bliver forskjellen mellem længden af vinter og sommer større, og denne forskjel kan stige lige til mere end 30 dage.

Observator *Geelmuyden* har vist mig den velvillie at udregne følgende tabel, der viser for de forskjellige værdier af excentriciteten (e) det største overskud δ' , (når solnære og

steds ligger torvmyrenes stammer ikke i nogen bestemt retning. I veirhårde egne hælder træstammerne altid fra den herskende vind. Når sådanne træer dør af ælde og falder om, falder de naturlig til den side, hvortil de hælder. Vi har således i hine Fenmyrenes stammer et håndgribeligt bevis for, at sydvesten var den herskende vind i Fenlandet allerede for tusinder af år siden.

og solfjerne falder ved solhvervstiderne), og det midlere overskud (δ) af vinter- eller sommerdage for hver halvperiode af 10500 år¹). Multipliseres det midlere antal med 10500, får man således for hver halvperiode det samlede overskud af vinter- eller sommerdage:

e .	δ	δ'
0.01	2.960 dag	4.65 dag
0.0168	4.973 —	7.81 —
0.02	5.921 —	9.3 —
0.03	8.882 —	13.9 —
0.04	11.843 —	18.6 —
0.05	14.805 —	23.2 —
0.06	17.767 —	27.9 —
0.07	20.729 —	32.5 —

Altså veksler længden af vinter og sommer på hver halvkugle i løbet af 10500 år. I 10500 år er hos os vinteren længere end sommeren, i de følgende 10500 år er den kortere. Og forskjellen vokser med banens excentricitet. I de 10500 år, da vinteren er længere end sommeren, bliver der tilsammenlagt

¹) *Geelmuyden* har velvillig meddelt følgende:

Når jævndøgnslinien har udført $\frac{1}{4}$ omløb i forhold til apsidelinien, således at vinkelen mellem dem begynder med 0 (vårjævndøgn i aphelium) og ender ved 90°, så er den *gjennemsnitlige* værdi af sommerhalvårets overskud over vinterhalvåret i løbet af den dertil medgæede tid udtrykt ved

$$\frac{8e}{\pi^2} A \left(1 + \frac{e^2}{18} + \frac{17e^4}{600} + \dots \right),$$

hvor A er årets længde, π forholdet mellem cirkelens periferi og diameter og e en middelværdi af excentriciteten for de 5—6000 år, som medgår til et sådant $\frac{1}{4}$ omløb. For de værdier, som jordbanens excentricitet kan opnå, vil selv andet led i parentesens først kunne blive mærkbart i 3die decimal af dagen, og tredje led kan sløfes fuldstændigt.

For det næste kvart-omløb gjælder det samme udtryk, kun med en anden værdi for excentriciteten, ifald den har forandret sig mærkbart i mellemtiden. Ligeledes for de to næste kvart-omløb, men da naturligvis med modsat fortegn, d. e. udtrykket giver vinterhalvårets overskud over sommerhalvåret.

mange tusinde vinterdage flere end sommerdage, og i den anden halvperiode bliver der *mange tusinde færre*. Selv under den nuværende ringe excentricitet (0.0168) bliver overskuddet af vinter- eller sommerdage for hver halvperiode 52214 dage, og med den største excentricitet bliver det 217674 dage (eller næsten 600 år).

Da det er varmeudstrålingen fra de kolde egne, som betinger de lavere lufttryk over havene og derigjennem også de herskende vinde og strømme i havet, så må også disse herskende vinde (f. ex. sydvestvindene i Atlanterhavet) være stærkest om vinteren. Og dette er også tilfældet. Vindforholdene er nemlig ikke de samme vinter og sommer. Sydvestvinde hersker i Nordatlantehavet og Vesteuropa hele året, men de er mere forherskende om vinteren. Det samme er tilfældet i Det nordlige stille hav. I de sydlige middelvarme have er nordvesten, som svarer til sydvesten hos os, ligeledes mere forherskende, når denne halvkugle har vinter.

De vinde, som begunstiger den varme nordatlantiske strøm, er ikke blot forholdsvis hyppigere om vinteren end om sommeren, men de er også absolut hyppigere, og dertil kommer endelig, at den midlere vindstyrke er større om vinteren. Man ser således, at *de kræfter, som befordrer den varme nordatlantiske strøm, virker stærkest i den tid af året, da solen står sydfor ækvator*. På den sydlige halvkugle er det ligeledes i vinterhalvåret, at de varme strømme, som går mod polaregnene, drives af de kraftigste vinde, således at vi må sige, at *vinteren begunstiger disse strømme, og det enten den falder i solnære eller i solfjerne*.

Af *Zøppritz's* undersøgelser fremgår, at *vinde*, som påvirker havstrømmene, på grund af friktionen mellem vandlagene *udøver en virkning* på strømstyrken, *længe efter at vinden er stilnet af*. Han advarer udtrykkelig mod den mening, at friktionen snart skulde ophæve eftervirkningerne af en vind og mener endog, at havstrømmene i dybet endnu turde bære vidne om vinde,

der blæste for tusinder af år siden. Således summeres virkningen af vindene gennem århundreder, og deres samlede virkning viser sig i havstrømmene. Disse *Zöppritz's* undersøgelser er åbenbart af stor betydning for vor teori og leverer måske nøglen til at forklare de påståede periodiske ændringer af havstrømmene. Thi da vi nu altså ved, at vindforholdene er forskellige vinter og sommer, at en vinds virkning ikke standser med vindens ophør, men at den efterlader spor i havstrømmene for lange tider, så at strømmens styrke betinges af den midlere vindstyrke i det sidste store tidsafsnit, kan det vel neppe være ligegyldigt, om hine førnævnte tusinder af dage falder som overskud på vinteren eller sommeren i den 10500årige halvperiode. I den halvperiode, da de falder på vinteren, må sydvestvindene blive mere fremtrædende i forhold til andre vinde, og de må blive gennemsnitlig svagere, når overskuddet falder på sommeren. Det synes derfor rimeligt, at strømmen må aftage og tiltage, eftersom jevn-døgnslinien forskyves. *Når vinteren falder i solfjerne, vil strømmen sandsynligvis øge, og når vinteren falder i solnære, vil strømmen minke noget*, således at vi for tiden skulde have en forholdsvis svag strøm, mindre regn og større forskjel mellem vinter- og sommervarme i det nordvestlige Europa, hvad jo også teorien fordrer.

I andre egne med andre vindforhold vil forholdene stille sig anderledes. Det østlige Nordamerika har vintere med herskende nordvestlige vinde og sommere med væsentlig sydvestlige. Vinter i solfjerne vil her øge nordvestvindene, og man skulde således fristes til at tro, at disse egne under sådanne forhold måtte få et noget strengere klima. Ligeledes er i Østasien om vinteren nordvestlige, om sommeren sydøstlige vinde herskende. Også her vil forholdene arte sig anderledes end hos os, hvor sydvestvinde hersker hele året rundt. Og heraf synes at fremgå, at *ændringerne i klimabetingelserne ikke samtidig vil gå i samme retning overalt på den nordlige halvkugle*. Det samme vil vel også gjælde for den sydlige.

Men ingen større havstrøm kan ændres, uden at det har indflydelse paa det hele store kredsløb, og det synes derfor rimeligt, at jevndøgnsliniens forskyvning til alle tider og på alle steder af vor jords overflade må betinge en periodisk ændring af klimabet.

Vi skal nu prøve på at anstille et slags beregning over den indflydelse, som jevndøgnsliniens forskyvning vil have. Og vi vil stille det spørgsmål: hvor meget vil den kraft, som hvert år virker på den varme nordatlantiske havstrøms overflade, øges i den halvperiode, da vinteren falder i solfjerne?

Jo større excentriciteten af jordbanen er, desto mere vil kraften øges. Når excentriciteten er forsvindende liden, såat banen er næsten kredsførm, vil den periodiske ændring i klimabet blive umærkelig. Men excentriciteten er kun yderst sjelden så forsvindende liden. *Croll's* og *Mc. Farlands* beregninger viser, at den i regelen har en værdi, som er over 0.01, og den er i almindelighed så stor, at perioden i klimabet bør kunne træde tydelig frem.

I den halvperiode på 10—12000 år, da jorden går gennem sit solnære i vinterhalvåret, være sommerdagens gennemsnitlige årlige antal D , vinterdagens d , fremdeles den gennemsnitlige daglige vindstyrke, som virker fremdrivende på den varme strøms overflade, om sommeren k , om vinteren ak , så er vindens årlige virkning

$$S = Dk + adk.$$

Har på samme måde i den tid, da jorden går gennem sit solnære i sommerhalvåret, sommeren gennemsnitlig d' dage med vindstyrke k' og vinteren D' dage med vindstyrken $\alpha' k'$, så bliver den årlige virkning

$$S' = d'k' + \alpha' D'k'.$$

Er excentriciteten den samme i begge tilfælde, så er $D' = D$ og $d' = d$, altså

$$S' - S = D(\alpha'k' - k) - d(ak - k')$$

$$\text{og } \frac{S' - S}{S} = \frac{D(a'k' - k) - d(\alpha k - k')}{(D + \alpha d)k}$$

eller, når man for kortheds skyld sætter $\frac{k'}{k} = \beta$

$$\frac{S' - S}{S} = \frac{D(\alpha'\beta - 1) - d(\alpha - \beta)}{D + \alpha d}$$

Af de 3 størrelser α , α' og β er kun α bekendt efter nutidens iagttagelser; men hvis man forat kunne gjøre et overslag over den virkning, som årstidernes *foranderlige længde* har, foreløbig sætter $\alpha' = \alpha$, d. e. antager forholdet mellem vinterens og sommerens midlere vindstyrke omtrent ens i begge tilfælde, og $k' = k$, altså $\beta = 1$, så bliver

$$\frac{S' - S}{S} = \frac{(D - d)(\alpha - 1)}{D + \alpha d}$$

Ved α betegne vi forholdet mellem den midlere vindstyrke vinter og sommer. Den for Nordatlantterhavet for tiden gjældende værdi af α kan udledes af endnu ikke offentliggjorte, af professor *Mohn* forfattede karter over isøbarerne i dette hav i årets forskellige måneder. Disse karter har *Mohn* med stor velvillie givet mig adgang til at benytte. Dersom man måler forskjellen i luftens tryk i millimeter, så er den for 5 breddegrader¹⁾ i

oktober	4	april	1
november	5	mai	1
december	4	juni	2,5
januar	5,5	juli	2
februar	5	august	1,5
	23,5		8

Da vindens styrke er afhængig af gradienterne, så forhold

¹⁾ Månederne september og marts har jeg efter *Mohn's* råd ikke medtaget i beregningen. Resultatet vilde ikke ændres i nogen mærkelig grad, om de medtoges.

der altså den midlere vindstyrke om vinteren sig til den midlere vindstyrke om sommeren omtrent som 24 til 8, eller som 3 til 1, og α er altså = 3.

Indsættes denne værdi i ovenstående formel, fåes

$$\frac{S' - S}{S} = 2 \frac{D - d}{D + \alpha d}$$

For den nuværende excentricitet (0.017) er (if. p. 31) $D - d = \delta = 5$ og $d = 180$, altså

$$\frac{S' - S}{S} = \frac{10}{725} = 0.014,$$

eller den gennemsnitlige drivkraft, som årlig virker på den varme havstrøms overflade i den halve periode, da jorden går gennem solnære om sommeren, er 1,4 pct. større end den kraft, som virker, når solnæret som nu, falder om vinteren. Når excentriciteten har sin størst mulige værdi, vil forskjellen, når vinteren falder i solfjerne, stige til 5 à 6 pct. af den samlede årlige drivkraft med vinter i solnære.

Ifald excentriciteten i de to halve perioder er så forskjellig, at man må tage hensyn dertil, kan beregningen udføres ligefuldt, da størrelserne D, d, D' og d' kan beregnes for ethvert tilfælde.

Ovenstående beregning viser alene indflydelsen af årstidernes forskjellige længde, og den er gjort under forudsætning af, at den midlere vindstyrke er den samme både i solnære og solfjerne. Men dette er ikke aldeles rigtigt, og vi vil nu undersøge, hvilken indflydelse det efter al sandsynlighed vil have på resultatet, ifald vi kunde medtage virkningen af solens forskellige afstande.

Temperaturen på jordens overflade er afhængig af to væsentlige faktorer, afkølingen ved udstråling mod verdensrummet og opvarmningen ved solen. Om vinteren spiller afkølingen den største rolle, om sommeren er det opvarmningen som fremhersker.

Den vinterlige afkøling frembringer høje lufttryk over landene, hvorefter, som ovenfor nærmere udviklet, havens lave lufttryk følger. Om sommeren derimod skaber solvarmen lave lufttryk over landene. Den opstigende luftstrøm breder sig i de høiere luftlag udover til siderne, således at der må dannes høiere lufttryk over havene, hvor opvarmningen er mindre¹⁾. *Om vinteren er det altså afkølingen, om sommeren opvarmningen af fastlandene, som er den vigtigste drivkraft for luftlagenes bevægelser*, og af denne grund tror jeg også, at jevndøgnsliniens forskyvning må frembringe en klimatisk periode.

Nordatlantehavets herskende sydvestvinde og den af dem betingede varme havstrøm beror på forskjellen mellem det lave lufttryk i havet nær Island og det høje lufttryk, som ligger i havet omtrent mellem 20 og 40° n. br. Det første har sin grund i fastlandenes afkøling, er stærkest om vinteren, men holder sig også om sommeren (sandsynligvis på grund af Grønlands indlandsis), det sidste har vel væsentlig sin grund i opvarmningen af havet i det stille belte og måske også af de varmere fastlande og er noget stærkere udpræget i sommerhalvåret, hvorfor også vindstyrken er noget større i den varme årstid end om våren og høsten (se p. 35).

Man kunde nu indvende, at vore betragtninger over indflydelsen af jevndøgnspunkternes forskyvning hidtil har været ensidige, fordi vi har bortseet fra solens forskellige afstand i solnære og solfjerne. Lad os prøve at undersøge, i hvilken retning denne indflydelse efter al sandsynlighed vilde virke.

I vore formler forekommer for en del ubekendte størrelser. Forat kunne udføre beregningen af indflydelsen af års-

¹⁾ If. *Peschel-Leipoldts »Physische Erdkunde«* II. Lpz. 1880 p. 148 har *Prevost* ment, at jevndøgnsliniens forskyvning måtte frembringe en klimatisk periode, fordi udstrålingen i de lange vintere er større end i de kortere. *Peschel* mener imidlertid, at hellerikke dette vil have nogen indflydelse, fordi, som han siger, udstrålingen finder sted hele året rundt.

tidernes forskjellige længde, antog vi, at den gennemsnitlige daglige vindstyrke i vinterhalvåret var den samme, enten vinteren faldt i solnære eller solfjerne. Afkølingen spiller den vigtigste rolle om vinteren, og hver vinternats længde er den samme, enten jorden er i solnære eller solfjerne. Har solens afstand indflydelse, må afkølingen og den midlere vindstyrke, når vinteren falder i solfjerne, endog blive større. Vi antog $a'k' = ak$, medens $a'k'$ i virkeligheden rimeligvis er større end ak .

Vi har også antaget sommerens midlere daglige vindstyrke at være den samme i solnære og solfjerne, hvilket heller ikke kan være aldeles rigtigt. Thi summen af den solvarme, som en halvkugle modtager i sit sommerhalvår, er den samme til alle tider, enten sommeren falder i solnære eller solfjerne. Og dersom det er solvarmen, som spiller hovedrollen om sommeren, må den midlere daglige vindstyrke således blive noget svagere, når sommeren falder i solfjerne og sommerdagens antal er større. I stedet for at sætte $k = k'$ og $\frac{k'}{k} = \beta = 1$, må vi altså sandsynligvis sætte $k' > k$ og $\frac{k'}{k}$ eller $\beta > 1$.

Nogen ligefrem beregning af den indflydelse, som jevn-døgnspunkternes forskyvning i *virkeligheden* har på klimaret, lader sig ikke udføre, fordi vi ikke kjender værdierne af α' og β , men at denne indflydelse må blive større end den ovenfor beregnede indflydelse af årstidernes forskjellige længde, sees af at

$$k' > k, \beta > 1 \text{ og } a'k' > ak.$$

Thi vi ser let, hvilken indflydelse dette må have på resultatet af beregningen, ved at betragte formlerne

$$\frac{S' - S}{S} = \frac{D(a'k' - k) - d(ak - k')}{(D + \alpha d)k} = \frac{D a'k' - D k - d ak + dk'}{(D + \alpha d)k}$$

og

$$\frac{S' - S}{S} = \frac{D(\alpha'\beta - 1) - d(\alpha - \beta)}{D + \alpha d} = \frac{D\alpha'\beta - D - d\alpha + d\beta}{D + \alpha d}$$

I disse formler forekommer de ukjendte størrelser kun i brøkernes tællere og kun i led med positivt fortegn. Da vi nu i beregningen af den indfyldelse, som forskjellen i årstidernes længde i og for sig havde, rimeligvis for alle disse ukjendte størrelser har antaget for lave værdier, er det klart, at tilvexten i den varme strøms drivkraft, når vinteren falder i solfjerne, i virkeligheden vil blive endnu større end det procenttal, som beregningen med nutidens værdier gav.

Den varmemængde, som den varme strøm *hver dag* fører mod norden, angives af *Croll* at være lig $154^3 959 300^2 000 000^1 000 000$ fodpund. Om denne beregning siger *Peschel*, at den kanske giver et beløb dobbelt så stort som det virkelige, men at den ialfald giver en forestilling om den uhyre varmemængde, som strømmen fører med sig.

Det synes mig således i høi grad rimeligt, at *jevndøgnspunkternes forskyvning må forårsage en periodisk forandring af klimaret, som er stor nok til at forklare alle de kjendsgjerninger, hvorpå teorien om disse periodiske ændringer er bygget.* Dog skal jeg villig indrømme, at disse forhold er indviklede og vanskelige. Når jeg har vovet at fremlægge mine betragtninger for offentligheden, er det væsentlig for atter at henlede meteorologernes, fysikernes og geologernes opmærksomhed på den ofte omhandlede mulige indfyldelse af astronomiske perioder på de jordiske ting. De forsøg, som man hidtil har gjort forat påvise denne indfyldelse, har mødt indvendinger. Nærværende sammenstilling af kjendsgjernerne er ny og synes mig at være værd overveielse.

Bestimmung des Bogenelements aller Flächen, deren
geodätische Kreise eine infinitesimale Berührungstransformation gestatten.

SOPHUS LIE.

In früheren Abhandlungen¹⁾ bestimmte ich alle Flächen die eine infinitesimale *Punkttransformation* in sich gestatten²⁾, vermöge deren die geodätischen Curven der Fläche unter sich vertauscht werden. Es ist leicht einzusehen, dass jede Fläche unbegrenzt viele (endliche wie infinitesimale) *Berührungstransformationen* in sich zugiebt, vermöge deren die betreffenden geodätischen Curven unter sich permutirt werden, Bestimmt nämlich die Gleichung.

$$\Omega(x\ y\ a\ b) = 0$$

zwischen den *Gaussischen* Coordinaten $x\ y$ einer beliebigen

¹⁾ Classification der Flächen etc. Univ.programm. Chr.a 1879, Math. Annalen Bd. XX, Pag. 357.

²⁾ Werden die geodätischen Curven einer Fläche bestimmt durch die Relation

$$\Omega(x\ y\ a\ b) = 0$$

zwischen den Gaussischen Coordinaten $x\ y$ und den Parametern $a\ b$, so werden diese Curven unter sich vertauscht durch die Transformation

$$x = X(x'\ y'),\ y = Y(x'\ y'),$$

dann und nur dann wenn auch die Gleichung

$$\Omega(X\ Y\ a\ b) = 0$$

serge geodätische Curven darstellt.

Fläche und den beiden Parametern a b die geodätischen Curven unserer Fläche, so liefern zwei Gleichungen der Form

$$a = F(a_1, b_1), \quad b = f(a_1, b_1),$$

wie ich hier nicht näher ausführen brauche, immer eine Berührungstransformation der verlangten Art; und dabei ist klar, dass die Form der Relation $\Omega = 0$ in unbegrenzt vielen Weisen geändert werden kann.

Betrachtet man dagegen alle dreifach unendlich viele geodätische Kreise³⁾ einer Fläche, so ist leicht einzusehen, dass es im Allgemeinen keine infinitesimale Berührungstransformation giebt, welche diese Kreise unter sich vertauscht. In dieser Abhandlung gebe ich eine *vollständige Erledigung der anscheinend schwierigen Frage nach der allgemeinsten Form des Bogenelements einer Fläche, deren geodätische Kreise eine infinitesimale Berührungstransformation gestatten.*

Unter den verschiedenen Resultaten, die ich in dieser Weise erreiche, mögen hier nur die folgenden hervorgehoben werden:

1) *Die Flächen constant'er Krümmung sind die einzigen, deren geodätische Kreise sich durch eine Relation der Form*

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 - c^2 = 0$$

*darstellen lassen*²⁾. Dieser Satz ist, wie man sieht, analog dem schönen *Beltramischen* Satze, dass die Flächen constant'er Krümmung die einzigen sind, deren geodätische Linien durch eine lineare Gleichung

$$ax + by + c = 0$$

darstellbar sind.

¹⁾ Geodätischen Kreis nenne ich jede auf einer Fläche gelegene Curve deren geodätische Krümmung constanten Werth besitzt.

²⁾ Der Satz des Textes lässt sich auch folgendermassen aussprechen: *Kann die Differentialgleichung der geodätischen Kreise durch eine beliebige Berührungstransformation die Form*

$$\frac{d^3y}{dx^3} = 0$$

erhalten, so hat die Fläche constante Krümmung.

2) *Die geodätischen Kreise einer Fläche gestatten entweder zehn, oder zwei oder eine oder gar keine infinitesimale Berührungstransformation.* Dieser Satz ist analog einem von mir aufgestellten Satze über geodätische Linien.

3) *Es giebt einige auf gewissen Rotationsflächen abwickelbaren Flächen, deren geodätische Kreise zwei infinitesimale und conforme Transformationen gestatten, unter denen eine und nur eine gleichzeitig die geodätischen Linien unter sich vertauscht.*

4) *Nur auf den Flächen constanter Krümmung lässt ein geodätischer Kreis, d. h. eine Curve mit constanter geodätischen Krümmung sich zugleich definiren als Ort aller Punkte mit constanter geodätischen Distanz von einem festen Punkte.*

Ich vermuthe in Uebrigen, dass dieser letzte Satz längst gekannt ist.

§ 1.

Analytische Formulirung des Problems.

In diesem Paragraphen formulire ich das angekündigte Problem analytisch. Ich denke mich das Bogenelement einer Fläche auf die Form

$$ds^2 = z dx dy$$

gebracht, und bestimme zuerst diejenige Differentialgleichung 3. O.:

$$y'''' = f(xy y' y''),$$

deren Integrale Curven auf unserer Fläche darstellen, die constante geodätische Krümmung besitzen. Darnach bilde ich die allgemeinen Definitionsgleichungen einer infinitesimalen Berührungstransformation in den Variabeln $xy y'$ und endlich verlange ich, dass eine solche Transformation die soeben besprochene Differentialgleichung 3. O. invariant lässt.

1. Geodätische Krümmung einer auf einer gegebenen

Fläche gelegenen Curve c nennt man bekanntlich das Grenzverhältniss zwischen dem Winkel (ε) zweier benachbarten geodätischen Tangenten ($g g'$) und der Distanz ds der beiden betreffenden Berührungspunkte. Man erkennt leicht vermöge der bekannten *Laguerreschen* Formel, dass ε den Werth

$$\frac{1}{2i} \log \frac{y' + ds \frac{dy'}{ds}}{y' + ds \frac{d_1 y'}{ds}}$$

besitzt, wenn $y', y' + ds \frac{dy'}{ds}$ und $y' + ds \frac{d_1 y'}{ds}$ die Werthe der Grösse $\frac{dy}{dx}$ im Berührungspunkte zwischen c und g und in zwei benachbarten Punkten dieser beiden Curven bezeichnen. Der Werth der geodätischen Krümmung wird hiernach

$$\frac{1}{2i y'} \left(\frac{dy'}{ds} - \frac{d_1 y'}{ds} \right) = \frac{1}{2i y' \sqrt{y'} \sqrt{z}} \left(\frac{dy'}{dx} - \frac{d_1 y'}{dx} \right)$$

Nun aber ist

$$\frac{d_1^2 y}{dx^2} = \frac{1}{z} \left(y' \frac{dz}{dx} - y'^2 \frac{dz}{dy} \right) = \frac{d_1 y'}{dx}$$

nach *Gauss* die Differentialgleichung der geodätischen Linien. Daher wird

$$\frac{1}{2i y' \sqrt{y'} \sqrt{z}} \left(y'' - \frac{1}{z} y' \frac{dz}{dx} + \frac{1}{z} y'^2 \frac{dz}{dy} \right)$$

der Ausdruck der geodätischen Krümmung und in Folge dessen

$$(1) \quad \frac{1}{y' \sqrt{y'} \sqrt{z}} \left(y'' - \frac{1}{z} y' \frac{dz}{dx} + \frac{1}{z} y'^2 \frac{dz}{dy} \right) = \text{Const.}$$

die Differentialgleichung zweiter Ordnung, deren Integralcurven eine gegebene constante geodätische Krümmung besitzen. Durch Differentiation findet man die entsprechende Differen-

tialgleichung 3. O. Um die Formeln zu vereinfachen setzen wir

$$Z = \frac{1}{\sqrt{z}}, \quad ds^2 = \frac{dx \, dy}{Z^2};$$

$$\frac{dZ}{dx} = P, \quad \frac{dZ}{dy} = Q,$$

$$\frac{dP}{dx} = R, \quad \frac{dQ}{dy} = T;$$

dann erhält (1) die Form:

$$Z y' - \frac{3}{2} y'' + 2y' - \frac{1}{2} P - 2y, \frac{1}{2} Q = \text{Const.}$$

und die Differentialgleichung 3. O. der geodätischen Kreise wird hiernach die folgende

$$(2) \quad F = y''' - \frac{3}{2} y' - y''^2 + 2 \frac{R}{Z} y' - 2 \frac{T}{Z} y'^3 = 0.$$

Diese Gleichung erhält durch die Substitution

$$y' - \frac{1}{2} = \omega, \quad \frac{d\omega}{dx} = \omega_1, \quad \frac{d\omega_1}{dx} = \omega_2$$

die bemerkenswerthe Form

$$(3) \quad \omega_2 - \frac{R}{Z} \omega + \frac{T}{Z} \omega^{-3} = 0.$$

2. Eine Transformation

$$x_1 = X(x y y'), \quad y_1 = Y(x y y'), \quad y'_1 = U(x y y')$$

heißt nach mir eine Berührungstransformation, wenn eine Relation der Form

$$dX - U dX = V(x y y') (dy - y' dx)$$

identisch besteht. Dementsprechend nenne ich eine infinitesimale Transformation

$$\delta x = \xi(x y y') \delta t, \quad \delta y = \eta \delta t, \quad \delta y' = \zeta \delta t$$

eine Berührungstransformation, wenn der Ausdruck

$$\frac{\delta}{\delta t} (dy - y' dx) = d\eta - \mathcal{L} dx - y' d\xi$$

durch Ausführung die Form

$$V(x y y') (dy - y' dx)$$

annimmt. Eine infinitesimale Berührungstransformation besitzt nach meinen alten Untersuchungen die Form

$$\left. \begin{aligned} \delta x &= -\frac{dW}{dy'} \delta t, \quad \delta y = \left(-y' \frac{dW}{dy'} + W \right) \delta t \\ \delta y' &= \left(y' \frac{dW}{dy} + \frac{dW}{dx} \right) \delta t, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

wo W eine arbiträre Funktion von $x y y'$ bezeichnet. Dass wirklich alle infinitesimale Transformationen dieser Form Berührungstransformationen sind, beruht darauf, dass der Ausdruck

$$\begin{aligned} d\eta - \mathcal{L} dx - y' d\xi &= d \left(-y' \frac{dW}{dy'} + W \right) - \left(y' \frac{dW}{dy} + \frac{dW}{dx} \right) dx \\ &\quad + y' d \frac{dW}{dy'} \end{aligned}$$

durch Ausführung und Wegwerfung von den sich aufhebenden Gliedern die Form

$$\frac{dW}{dy} (dy - y' dx)$$

annimmt.

3. Verlangen wir jetzt, dass eine infinitesimale Berührungstransformation (4) die Gleichung (2) invariant lassen soll, so müssen wir zunächst die der Transformation entsprechenden Incremente $\delta y''$ und $\delta y'''$ berechnen, und darnach verlangen, dass die Gleichung

$$(5) \quad \frac{dF}{dy'''} \delta y''' + \frac{dF}{dy''} \delta y'' + \frac{dF}{dy'} \delta y' + \frac{dF}{dy} \delta y + \frac{dF}{dx} \delta x = 0$$

vermöge $F = 0$ identisch besteht.

Zu Berechnung von $\delta y''$ bilden wir die Gleichung

$$\delta (dy' - y'' dx) = 0 = d \delta y' - y'' d \delta x - \delta y'' dx$$

woraus

$$\delta y'' = \frac{d \delta y' - y'' d \delta x}{dx}$$

oder

$$\delta y'' = \left\{ \frac{d \left(y' \frac{dW}{dy} + \frac{dW}{dx} \right)}{dx} + y'' \frac{d \frac{dW}{dy'}}{dx} \right\} \delta t,$$

oder endlich

$$\begin{aligned} \frac{\delta y''}{\delta t} &= y''^2 \frac{d^2 W}{dy'^2} + y'' \left(\frac{dW}{dy} + 2 \frac{d^2 W}{dx dy'} + 2 \frac{d^2 W}{dy dy'} y' \right) \\ &+ \frac{d^2 W}{dx^2} + 2 \frac{d^2 W}{dx dy} y' + \frac{d^2 W}{dy^2} y'^2 = y''^2 \frac{d^2 W}{dy'^2} + \varphi_1 y'' + \varphi. \end{aligned}$$

Wünschen wir andererseits $\delta y'''$ zu berechnen, so bilden wir die Gleichung

$$\delta (dy'' - y''' dx) = 0 = d \delta y'' - y''' d \delta x - \delta y''' dx,$$

woraus

$$\delta y''' = \frac{d \delta y'' - y''' d \delta x}{dx},$$

und durch Ausführung

$$\delta y''' = 3y'' y''' \frac{d^2 W}{dy'^2} + y''' f_3 + y''^3 \frac{d^3 W}{dy'^3} + f_2 y''^2 + f_1 y'' + f,$$

wo die Grössen f_3, f_2, f_1, f , die nur von $x y y'$ abhängen, bis weiter nicht berechnet werden brauchen.

Die hiermit gefundenen Werthe von den Incrementen $\delta x, \delta y, \delta y', \delta y'', \delta y'''$ tragen wir in (5) ein und verlangen hiernach, dass die hervorgehende Relation

$$3y'' y''' \frac{d^2 W}{dy'^2} + y''' f_3 + y''^3 \frac{d^3 W}{dy'^3} + f_2 y''^2 + f_1 y'' + f$$

$$\begin{aligned}
 & -3y'^{-1}y''\left(y''^2\frac{d^2W}{dy'^2}+\varphi_1y''+\varphi\right) \\
 & +\left(\frac{3}{2}y'^{-2}y''^2+2\frac{R}{Z}-6\frac{T}{Z}y'^2\right)\left(y'\frac{dW}{dy}+\frac{dW}{dx}\right) \\
 & -\frac{d}{dx}\left(2\frac{R}{Z}y'-2\frac{T}{Z}y'^3\right)\frac{dW}{dy'}+\frac{d}{dy}\left(2\frac{R}{Z}y'-2\frac{T}{Z}y'^3\right)\left(y'\frac{dW}{dy}+\frac{dW}{dx}\right)=0
 \end{aligned}$$

vermöge $F=0$ identisch besteht. Hierdurch erhalten wir als analytische Formulirung unseres Problems eine Reihe Bedingungsgleichungen, die wir im nächsten Paragraphen bilden und discutiren werden.

§ 2.

Zerlegung des Problems.

In diesem Paragraphen zeigen wir, dass die unbekannte Funktion W , deren allgemeinste Bestimmung unser Ziel bildet, die Form

$$W = \sqrt{y'} \Omega(xy) - \xi(xy) y' + \eta(xy)$$

besitzt; darnach beweisen wir, dass ξ nur von x , η nur von y abhängt; wir zeigen ferner, dass die Grösse Ω nur auf den Flächen constanter Krümmung von Null verschieden sein kann. Zur näheren Bestimmung von $\Omega(yx)$, $\xi(x)$ und $\eta(y)$ in den verschiedenen Fällen stellen wir die nothwendigen Relationen auf, deren vollständige Discussion im nächsten Paragraphen geliefert wird.

4. In der letzten Gleichung des vorangehenden Paragraphen sollen wir die Substitution

$$y''' = \frac{3}{2}y'^{-1}y''^2 - 2\frac{R}{Z}y' + 2\frac{T}{Z}y'^3$$

machen und darnach verlangen, dass die hervorgehende Relation, welche die Form

$$Ay''^3 + By''^2 + Cy'' + D = 0$$

besitzt, identisch besteht, dass also A, B, C und D sämmtlich verschwinden. Vorläufig bilden wir nur die Gleichung $A = 0$ d. h. die Relation

$$3y'^{-1} \frac{d^2 W}{dy'^2} + 2 \frac{d^3 W}{dy'^3} = 0,$$

welche zeigt, dass W wirklich die Form

$$(6) \quad W = 2 \Omega(x y) \sqrt{y'} - \xi(x y) y' + \eta(x y)$$

besitzt, wie oben angekündigt wurde. Das hiermit erhaltene Resultat gestattet eine bemerkenswerthe geometrische Interpretation, wie wir in Nummer 9 zeigen werden.

5. Indem wir jetzt weiter gehen, ersetzen wir die Grössen y', y'', y''' , wie früher angedeutet durch

$$y'^{-\frac{1}{2}} = \omega, \quad \frac{d\omega}{dx} = \omega_1, \quad \frac{d\omega_1}{dx} = \omega_2,$$

sodass die Differentialgleichung der geodätischen Kreise die Form

$$\omega_2 - \frac{R}{Z} \omega + \frac{T}{Z} \omega^{-3} = 0$$

annimmt. Sodann berechnen wir die Incremente $\delta x \delta y \delta \omega \delta \omega_1 \delta \omega_2$ bei unserer infinitesimalen Transformation. Es ist

$$\frac{\delta x}{\delta t} = -\frac{dW}{dy'} = -\Omega y'^{-\frac{1}{2}} + \xi = -\Omega \omega + \xi,$$

$$\frac{\delta y}{\delta t} = -y' \frac{dW}{dy'} + W = \Omega y'^{\frac{1}{2}} + \eta = \Omega \omega^{-1} + \eta,$$

$$\frac{\delta \omega}{\delta t} = -\frac{1}{2} y'^{-\frac{3}{2}} \delta y' = -\frac{d\Omega}{dy'} - \omega^2 \frac{d\Omega}{dx} - \frac{1}{2} \left(\frac{d\eta}{dx} \omega^3 - \left(\frac{d\xi}{dx} - \frac{d\eta}{dy} \right) \omega - \frac{d\xi}{dy} \omega^{-1} \right).$$

Zur Berechnung von $\delta \omega_1$ bilden wir die Gleichung

$$\frac{\delta}{\delta t} (d\omega - \omega_1 dx) = 0$$

welche giebt

$$\frac{\delta\omega_1}{\delta t} = \frac{d\delta\omega - \omega_1 d\delta x}{dx}$$

und durch Ausführung

$$\begin{aligned} \frac{\delta\omega_1}{\delta t} = & \omega_1^2 \Omega + \omega_1 \left(-\omega \frac{d\Omega}{dx} + \omega^{-1} \frac{d\Omega}{dy} \right) - \omega^2 \frac{d^2\Omega}{dx^2} - 2 \frac{d^2\Omega}{dx dy} - \frac{d^2\Omega}{dy^2} \omega^{-2} \\ & + \omega_1 \left(-\frac{1}{2} \frac{d\xi}{dx} - \frac{3}{2} \frac{d\xi}{dy} \omega^{-2} \right) + \frac{1}{2} \omega \frac{d^2\xi}{dx^2} + \omega^{-1} \frac{d^2\xi}{dx dy} + \frac{1}{2} \frac{d^2\xi}{dy^2} \omega^{-3} \\ & - \omega_1 \left(\frac{3}{2} \frac{d\eta}{dx} \omega^2 + \frac{1}{2} \frac{d\eta}{dy} \right) - \frac{1}{2} \frac{d^3\eta}{dx^2} \omega^3 - \frac{d^3\eta}{dx dy} \omega - \frac{1}{2} \frac{d^3\eta}{dy^2} \omega^{-1}. \end{aligned}$$

Zur Berechnung endlich von $\delta\omega_2$ bilden wir die Gleichung

$$\frac{\delta}{\delta t} (d\omega_1 - \omega_2 dx) = 0,$$

welche giebt

$$\frac{\delta\omega_2}{\delta t} = \frac{d\delta\omega_1 - \omega_2 d\delta x}{dx}$$

und durch Ausführung

$$\begin{aligned} \frac{\delta\omega_2}{\delta t} = & 3 \omega_1 \omega_2 \Omega + 2 \frac{d\Omega}{dy} \omega^{-1} \omega_2 + 3 \omega_1 \left(-\omega \frac{d^2\Omega}{dx^2} + \omega^{-3} \frac{d^2\Omega}{dy^2} \right) \\ & - \omega^2 \frac{d^3\Omega}{dx^3} - 3 \frac{d^3\Omega}{dx^2 dy} - 3 \omega^{-2} \frac{d^3\Omega}{dx dy^2} - \omega^{-4} \frac{d^3\Omega}{dy^3} \\ & - \left(\frac{3}{2} \frac{d\xi}{dx} + \frac{5}{2} \frac{d\xi}{dy} \omega^{-2} \right) \omega_2 + 3 \frac{d\xi}{dy} \omega^{-3} \omega_1^2 - 3 \omega_1 \left(\omega^{-2} \frac{d^2\xi}{dx dy} + \omega^{-4} \frac{d^2\xi}{dy^2} \right) \\ & + \frac{1}{2} \omega \frac{d^3\xi}{dx^3} + \frac{3}{2} \omega^{-1} \frac{d^3\xi}{dx^2 dy} + \frac{3}{2} \omega^{-3} \frac{d^3\xi}{dx dy^2} + \frac{1}{2} \omega^{-5} \frac{d^3\xi}{dy^3} \\ & - \left(\frac{3}{2} \omega^2 \frac{d\eta}{dx} + \frac{1}{2} \frac{d\eta}{dy} \right) \omega_2 - 3 \frac{d\eta}{dx} \omega \omega_1^2 - 3 \omega_1 \left(\frac{d^2\eta}{dx^2} \omega^2 + \frac{d^2\eta}{dx dy} \right) \\ & - \frac{1}{2} \frac{d^3\eta}{dx^3} \omega^3 - \frac{3}{2} \frac{d^3\eta}{dx^2 dy} \omega - \frac{3}{2} \frac{d^3\eta}{dx dy^2} \omega^{-1} - \frac{1}{2} \frac{d^3\eta}{dy^3} \omega^{-3}. \end{aligned}$$

Die gefundenen Werthe substituiren wir in die Gleichung

$$\delta\omega_2 + \left(-\frac{R}{Z} - 3\frac{T}{Z}\omega^{-4}\right)\delta\omega + \frac{d}{dx}\left(-\frac{R}{Z}\omega + \frac{T}{Z}\omega^{-3}\right)\delta x \\ + \frac{d}{dy}\left(-\frac{R}{Z}\omega + \frac{T}{Z}\omega^{-3}\right)\delta y = 0$$

und ersetzen hiernach ω_2 durch $\frac{R}{Z}\omega - \frac{T}{Z}\omega^{-3}$.

Die hervorgehende Relation, die identisch bestehen soll, besitzt die Form

$$(7) \quad L\omega_1^2 + M\omega_1 + N = 0$$

wobei L , M und N nur von x , y und ω abhängen. Also verschwinden L , M und N identisch. Nun ist

$$L = 3\frac{d\xi}{dy}\omega^{-3} - 3\frac{d\eta}{dx}\omega = 0,$$

und also muss

$$\frac{d\xi}{dy} = 0, \quad \frac{d\eta}{dx} = 0,$$

so dass die gesuchte Grösse W die Form

$$2\Omega(x, y)\sqrt{y'} - y'\xi(x) + \eta(y)$$

besitzt.

6. Zur näheren Bestimmung von den drei unbekanntenen Funktionen $\Omega(x, y)$, $\xi(x)$ und $\eta(y)$ bilden wir die Gleichung (7):

$$\left(3\omega_1\Omega + 2\omega^{-1}\frac{d\Omega}{dy}\right)\left(\frac{R}{Z}\omega - \frac{T}{Z}\omega^{-3}\right) + 3\omega_1\left(-\omega\frac{d^2\Omega}{dx^2} + \omega^{-3}\frac{d^2\Omega}{dy^2}\right) \\ - \omega^2\frac{d^3\Omega}{dx^3} - 3\frac{d^3\Omega}{dx^2dy} - 3\omega^{-2}\frac{d^3\Omega}{dx dy^2} - \omega^{-4}\frac{d^3\Omega}{dy^3} + \frac{1}{2}\omega\frac{d^3\xi}{dx^3} \\ - \left(\frac{3}{2}\frac{d\xi}{dx} + \frac{1}{2}\frac{d\eta}{dy}\right)\left(\frac{R}{Z}\omega - \frac{T}{Z}\omega^{-3}\right) - \frac{1}{2}\frac{d^3\eta}{dy^3}\omega^{-3}$$

$$\begin{aligned}
 & - \left(\frac{R}{Z} + 3 \frac{T}{Z} \omega^{-4} \right) \left(- \frac{d\Omega}{dy} - \omega^2 \frac{d\Omega}{dx} + \frac{1}{2} \left(\frac{d\xi}{dx} - \frac{d\eta}{dy} \right) \omega \right) \\
 & + \frac{d}{dx} \left(- \frac{R}{Z} \omega + \frac{T}{Z} \omega^{-3} \right) \left(- \Omega \omega + \xi \right) \\
 & + \frac{d}{dy} \left(- \frac{R}{Z} \omega + \frac{T}{Z} \omega^{-3} \right) \left(\Omega \omega^{-1} + \eta \right) = 0
 \end{aligned}$$

die sich in die folgenden zerlegt:

$$\begin{aligned}
 \Omega \frac{R}{Z} - \frac{d^2 \Omega}{dx^2} &= 0, \quad \Omega \frac{T}{Z} - \frac{d^2 \Omega}{dy^2} = 0, \\
 3 \frac{d\Omega}{dy} \frac{R}{Z} - 3 \frac{d^3 \Omega}{dx^2 dy} - \Omega \frac{d}{dy} \frac{R}{Z} &= 0, \\
 3 \frac{d\Omega}{dx} \frac{T}{Z} - 3 \frac{d^3 \Omega}{dx dy^2} - \Omega \frac{d}{dx} \frac{T}{Z} &= 0, \\
 - \frac{d^3 \Omega}{dy^3} + \frac{T}{Z} \frac{d\Omega}{dy} + \Omega \frac{d}{dy} \frac{T}{Z} &= 0, \\
 - \frac{d^3 \Omega}{dx^3} + \frac{R}{Z} \frac{d\Omega}{dx} - \Omega \frac{d}{dx} \frac{R}{Z} &= 0, \\
 - \xi \frac{d}{dx} \frac{R}{Z} - \eta \frac{d}{dy} \frac{R}{Z} + \frac{1}{2} \frac{d^3 \xi}{dx^3} - 2 \frac{R}{Z} \frac{d\xi}{dx} &= 0, \\
 \xi \frac{d}{dx} \frac{T}{Z} + \eta \frac{d}{dy} \frac{T}{Z} - \frac{1}{2} \frac{d^3 \eta}{dy^3} + 2 \frac{T}{Z} \frac{d\eta}{dy} &= 0.
 \end{aligned}$$

Ist nun Ω verschieden von Null, so erhalten wir die folgenden Relationen

$$\frac{1}{\Omega} \frac{d^2 \Omega}{dx^2} = \frac{1}{Z} \frac{d^2 Z}{dx^2} = X(x)$$

$$\frac{1}{\Omega} \frac{d^2 \Omega}{dy^2} = \frac{1}{Z} \frac{d^2 Z}{dy^2} = Y(y)$$

$$- \xi X + \frac{1}{2} \xi''' - 2 X \xi' = 0$$

$$\eta Y' - \frac{1}{2} \eta''' + 2 Y \eta' = 0$$

die wir zunächst discutiren werden. Statt x und y führen wir neue Variable x_1 y_1 ein; dann wird

$$ds^2 = \frac{dx dy}{Z^2} = \frac{dx_1 dy_1}{Z_1^2},$$

und wenn wir die Differentialquotienten von x hinsichtlich x_1 und von y hinsichtlich y_1 mit x' und y' bezeichnen:

$$Z_1 = Z x'^{-\frac{1}{2}} y'^{-\frac{1}{2}}$$

$$\frac{1}{Z_1} \frac{d^2 Z_1}{dx_1^2} = X x'^2 + x'^{\frac{1}{2}} (x'^{-\frac{1}{2}})''$$

$$\frac{1}{Z_1} \frac{d^2 Z_1}{dy_1^2} = Y y'^2 + y'^{\frac{1}{2}} (y'^{-\frac{1}{2}})''$$

wobei x_1 und y_1 immer derart gewählt werden können, dass die rechten Seiten gleich Null werden. Wir können daher ohne Beschränkung

$$\frac{1}{\Omega} \frac{d^2 \Omega}{dx^2} = \frac{1}{Z} \frac{d^2 Z}{dx^2} = 0,$$

$$\frac{1}{\Omega} \frac{d^2 \Omega}{dy^2} = \frac{1}{Z} \frac{d^2 Z}{dy^2} = 0,$$

$$\xi''' = 0, \eta''' = 0.$$

Also wird

$$Z = axy + bx + cy + d,$$

$$\Omega = Axy + Bx + Cy + D,$$

$$\xi = \alpha_2 x^2 + \alpha_1 x + \alpha, \quad \eta = \beta_2 y^2 + \beta_1 y + \beta.$$

Der gefundene Werth von Z zeigt, dass Ω nur auf den Flächen constanter Krümmung von Null verschieden seinkann.

Die geodätischen Kreise der Flächen constanter Krümmung sind dargestellt durch die Gleichung

$$y''' - \frac{3}{2} y'^{-1} y''^2 = 0 = (y'^{-\frac{1}{2}})''$$

mit zehn unabhängigen infinitesimalen Berührungstransformationen der Form

$$(\Delta xy + Bx + Cy + D) \sqrt{y'} - (\alpha_2 x^2 + \alpha_1 x + \alpha) y' + \beta_2 y^2 + \beta_1 y + \beta$$

Die endliche Gleichung dieser geodätischen Kreise

$$y = (ax + b)^{-1} + c$$

erhält bekanntlich durch passenden Coordinatenwahl die Form

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = c.$$

Wir erhalten ebenfalls den folgenden a priori nicht evidenten Satz.

Gestatten die geodätischen Kreise einer Flächen mit nicht constantem Krümmungsmaasse eine infinitesimale Berührungstransformation, so ist diese Transformation immer eine Punkttransformation.

Im folgenden Paragraphen werden wir den Fall $\Omega = 0$ eingehend discutiren.

§ 3.

Allgemeine Erledigung des Problems.

7. Im vorangehenden Paragraphen gaben wir die Bestimmung der Grösse

$$W = 2 \Omega(x y) \sqrt{y'} - \xi(x y) y' + \eta(x y)$$

für den Fall $\Omega \geq 0$. Es bleibt übrig den interessanten Fall $\Omega = 0$ erschöpfend zu discutiren. Dann sind ξ und η bestimmt durch die Relationen

$$\frac{d\xi}{dy} = 0, \frac{d\eta}{dx} = 0, \xi = \xi(x), \eta = \eta(y),$$

$$-\xi \frac{dR}{dx Z} - \eta \frac{dR}{dy Z} + \frac{1}{2} \xi''' - 2 \xi' \frac{R}{Z} = 0,$$

$$\xi \frac{d}{dx} \frac{T}{Z} + \eta \frac{d}{dy} \frac{T}{Z} - \frac{1}{2} \eta''' + 2 \eta' \frac{T}{Z} = 0.$$

Sind sowohl ξ wie η verschieden von Null, so ist es immer möglich eine solche Funktion von x als neues x und eine solche Funktion von y als neues y einzuführen, dass

$$\xi = 1, \eta = 1$$

wird. Dann ist Z bestimmt durch

$$\frac{d}{dx} \frac{R}{Z} + \frac{d}{dy} \frac{R}{Z} = 0,$$

$$\frac{d}{dx} \frac{T}{Z} + \frac{d}{dy} \frac{T}{Z} = 0,$$

woraus

$$(8) \quad \begin{cases} R = \frac{d^2 Z}{dx^2} = f(x-y) Z, \\ T = \frac{d^2 Z}{dy^2} = \varphi(x-y) Z. \end{cases}$$

Es handelt sich darum, die allgemeinste Lösung Z der beiden letzten Gleichungen zu bestimmen.

Setzen wir

$$Z = e^{\Phi},$$

so nehmen die Gleichungen (8) die Form:

$$(9) \quad \begin{cases} \frac{d^2 \Phi}{dx^2} + \left(\frac{d\Phi}{dx} \right)^2 = f(x-y), \\ \frac{d^2 \Phi}{dy^2} + \left(\frac{d\Phi}{dy} \right)^2 = \varphi(x-y). \end{cases}$$

Also wird

$$\frac{d^3 \Phi}{dx^3} + \frac{d^3 \Phi}{dx^2 dy} + 2 \frac{d\Phi}{dx} \left(\frac{d^2 \Phi}{dx^2} + \frac{d^2 \Phi}{dx dy} \right) = 0,$$

$$\frac{d^3 \Phi}{dy^3} + \frac{d^3 \Phi}{dx dy^2} + 2 \frac{d\Phi}{dy} \left(\frac{d^2 \Phi}{dy^2} + \frac{d^2 \Phi}{dx dy} \right) = 0,$$

woraus

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 \Phi}{dx^2} + \frac{d^2 \Phi}{dx dy} &= Y_1(y) e^{-2 \Phi} \\ \frac{d^2 \varphi}{dy^2} + \frac{d^2 \Phi}{dx dy} &= X_1(x) e^{-2 \Phi} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Aus (9) folgt andererseits

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^3 \Phi}{dx^2 dy} + 2 \frac{d\Phi}{dx} \frac{d^2 \Phi}{dx dy} &= -f' \\ \frac{d^3 \Phi}{dx dy^2} + 2 \frac{d\Phi}{dy} \frac{d^2 \Phi}{dx dy} &= \varphi' \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

und

$$\begin{aligned} \frac{d^4 \Phi}{dx^2 dy^2} + 2 \frac{d\Phi}{dx} \frac{d^3 \Phi}{dx dy^2} + 2 \left(\frac{d^2 \Phi}{dx dy} \right)^2 &= f'' \\ \frac{d^4 \Phi}{dx^2 dy^2} + 2 \frac{d\Phi}{dy} \frac{d^3 \Phi}{dx^2 dy} + 2 \left(\frac{d^2 \Phi}{dx dy} \right)^2 &= \varphi'' \end{aligned}$$

und durch Subtraction

$$2 \frac{d\Phi}{dx} \frac{d^3 \Phi}{dx dy^2} - 2 \frac{d\Phi}{dy} \frac{d^3 \Phi}{dx^2 dy} = f'' - \varphi''$$

woraus durch Benutzung von (11)

$$2 \frac{d\Phi}{dx} \varphi' + 2 \frac{d\Phi}{dy} f' = f'' - \varphi''.$$

Erinnert man endlich, dass f und φ Funktionen von $x - y$ sind, so folgt

$$\varphi' \left(\frac{d^2 \Phi}{dx^2} + \frac{d^2 \Phi}{dx dy} \right) + f' \left(\frac{d^2 \Phi}{dx dy} + \frac{d^2 \Phi}{dy^2} \right) = 0$$

und durch Combination mit (10)

$$Y_1 \varphi' + X_1 f' = 0. \quad (12)$$

Setzen wir nun voraus, dass sowohl X_1 wie f' von Null verschieden sind, so folgt

$$\frac{X_1'}{X_1} = \frac{Y_1'}{Y_1} = m = \text{Const.}$$

und wenn m nicht verschwindet

$$X_1 = Le^{mx}, \quad Y_1 = Me^{my}$$

und also (10)

$$\frac{d^2\Phi}{dx^2} + \frac{d^2\Phi}{dx dy} = Me^{my}e^{-2\Phi},$$

$$\frac{d^2\Phi}{dx dy} + \frac{d^2\Phi}{dy^2} = Le^{mx}e^{-2\Phi}$$

woraus

$$\frac{d}{dy} (Me^{my}e^{-2\Phi}) = \frac{d}{dx} (Le^{mx}e^{-2\Phi})$$

oder durch Ausführung

$$2 Le^{mx} \frac{d\Phi}{dx} - 2 Me^{my} \frac{d\Phi}{dy} + m (Me^{my} - Le^{mx}) = 0$$

Die hiermit gefundene lineare partielle Differentialgleichung 1. O. zeigt, dass Φ die Form

$$\Phi = \frac{m(x+y)}{2} + \Pi (Me^{-mx} + Le^{-my}) = \frac{m(x+y)}{2} + \Pi(\rho)$$

besitzt. Zur näheren Bestimmung von Π substituiren wir den gefundenen Werth von Φ in die erste Gleichung (9). Dies gibt wenn wir $m = 1$ setzen, eine Relation der Form

$$e^{-2x}(\Pi'' + \Pi'^2) = U(x - y),$$

woraus

$$\frac{dU}{dx} + \frac{dU}{dy} = 0 = (\Pi''' + 2\Pi'\Pi'')\rho + 2(\Pi'' + \Pi'^2)$$

und

$$\frac{d(\Pi'' + \Pi'^2)}{\Pi'' + \Pi'^2} + 2 \frac{d\rho}{\rho} = 0$$

und durch Integration

$$\Pi'' + \Pi'^2 = C\rho^{-2},$$

oder

$$\frac{d^2}{d\rho} (e\Pi) = C\rho^{-2}e\Pi,$$

woraus

$$e\Pi = A\rho^{\frac{1}{2} + \varepsilon} + B\rho^{\frac{1}{2} - \varepsilon},$$

wo A, B und ε Constante bezeichnen. Also wird

$$Z = e^{\Phi} = e^{-\frac{(x+y)}{2}} (A\rho^{\frac{1}{2} + \varepsilon} + B\rho^{\frac{1}{2} - \varepsilon})$$

$$\rho = Me^{-x} + Le^{-y}.$$

Da der gefundene Werth von Z hinsichtlich x und y symmetrisch ist, so erfüllt derselbe auch die letzte Gleichung (9) Setzen wir

$$Me^{-x} = x_1, Le^{-y} = y_1,$$

so erhält das Bogenelement die Form

$$ds^2 = \frac{\text{Const. } dx_1 dy_1}{[A(x_1 + y_1)^{\frac{1}{2} + \varepsilon} + B(x_1 + y_1)^{\frac{1}{2} - \varepsilon}]^2}$$

so dass unsere Fläche auf eine Rotationsfläche abwickelbar ist. Sie hat nur dann constante Krümmung, wenn

$$\varepsilon = \pm \frac{1}{2}$$

ist.

Die geodätischen Kreise der gefundenen Flächen gestatten zwei infinitesimale und conforme Transformationen und zwar (mit Anwendung meiner gewöhnlichen Terminologie) die beiden

$$p_1 + q_1 \text{ und } x_1 p_1 + y_1 q_1 - p + q.$$

Man kann sich die Frage stellen, ob insbesondere auch die Schaar der geodätischen Linien unsere Transformationen

gestatten. Substituiren wir in die hierzu erforderlichen Relation (Math. Ann. Bd. XX, p. 369):

$$\frac{d\xi}{dx} + \frac{d\eta}{dy} + \xi \frac{d(-2 \log Z)}{dx} + \eta \frac{d(-2 \log Z)}{dy} = \text{Const.}$$

die Werthe $\xi = 1, \eta = 1$, so kommt eine Identität. Substituiren wir dagegen die Werthe $\xi = x, \eta = y$, so kommt die Gleichung

$$2 - 2 \frac{(\frac{1}{2} + \varepsilon) A(x+y)^{\frac{1}{2} + \varepsilon} + (\frac{1}{2} - \varepsilon) B(x+y)^{\frac{1}{2} - \varepsilon}}{A(x+y)^{\frac{1}{2} + \varepsilon} + B(x+y)^{\frac{1}{2} - \varepsilon}} = \text{Const.},$$

die nur dann erfüllt wird, wenn eine unter den Grössen

$$(13) \quad A, B, \frac{1}{2} + \varepsilon, \frac{1}{2} - \varepsilon$$

verschwindet. Ist $(\frac{1}{2} + \varepsilon)(\frac{1}{2} - \varepsilon) = 0$, so hat unsere Fläche constante Krümmung. Ist andererseits $AB = 0$, so erhalten wir (Math. Ann. Bd. XX, p. 369) die von mir früher betrachteten Flächen¹⁾, deren geodätische Linien *zwei conforme* und infinitesimale Transformationen gestatten. Sind endlich alle vier Grössen (13) verschieden von Null, so erhalten wir eine, wie es scheint, neue Kategorie Flächen, deren geodätische Kreise *zwei conforme inf. Transformationen* gestatten, und welche auf gewissen Rotationsflächen abwickelbar sind.

Hiermit ist die Annahme erledigt, dass in (12) die Grösse $X_1 f'$ nicht verschwindet. Ist dagegen $X_1 = 0$, so verschwindet auch $Y_1 \varphi'$. Lass uns zunächst die Annahme $X_1 = Y_1 = 0$ erledigen.

In diesem Falle wird

$$\frac{d\Phi}{dx} + \frac{d\Phi}{dy} = a = \text{Const.}$$

$$\Phi = ax + \Pi(x - y);$$

¹⁾ Diese Flächen liessen sich definiren als Centraflächen von Flächen, deren Hauptkrümmungshalbmesser in constantem Verhältnisse stehen.

$$\frac{1}{Z^2} = e^{-2\Phi} = e^{-2ax} \Omega(x - y);$$

wir treffen somit hier diejenigen Flächen, die auf Flächen abwickelbar sind, die eine infinitesimale Aehnlichkeitstransformation gestatten, und welche *Dini*, *Levy* und ich untersucht haben.

Sei endlich $X_1 = \varphi' = 0$. Dann wird (10)

$$\frac{d\Phi}{dx} + \frac{d\Phi}{dy} = X(x),$$

$$X'(x) = e^{-2\Phi} Y_1.$$

Unsere jetzige Annahme führt daher nur auf *developpable* Flächen.

8. Jetzt steht nur noch die Frage zurück, ob die geodätischen Kreise der Fläche

$$Z = A(x+y)^\varepsilon + \frac{1}{2} + B(x+y)^{\frac{1}{2}-\varepsilon} \quad (14)$$

mehrere conforme und infinitesimale Transformationen als die beiden

$$p + q, \quad xp + yq$$

gestatten kann. Ist dies möglich, so können wir nach mir annehmen, dass die gesuchte dritte inf. Transformation die Form $x^2p + y^2q$ besitzt. Substituiren wir die Werthe $\xi = x^2$, $\eta = y^2$, und den obenstehenden Werth der Grösse Z in (13), so erhalten wir die Relationen:

$$(\varepsilon + \frac{1}{2})(\varepsilon - \frac{1}{2})(-4y(x+y)^{-2} + 2(x+y)^{-3}(x^2 + y^2)) = 0.$$

$$(\varepsilon + \frac{1}{2})(\varepsilon - \frac{1}{2})(-4x(x+y)^{-2} + 2(x+y)^{-3}(x^2 + y^2)) = 0,$$

die nur dann bestehen können, wenn

$$(\varepsilon + \frac{1}{2})(\varepsilon - \frac{1}{2}) = 0$$

d. h., wenn die Fläche constante Krümmung besitzt.

Wir fassen die erhaltenen Resultate im folgenden Satze zusammen.

Gestatten die geodätischen Kreise einer Fläche eine oder mehrere infinitesimale Berührungstransformationen, so sind drei Fälle denkbar. Entweder giebt es zehn derartige Transformationen, und dann hat die Fläche constante Krümmung, während die betreffenden Kreise durch eine Relation der Form

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 - c^2 = 0$$

darstellbar sind. Oder auch giebt es zwei conforme Punkttransformationen; dann ist die Fläche abwickelbar auf eine specielle Rotationsfläche; nur ausnahmsweise werden insbesondere auch die geodätischen Linien durch diese beiden Transformationen unter sich permutirt. Im dritten und allgemeinen Falle giebt es nur eine inf. Transformation; dann ist die Fläche abwickelbar auf eine Fläche, die unendlich oft mit sich selbst aehnlich ist.

9. Wir fanden früher, dass die gesuchte infinitesimale Berührungstransformation W immer die Form

$$(15) \quad W(xy y') = 2 \Omega(xy) \sqrt{y'} - \xi(xy) y' + \eta(xy)$$

besitzt. Diese Form ist einer bemerkenswerthen geometrischen Interpretation fähig, wie jetzt gezeigt werden soll.

Man wähle einen arbiträren Punkt xy und führe auf die hindurchgehenden Linienelemente $xy y'$ unsere inf. Transformation

$$\frac{\delta x}{\delta t} = -y'^{-\frac{1}{2}} \Omega + \xi, \quad \frac{\delta y}{\delta t} = y'^{\frac{1}{2}} \Omega + \eta,$$

$$\frac{\delta y'}{\delta t} = 2 \left(y'^{\frac{3}{2}} \frac{d\Omega}{dy} + y'^{\frac{1}{2}} \frac{d\Omega}{dx} \right) + \frac{d\eta}{dx} + y' \left(\frac{d\eta}{dy} - \frac{d\xi}{dy} \right) - y'^2 \frac{d\xi}{dy}$$

aus. Die neuen Lagen $x + \delta x$, $y + \delta y$, $y' + \delta y'$ dieser Linienelemente bilden eine infinitesimale Curve, nämlich den Ort

der Punkte $x + \delta x$, $y + \delta y$, und zwar behaupte ich, dass alle Punkte $x + \delta x$, $y + \delta y$ dieselbe geodätische Distanz von einem gemeinsamen Punkte, nämlich

$$x + \xi \delta t, y + \eta \delta t$$

besitzen. Die Distanz zwischen den beiden Punkten $(x + \delta x, y + \delta y)$ $(x + \xi \delta t, y + \eta \delta t)$ hat ja nämlich den Werth

$$ds = \sqrt{z (\delta x - \xi \delta t) (\delta y - \eta \delta t)} = \sqrt{-z \Omega^2},$$

der von y' unabhängig ist.

Jede infinitesimale Berührungstransformation der Form

$$W = 2 \Omega (x y) \sqrt{y'} - \xi y' + \eta$$

transformirt also jeden Punkt der Fläche in eine infinitesimale Curve, deren Punkte constante geodätische Distanz von einem gewissen Punkte haben.

Verlangt man andererseits die allgemeinste infinitesimale Berührungstransformation, welche die, soeben besprochene Eigenschaft besitzt, so erhält man die Bedingungsleichung

$$\frac{dW}{dy'} \left(y' \frac{dW}{dy'} - W \right) = \Pi (x y)$$

wo Π eine arbiträre Funktion von $x y$ bezeichnet. Durch Differentiation hinsichtlich y' folgt

$$\frac{d^2 W}{dy'^2} \left(2y' \frac{dW}{dy'} - W \right) = 0,$$

sodass W immer die früher betrachtete Form (15) besitzt.



Ueber die allgemeinste geodätische Abbildung der geodätischen Kreise einer Fläche

von

SOPHUS LIE.

In dieser Abhandlung suche und bestimme ich das allgemeinste Entsprechen zwischen den Punkten zweier Flächen bei dem den geodätischen Kreisen der einen Fläche ebensolche Curven auf der zweiten Fläche entsprechen. Eine solche gegenseitige Abbildung zweier Flächen ist offenbar immer möglich, wenn dieselben auf einander abwickelbar sind, oder wenn die eine Fläche auf eine mit der zweiten aehnlichen Fläche abwickelbar ist. *Schliesse ich diese beiden, sozusagen evidenten Fälle aus, so müssen, beweise ich, beide Flächen auf Rotationsflächen abwickelbar sein; und dabei kann sogar die eine Rotationsfläche ganz arbiträr gewählt werden.* Die nachstehende Note giebt daher, wenn ich nicht irre, einen neuen und interessanten Beitrag zu der allgemeinen von *Weingarten*, *Bour*, und ihren Nachfolgern herrührenden Theorie aller Flächen, die auf Rotationsflächen abwickelbar sind.

Die folgenden Entwicklungen haben eine gewisse Analogie mit einer von *Beltrami*¹⁾ und *Dini*²⁾ herrührende Theorie, zu der auch ich³⁾ etwas hinzugefügt habe.

¹⁾ Annali di matematica Serie I, t. 7.

²⁾ Annali de matematica Serie II, t. 3.

³⁾ Math. Ann. Bd. XX, p. 419.

§ 1.

Analytische Formulirung des Problems.

Ist zwischen den Punkten zweier Flächen ein Entsprechen festgestellt, so giebt es nach einer Bemerkung von *Tissot* im Allgemeinen auf der einen Fläche zwei einander orthogonal schneidende Curvenschaaren

$$x = \text{Const.}, y = \text{Const.},$$

deren entsprechende Curvenschaaren auf der zweiten Fläche

$$x = \text{Const.}, y = \text{Const.},$$

ebenfalls ein Orthogonalsystem bilden. Dieser Satz ist nur dann ungültig, wenn der einen und nur der einen Schaar Minimalcurven¹⁾ der einen Fläche ebensolche Curven auf der zweiten Fläche entsprechen. Wir sehen vorläufig von diesem Ausnahmefalle weg.

Das Entsprechen zwischen den Punkten der beiden Flächen kann, wenn wir die soeben besprochenen Orthogonalsysteme als *Gaussische* Coordinatenlinien wählen, durch die beiden Gleichungen

$$x = x, y = y$$

bestimmt werden. Dabei hat das Bogenelement der einen Fläche die Form

$$ds^2 = E dx^2 + G dy^2$$

und dasjenige der zweiten die Form

$$ds_1^2 = E_1 dx^2 + G_1 dy^2.$$

Die geodätischen Curven der ersten Fläche werden nach *Gauss* bestimmt durch die Gleichung

$$y'' = -\frac{dE}{dx} \frac{y'^3}{2G} + \frac{2E}{2EG} \frac{dG}{dy} - G \frac{dE}{dy} y'^2 + \frac{E}{2EG} \frac{dG}{dx} - 2G \frac{dE}{dx} y' + \frac{dG}{2E} = \Phi.$$

¹⁾ Minimalcurve nenne ich eine Curve, deren Bogenlänge gleich Null ist.

Also werden die geodätischen Kreise dieser Fläche bestimmt durch

$$\frac{1}{y'} \frac{y'' - \Phi}{ds} = \frac{y'' - \Phi}{\sqrt{E y'^2 + G y'^4}} = \text{Const.},$$

oder durch eine Gleichung 3. O. der Form

$$y''' - y_2^2 \frac{E + 2Gy'^2}{Ey' + Gy'^3} + y_2 W(xy y') + \Omega(xy y') = 0.$$

Dementsprechend werden die geodätischen Kreise der zweiten Fläche bestimmt durch

$$y''' - y_1^2 \frac{E_1 + 2G_1 y_1'^2}{E_1 y_1' + G_1 y_1'^3} + y_2 W_1(xy y') + \Omega_1(xy y') = 0.$$

Sollen daher diese beiden Differentialgleichungen identisch dieselbe Form besitzen, so muss zunächst

$$\frac{E + 2Gy'^2}{E + Gy'^2} = \frac{E_1 + 2G_1 y_1'^2}{E_1 + G_1 y_1'^2},$$

d. h.

$$\frac{G}{E} = \frac{G_1}{E_1} \text{ oder: } G = \lambda E, G_1 = \lambda E_1.$$

Unsere beiden Bogenelemente haben somit die beiden Formen

$$ds^2 = E(dx^2 + \lambda dy^2),$$

$$ds_1^2 = E_1(dx^2 + \lambda dy^2),$$

womit der folgende Satz erhalten ist:

Bei der gesuchten Abbildung entsprechen beiden Schaaren Minimalcurven auf der einen Fläche ebensolche Curven auf der zweiten Fläche. Die Abbildung ist somit conform.

Wir können daher voraussetzen, dass die Bogenelemente der beiden Flächen schon die Form

$$ds^2 = Z(xy)^{-2} dx dy, ds_1^2 = Z_1^{-2} dx dy$$

haben, und dass dabei das Entsprechen zwischen den Punkten der beiden Flächen durch die Gleichungen

$$x = \alpha, y = \beta$$

bestimmt wird. Dann ist nach der vorangehenden Note, wenn wir

$$\frac{d^2 Z}{dx^2} = R, \frac{d^2 Z}{dy^2} = T$$

setzen:

$$y'''' - \frac{3}{2} y'^{-1} y''^2 + 2 \frac{R}{Z} y' - 2 \frac{T}{Z} y'^3 = 0$$

die Differentialgleichung der geodätischen Kreise der ersten Fläche, und dementsprechend, wenn wir

$$\frac{d^2 Z_1}{dx^2} = R_1, \frac{d^2 Z_1}{dy^2} = T_1$$

setzen:

$$y'''' - \frac{3}{2} y'^{-1} y''^2 + 2 \frac{R_1}{Z_1} y' - 2 \frac{T_1}{Z_1} y'^3 = 0$$

die Differentialgleichung der geodätischen Kreise der zweiten Fläche.

Unser Verlangen findet daher ihren analytischen Ausdruck in den beiden Gleichungen

$$\frac{1}{Z} \frac{d^2 Z}{dx^2} = \frac{1}{Z_1} \frac{d^2 Z_1}{dx^2},$$

$$\frac{1}{Z} \frac{d^2 Z}{dy^2} = \frac{1}{Z_1} \frac{d^2 Z_1}{dy^2}.$$

§ 2.

Allgemeine Erledigung des aufgestellten Problems.

Zur allgemeinen Integration der beiden soeben aufgestellten Differentialgleichungen setzen wir

$$Z_1 = \Omega Z$$

woraus wenn wir von dem einfachen Falle, dass Ω eine Constante bezeichnet, wegsehen:

$$2 \frac{d \log Z}{dx} + \frac{d \log \frac{d\Omega}{dx}}{dx} = 0,$$

$$2 \frac{d \log Z}{dy} + \frac{d \log \frac{d\Omega}{dy}}{dy} = 0$$

und

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{d\Omega}{dx} = Z^{-2} Y(y), \\ \frac{d\Omega}{dy} = Z^{-2} X(x), \end{array} \right.$$

wo Y nur von y , X nur von x abhängen.

Zur Vereinfachung von unseren Gleichungen führe ich $x_1(x)$ und $y_1(y)$ als neues x und neues y ein; dann wird

$$ds^2 = Z^{-2} \frac{dx}{dx_1} \frac{dy}{dy_1} dx_1 dy_1 = U^{-2} dx_1 dy_1$$

$$ds_1^2 = Z_1^{-2} \frac{dx}{dx_1} \frac{dy}{dy_1} dx_1 dy_1 = U_1^{-2} dx_1 dy_1$$

die neuen Formen der Bogenelements. Dabei wird

$$U_1 = \Omega U$$

$$\frac{d\Omega}{dx_1} = Z^{-2} Y(y) \frac{dx}{dx_1} = U^{-2} Y \frac{dy_1}{dy},$$

$$\frac{d\Omega}{dy_1} = Z^{-2} X(x) \frac{dy}{dy_1} = U^{-2} X \frac{dx_1}{dx}.$$

Wählen wir daher, wie wir können, y_1 und x_1 derart, dass die Relationen

$$Y \frac{dy_1}{dy} = 1, \quad X \frac{dx_1}{dx} = 1$$

bestehen, so wird

$$\frac{d\Omega}{dx_1} = U^{-2}, \quad \frac{d\Omega}{dy_1} = U^{-2}.$$

In den Gleichungen (1) können wir daher ohne Beschränkung $Y = X = 1$ setzen, woraus

$$\frac{d\Omega}{dx} = Z^{-2} = \frac{d\Omega}{dy},$$

sodass Ω die Form $\Omega(x + y)$, und dementsprechend Z die Form $Z(x + y)$ besitzt.

Unsere Annahmen liefern daher nur die auf eine Rotationsfläche, und zwar auf eine ganz beliebige Rotationsfläche abwickelbaren Flächen. Für Ω erhalten wir der Werth

$$\Omega = \int Z(x + y)^{-2} d(x + y).$$

Jede (Rotations-)Fläche mit dem Bogenelemente

$$ds^2 = Z(x + y)^{-2} dx dy$$

lässt sich daher in solcher Weise auf einer Fläche mit dem Bogenelemente

$$ds_1^2 = \left(Z(x + y) \int Z^{-2} d(x + y) \right)^{-2} dx dy$$

abbilden und zwar durch die Gleichungen $x = x, y = y$, dass den geodätischen Kreisen der einen Fläche ebensolche Curven auf der zweiten entsprechen. Es ist einleuchtend, dass die entsprechenden Bogenelemente ds und ds_1 im Allgemeinen nicht im constanten Verhältnisse stehen.

Im Vorgehenden sahen wir von dem Falle weg, dass die Minimalcurven der einen Schaar durch die Abbildung in ebensolche Curven übergeführt wurden. Es ist leicht zu beweisen, wie ich bei einer anderen Gelegenheit näher ausführen werde, dass dieser Ausnahmefall nichts Neues liefert.

Das in dieser Note erledigte Problem lässt sich folgendermassen verallgemeinern. Man kann in allgemeinste Weise zwei Flächen suchen, die derart durch eine *Berührungstransformation* auf einander bezogen sind, dass geodätischen Kreisen der einen Fläche ebensolche Curven auf der zweiten entsprechen.

Hier nur noch die folgenden Bemerkungen.

Die Differentialgleichung 2. O. aller Curven auf einer beliebigen Fläche, deren geodätische Krümmung eine gegebene Funktion der Lage des betreffenden Punktes darstellt, giebt durch Differentiation eine Gleichung der Form

$$y'''' - \frac{3}{2} y'^{-1} y''^2 + F(x, y, y') = 0$$

mit dem bekannten Multiplikator y'^{-3} . Daher liefern *Jacobi's* Theorien unmittelbar einen Multiplikator der Gleichung 2. O. Gestattet nun dieselbe eine (bekannte) infinitesimale Transformation, so kommen meine allgemeinen Theorien zur Anwendung. Ist insbesondere die betreffende Fläche abwickelbar auf eine Rotationsfläche, so verlangt die Gleichung 2. O. nur Quadratur. Dieser allgemeiner Satz ist in zwei *speciellen* Fällen schon gegeben von *Bour* (*l'école pol.* t. XXII p. 79—80) und von *Darboux* (*Comptes rend.* Januar 1883). Ich darf im Uebrigen bemerken, dass die citirten Untersuchungen des letztgenannten Forschers sich theilweise mit meinen älteren Arbeiten in Zusammenhänge bringen lassen.

Studier over Islands petrografi og geologi

af

AJMUND HELLAND.

Paa en længere reise igjennem et lidet undersøgt land som Island har man anledning til at anstille meget forskjel- ligartede geologiske iagttagelser. Det er ikke saa let at ordne disse paa en anskuelig maade, saaledes at det væsent- lige kommer frem og ikke oversees i de mangfoldige detail- ler. Simpelt hen at berette om iagttagelserne, saaledes som de anstilles paa reiserne fra sted til sted, er ganske sik- kert den letteste methode, forsaavidt som man kan spare sig al møie med at ordne materialet, og for de iagt- tagere, der kommer reisende senere, kan ogsaa denne me- thode have sine fordele. Erfaring har imidlertid vist, at læserne, der ikke er kjendt, let forvirres ved de heterogene fænomener, som omtales. Mine iagttagelser fra Island i 1881 har jeg ordnet i grupper, og en stor del af dem er tidligere publiceret i særskilte afhandlinger; for oversigtens skyld næv- nes de her.

»*Om Islands Geologi*« i Dansk Geografisk Tidsskrift 1882 giver et overblik over Islands geologiske bygning.

»*Om Islands Jøklar og om Jøkelevenes Vandmængde og Slangehalt*«, publiceret i dette tidsskrift, forsøger at give en oversigt over Islands jøklar samt at beregne mængden af de

stenmasser, der aarlig i form af slam udføres gennem Vatnajökulls stride grumsede elve.

I »*Høidemaalinger fra Island*« ligeledes i dette tidsskrift er de fleste af de paa reisen med aneroidbarometer anstillede høidemaalinger samlede.

»*Om Vulkaner i og under Jøkler paa Island og om Jøkulklaupe*«, trykt i det Letterstedske Tidsskrift 1883, omhandler de vulkanske udbrud, som finder sted oppe i jøklerne.

»*Lakis Kraterrække af 1783 i Skaptafellssýssla*« er en monografi over kraterne og de uhyre lavastrømme, som erumperede i 1783; denne er imidlertid endnu ikke trykt.

»*Om Island*« hedder en række populære skildringer fra reisen, publiceret i »Nyt Tidsskrift« 1882 og 1883.

Her var det da hensigten at meddele de iagttagelser, som ikke har fundet plads i de ældre arbejder. De paa reisen indsamlede basalter, tuffe, lavaer o. s. v. er mikroskopisk undersøgte. Da en saadan undersøgelse bør gaa haand i haand med studiet af bergarternes optræden i marken, saa kan det ikke godt undgaaes, at enkelte ting, som er berørt i afhandlingen »*Om Islands Geologi*«, atter nævnes.

Forud for undersøgelsen af lavaerne hidsættes nogle bemærkninger om vedkommende vulkans bygning. Saa er der nogle bemærkninger at gjøre om vulkanernes forekomst, om de varme kilder, om gjærerne, om dobbeltspathens forekomst osv.

1. De ældre bergarter.

Islands bergarter deles bekvemt i de moderne vulkanske bergarter, det vil sige de bergarter, som i moderne eller postglacial tid er udspjede af kraterne, altsaa lavaerne med slakkerne og askerne; alle de andre bergarter, hvis dannelse falder i den præglaciale tid, kan vi sammenfatte under benævnelsen de ældre bergarter, skjønt de jo ialfald for største delen er forholdsvis unge. De ældre bergarter igjen

kan, som i afhandlingen Om Islands Geologi omtalt, deles i 1) Gabbro, ældste dannelse af ukjendt alder, 2) Basaltformationen med mellemliggende lag af tuffe og enkelte kullag (surtarbrandr), 3) Palagonittuf og palagonitkonglomerat, 4) Liparit og de denne ledsagende begstene samt obsidianer, 5) Yngre gange af basalt. Dette er som vi ser en geologisk, ikke en petrografisk inddeling. De inden disse forskellige dannelser optrædende bergarter vil vi altsaa studere petrografisk.

Gabbro. *Paijkull* har først omtalt forekomst af gabbro i løse blokke under Vatnajökull, paa Skeiðarársandr og Breiðamerksandr. I fjeldet *Vestrahorn* nær Papos i den sydøstlige del af Island fandt jeg typisk grovkornet gabbro i fast fjeld. Dens leiningsforhold til basalten iagttoges paa to steder. Dels ligger basaltens bænke an imod gabbroen som i fig. 1 fremstillet, dels synes basaltens bænke at ligge over gabbro og følgelig at være yngre, fig. 2. Begge, baade gabbroen og basalten, gjennemsættes af gange af en liparit, der neppe kan adskilles fra granit. Aldersforholdet her synes altsaa at være gabbro, basalt, liparit. Om gabbroens optræden og udbredelse er at bemærke, at den forekommer massivt og i masse dannende en del af fjeldet *Vestrahorn*. Udbredelsen, forsaavidt den er kjendt, er ikke stor. Desuden forekommer den i løse blokke foran jöklerne paa Vatnajökulls sydside.

At denne bergart er en virkelig gabbro og ikke en grovkornet varietet af en dolerit, er tydeligt nok af bergartens hele habitus for den, der har seet prøver af samme. De krystaller, der sammensætter bergarten, naar dimensioner, som t. ex. aldrig naaes af doleritens krystaller. Saaledes kan diallagkrystallerne undertiden naa op til en længde af 1 centimeter. Inden det lille felt varierer forøvrigt bergarten ikke lidet med hensyn til kornenes størrelse, et fænomen, der som bekjendt er meget almindeligt inden de norske

gabbrofelter. Af gabbroen ifra Vestrahorn ved Papos er fem prøver undersøgt.

Grovkornet gabbro fra *Papos* med meget store diallagkrystaller viser under mikroskopet diallag, plagioklas, kvarts, titanit, epidot, hornblende, apatit og en jernerts. Diallagen har gennemgange i fire retninger; de for dette mineral eiendommelige indleininger forekommer, men ikke i nogen stor mængde. Plagioklasen er frisk, udekomponeret og indeholder hulerum for væsker med bevægelig libelle. De for gabbroens plagioklas saa eiendommelige sorte stregformede indleininger mangler ikke. Ogsaa kvartsen, der optræder i enkelte korn, er rig paa hulerum for væsker. Smukke kileformede krystaller af titanit er hyppig, ligesom gule krystalliniske stykker af epidot er almindelige. Bnskformede hornblendekrystaller optræder talrigt. Apatit og klatter af jernerts er heller ikke sjeldne.

Dette er den mineralogiske sammensætning af den mest grovkornede gabbro fra Vestrahorn ved Papos. De andre præparater viser ogsaa en typisk gabbros sammensætning, dog med enkelte modifikationer, saaledes som tilfældet pleier at være med denne inden felterne stærkt foranderlige bergart. Saaledes viste et andet præparat med smukke indleininger saavel i diallagen som i plagioklasen olivin i ikke ringe mængde, gjennemsat af aarer af serpentin. Atter i en anden optræder tillige en rombisk augit, hypersten, en lys grøn hornblende er rigeligt tilstede, ligesom apatitkrystaller af usædvanlig længde. Fremdeles forekommer i enkelte præparater lister af magnesiaglimmer, ligesom magnetkis, medens titanit, epidot og kvarts mangler. I en prøve, der var taget af en løs blok nær Papos, er hypersten rigeligt tilstede og sammesteder næsten indtil ugjennemsigtighed opfyldt af mørkebrune indleininger.

Af de ved *Jökulsá á Breiðamerkursandr* forekommende løse blokke af gabbro og gabbrolignende stene er fire prøver un-

dersøgte. Typisk gabbro optræder blandt disse blokke, bestaaende af diallag med gennemgange i fire retninger, hist og her med indleiede lapper og streger. Hornblende ledsager nu og da diallagen. Ogsaa plagioklasen viser hine stregformede og punktformede indleininger, som synes at være eiendommelig for plagioklaser i gabbroer og noriter. Apatit i farveløse krystaller er ikke sjelden ligesaa lidt som klatter af en jernerts. Men foruden typiske gabbrovarieteteter optræder ogsaa paa Breiðamerksandr erratiske blokke af gammel habitus, men hvis plads i systemet er mindre sikker. Saaledes erratisk blok bestaaende af dekomponeret plagioklas, hvis tvillingstribning kun hist og her er kjerdelig. Kvarts er ikke sjelden, indeholdende dobbelte hulerum med komprimeret kulsyre. Derhos optræder en jernerts ledsaget af et kloritisk mineral samt apatitkrystaller. En anden bergart af ældre habitus bestaar af plagioklas, enkelte krystaller af augit uden diallagens gennemgange, hornblende, epidot, olivin, jernerts og apatit. Den maatte snarere finde sin plads blandt diabaserne end blandt gabbroerne.

Om forekomsten i fast fjeld af disse bergarter vides intet. Sandsynligvis tilhører de den samme dannelsesetid som gabbroen i Vestrahorn. Maaske repræsenterer disse bergarter den allerældste dannelse paa Island, og hvis saa er tilfældet, er øen ikke helt igjennem en saa ung vulkansk dannelse som hidindtil antaget.

Basalter, ældre i dækker. En meget stor del af Island bestaar af dækker af basalt, anamesit og dolerit. Disse bergarter danner saaledes landets østlige, nordlige og nordvestlige del; de optræder i bænke med svagt fald, næsten altid ind imod landet. Mægtigheden er betydelig, mindst 1200, 1500 og 1700 meter efter mine iagttagelser i Islands østlige fjordlandskaber. Thoroddsen anslaaer mægtigheden i Reyðarfjörðr til hele 10349 fod eller omtrent 3300 meter¹⁾.

¹⁾ Ferð um austurland. Pag. 74. 1883.

Disse basalter, anamesiter og doleriter optræder overalt med stor regelmæssighed i dækker, det ene over det andet. De er utvivlsomt gamle vulkanske dækker, der har hobet sig op til saadan betydelig mægtighed. Foruden de nævnte basaltiske bergarter optræder af og til lag af palagonittuff inden denne formation, ligesom der forekommer kullag, surtarbrandr, med miocæne planter, der bestemmer formationens alder. Om den geologiske optræden, se Om Islands Geologi Pag. 9.

Tæt graa basalt fra foden af *Bjolfur* i Seydisfjörðr viser makroskopisk enkelte krystaller af feldspath, porfyragtigt udskilt. Under mikroskopet viser disse krystaller, der naar en længde af 1 mm., sig at være plagioklas, og den tætte grundmasse opløser sig i plagioklas, augit, magnetjernsten og serpentin, omdannet af olivin. Nogen glassubstans eller basis mellem de enkelte krystaller lader sig ikke paavise, men omkring de større plagioklaskrystaller iagttoges mikrofluktuationsstruktur.

Tæt basalt fra *Bjolfur* i Seydisfjörðr med enkelte blærum med zeolither opløser sig for mikroskopet i enkelte større krystaller af augit og listeformet plagioklas samt en grundmasse, bestaaende af bitte smaa krystaller af augit, plagioklas og magnetjernsten med dimensioner paa 0.005 mm. En glasbasis synes at være tilstede her.

Basalt fra *Bjolfur* med fuldstændig lavastruktur opløste sig til en krystallinsk kornet blanding af listeformet plagioklas, augit, magnetjernsten samt sjelden olivin. Dolerit fra *Bjolfur*, i hvilken hvide feldspatkrytaller og ertskorn er kjendelig, viser sig at være en grovkrytallinsk blanding af de samme fire mineraler, men olivinen er for det meste helt omdannet til rødbrun serpentin, kun hist og her en kjerne af uforandret serpentin.

Disse fire bergarter, der alle har omtrent den samme petrografiske sammensætning, giver imidlertid under mikro-

skopet ikke saa ensformede billeder, som den ensformede beskrivelse skulde lade formode. Derved at de optrædende krystaller i nogle præparater har dimensioner paa over 1 mm., medens de i andre synker ned til 0.003 mm., frembyder de allerede en betydelig variation, og denne forøges derved, at strukturen hos nogle er helt igjen krystallinsk kornet, medens i andre præparater enkelte krystaller ligger udskilt i den finkornede grundmasse, der under disse omstændigheder sædvanligvis har mikrofluidalstruktur.

Anamesit fra *Vestdalseyri* i Seydisfjörðr er en helt igjenem krystallinsk blanding af krystaller af plagioklas, rigelig augit, delvis omdannet olivin, klatter af magnetjernsten samt lidt apatit. Basalt fra fast fjeld ved *Dvergastein* i Seydisfjörðr viser en udmærket fluidalstruktur: kun faa større krystaller af plagioklas ligger udskilt i den finkornede grundmasse af plagioklas, augit og magnetjernsten, i hvilken en glasbasis ogsaa synes at være tilstede.

Den erratiske blok *Dvergastein* i Seydisfjörðr er en dolerit, bestaaende af en krystallinsk kornet blanding af de fire oftere nævnte mineralier, olivinen er mer eller mindre omdannet til rød serpentin.

En fortsat undersøgelse af de i dækker optrædende basalter, anamesiter og doleriter vil vistnok kun tjene til at vise, at den variation i struktur, som ovenfor er omtalt, gjenfindes overalt inden Islands basaltformation.

Palagonittuf. Paa grund af den store udbredelse fortjener Islands tuffe stor opmærksomhed, og om end de herhenhørende bergarters natur og dannelse ikke er bragt fuldstændig paa det rene, saa er man dog ved mikroskopets hjælp kommet et godt stykke paa veien.

Palagonittuffen paa Island optræder dels i underordnede lag mellem basaltbergarternes dækker, dels i hele fjeld, som eneraadende bergart over store strækninger, dog meget hypig er gjennemsat af yngre gange af basalt i pragtfulde

søiler. Vi vil ved den mikroskopiske undersøgelse adskille disse to arter af forekomster. Forekomsten af palagonittuffen, dens forhold til basaltformationen, dens mægtighed o. s. v. er omtalt i afhandlingen »Om Islands Geologi.«

Her hid sættes en beskrivelse af disse tuffers beskaffenhed fra forskellige egne af Island.

Af de tuffe, der danner hele fjeld og store sammenhængende landstrækninger, er nogle præparater undersøgte.

Palagonittuf fra *Krafla* bestaar af større og mindre stykker af en tachylitglas, der er lysebrun, som bliver let gjenemsigtig, indeholder talrige blærerum, der i enkelte stykker er udtrukne i længden. Krystaller udskilte i glasset er ikke hyppige, dog forekommer nu og da krystaller af plagioklas samt olivin. Glaskornene, der sammensætter tuffen, er kantede, af forskellige størrelser, undertiden op til flere mm lange. De større korn er frisk og uforandret glas, men de mindre, der ligger i mellemrummene mellem de større, ligesom kanterne af de større korn har undergaaet en omdannelse, idet der i mellemrummene mellem glasbiterne findes et kornet gulbrunt omdannelsesprodukt, der synes at sammenkitte de enkelte korn.

Palagonittuf fra *Hafrsey* har en mere kompliceret sammensætning af glaskorn og slakkekorn af forskellig beskaffenhed. Først korn af lysebrun tachylitglas med blærerum, men uden krystallinske udskilninger. Langs kanterne og omkredsen af blærerummene i tachylitglasset ligger et gulbrunt omdannelsesprodukt, der virker paa polariseret lys. Videre forekommer korn af tachylitglas, men med talrige udskilte plagioklaskrystaller. Fremdeles optræder næsten impellucide slakkekorn med talrige vandklare plagioklaskrystaller og endelig korn, der viser sig at være anamesit, bestaaende af plagioklas, augit, olivin med helt igjennem krysallinsk kornet struktur.

De kantede korn af trachylitglasset er som netop berørt

omgivet af en gulbrun rand, der virker paa polariseret lys; at denne rand er et omdannelsesprodukt af glasset fremgaar deraf, at der i samme ligger de samme krystaller udskilte som i det oprindelige glas. Hvor glaskornene er af mindre dimensioner eller meget fuld af blærerum er de helt omdannede. I tuffen optræder de omhandlede korn med meget forskellige dimensioner, fra 1 kvadratmillimeter ned til meget fine korn. I de mellemrum, der lades tilbage mellem kornene, optræder en farveløs substans med virkning paa polariseret lys, sandsynligvis zeolither.

Palagonittuf fra *Vegaskarð* nær Mødrudalr viser allerede mikroskopisk brudstykker af en mørk basaltisk bergart. Under mikroskopet viser den sig at bestaa af større og mindre kantede korn af en tachylitglas uden indvirkning paa polariseret lys, indeholdende større og mindre krystaller af augit og plagioklas og olivin, omkring hvilke enkelte udskilte mørke partier i glasset snor sig, frembringende en udmærket fluidalstruktur. De mikroskopisk kjendelige mørke brudstykker viser sig at være slakkekorn, bestaaende af en næsten impellucid grundmasse med iliggende krystaller af plagioklas, augit. Lignende impellucide partier og rænder forekommer i selve tachylitglassen og giver, hvor de snor sig omkring augitkrystallerne, anledning til fluidalstruktur.

I denne tuf er omdannelsen af tachylitglasset lidet fremskredet; i mellemrummene mellem glaskornene iagttoges en farveløs substans, maaske zeolither som bindemiddel.

Palagonittuf fra *Skaptárdalr* er interessant derved, at man allerede mikroskopisk iagttager brede hvide rænder af zeolither, der sammenkitter de brune tachylitkorn med dimensioner paa $\frac{1}{2}$ til 4 mm.s længde. Ved disse brede hvide masker mellem de brune korn faar bergarten et yderst eendommeligt udseende.

Under mikroskopet sees de kantede korn, der allerede makroskopisk med største lethed erkjendes, at være en smuk

brun tachylitglas, med plagioklaskrystaller og augit udskilt, og med blærerum. Om denne glas optræder langs kanterne en omdannet guldgul zone og uden om denne igjen yderligere et brunt, undertiden næsten impellucid omdannelsesprodukt. Ikke alene langs kanterne, men ogsaa omkring blærerummene sidder disse to omdannelsesprodukter af tachyliten meget regelmæssigt, den guldgule rand nærmest blærerummets vægge, den impellucide rand inderst. De temmelig store, indtil $\frac{1}{2}$ millimeter og mere brede mellemrum er opfyldte af zeolither og kalkspat, og da et af disse zeolithmineralier ordner sig som en rand omkring glaskornene, saa bliver disse omgivet af ikke mindre end tre udprægede zoner. Zeolithkrystaller sees ogsaa nu og da under mikroskopet i blærerummene i glasset.

Foruden disse typiske glaskorn optræder større slakkekorn, indeholdende plagioklas, augit og med blærerum, men grundmassen i denne er næsten impellucid.

Tuf fra *Hørgsdalr*, nær en basaltgang er mærkværdig derved, at det sidste spor af tachylitglasset synes at være forsvundet, saa at tuffen helt og holdent er et omdannelsesprodukt; bergarten bestaar af guldgule til gulbrune omdannelsesprodukter, dels med indvirkning paa polariseret lys, dels uden den kjendelige indvirkning; derhos optræder næsten impellucide klatter. Om man ikke fra de andre præparater kjendte disse substanser som omdannelsesprodukter af tachylit, vilde bergartens sammensætning ikke være forstaaelig. Under omdannelsen har krystaller af plagioklas, augit og olivin holdt sig uforandret.

Palagonittuf fra *Breiddalsskarð* har i præparatet en teglstensrød farve, hvilken ogsaa kan iagttages under mikroskopet i afblændet lys. Tuffen viser sig at bestaa af slakkekorn, der kun vanskelig bliver gjennemsigtige under slibningen. De skinner igjennem hist og her med dyb rødbrun farve, indeholder talrige blærerum, der er fyldte med zeolither og

kalkspath. I denne rødbrune glassubstans, der forøvrigt kun paa enkelte steder i præparaterne er saa tynd, at lyset gaar igjennem, ligger hist og her udskilt en krystal af augit samt plagioklaskrystaller.

Palagonittuf fra *Hamnastaðr* er ligeledes teglstensrød i afblændet lys. Den bestaar af korn af en brun substans, der ikke virker paa polariseret lys, men af forskjellig grad af gjennemskinnelighed. I enkelte korn iagttoges plagioklaskrystaller, tildels af ikke ganske smaa dimensioner indtil $\frac{1}{2}$ mm.s længde. I disse krystaller ligger udmærkede hulerum for glas. Glasset, der fylder hulerummene, har grøn farve. Ogsaa her er zeolither tilstede og synes at spille den rolle at sammenkitte de korn, hvoraf bergarten bestaar. De to her beskrevne tuffe synes at være sammensatte af slakkekorn, analoge med dem, vi finder i de moderne kratere, t. ex. ved Sveinagjá og Laki, og som senere er omtalte. Slakkekornene bestaa af en rødbrun glas, i kanterne gjennemskinnelig, med blærerum og augit og plagioklaskrystaller udskilte. I tuffene er blærerummene udfyldte med zeolither. De to sidst beskrevne tuffe forekommer som lag imellem basaltformationens dækker.

De undersøgelser, som ovenfor er anstillede om de saakaldte palagonittuffe, bekræfter i det hele de resultater, hvortil Dr. A. Penck er kommet i sit arbeide om palagonit- og basalttuffe¹⁾.

Penck har undersøgt tuffe fra Viðey nær Reykjavík, fra Búlandstindr, Fossvogr og Seljadalr. Af disse forekomster er tuffen fra Búlandstindr et underordnet lag imellem de basaltiske og doleritiske bænker, der sammensætte dette 3388 fod, 1063 meter, høie fjeld. Han fandt, at den saakaldte palagonittuf fra Seljadalr, der gaar for den reneste palagonit-

¹⁾ Ueber Palagonit- und basalttuffe. Zeitsch. d. deut. geol. Gesellsch. 1879.

tuf, er sammensat af fragmenter af et ledegult til kaffebrunt fuldkomment isotropt glas, sideromelan (eller tachylit); omkring denne gaar der smalere eller bredere baand af en rødgul til morgenrød, i tynde præparater guldgul substans, paa en vis maade dannende masker. Efter Rosenbuch er denne substans uden indvirkning paa polariseret lys; efter Penck virker den altid om end yderst svagt polariserende. Denne substans er et omdannelsesprodukt af den isotrope brune glas, sideromelanen eller tachyliten. Tuffen fra Büländstindr bestaar ligeledes af fragmenter af den samme lysebrune glas, som langs kanterne, langs blærerum og spring er forvandlet til en guldgul, nu og da mørkebrun, mer eller mindre polariserende, men for det meste ugjennemsigtig substans. Lignende sammensætning har tuffen fra Viðey, og i det hele ogsaa tuffen fra Fossvogr. Denne bestaar af porøse, langs rænderne mer eller mindre angrebne sideromelankorn, som indeholder lister af plagioklas samt olivinkrystaller. Fremdeles findes der brudstykker af basaltiske bergarter, saa at denne tuf efter Bunsen indeholder 31.0 pct. uopløste bestanddele.

Med Dr. Penck er jeg enig i, at mineralet palagonit ikke eksisterer, men at det, som er beskrevet under navn af palagonit, er basaltisk glas, tachylit eller hvad der er det samme, sideromelan, og omdannelsesprodukter af dette glas. Forsaavidt kan benævnelsen palagonittuf strengt taget ikke længere forsvares, men burde ombyttes med basalttuf, tachylittuf eller sideromelantuf.

Men foruden tachylitglas, som oprindeligt bestanddel i disse tuffe, optræder, som det vil fremgaa af beskrivelserne, tillige smaa biter af basalt- samt slakkekorn identiske med de slakker, som udsendes af de moderne kratere, og som danner selve kratere. Disse slakker er, saavidt vides, ikke tidligere undersøgt, og det er ikke saa let at forfærdige præparater af dem. De bestaar imidlertid, som senere omtalt,

af en glas, der kun bliver pellucid i de alleryderste kanter af præparatet, og da med en rødbrun eller gulbrun farve. Slakkerne er i høi grad opfyldte af blærerum, saa at de er helt lette og porøse. I den omtalte glas, der er hovedbestanddel i slakkerne, forekommer plagioklas og augit i krystaller. I de nye kratere af 1875 ved Sveinagjá er disse slakker sorte i afblændet lys, men i kraternerne fra 1783, der har ligget udsatte for veirliget i 100 aar, har de i afblændet lys faaet en teglstensrød farve. Korn identiske med eller meget lig de her omhandlede slakker danner en bestanddel i tuffene, undertiden som i Breiðdalsskarðs tuf hovedbestanddel.

Efter sammensætningen kunde disse tuffe deles i glas-tuffe og slakketuffe, eftersom glasbiter eller slakkebiter var herskende, hvorved imidlertid er at bemærke, at der gives blandede tuffe, bestaaende baade af glasbiter og slakkebiter.

Som typer kan opstilles ægte tachylittuf eller basaltglas-tuf, saasom den fra Seljadalur og fra Krafla. Disse tuffers glaskorn er imidlertid mere eller mindre forandrede til guldgule eller rødbrune omdannelsesprodukter, og omdannelsen kan gaa saa vidt, at den oprindelige glas er helt forsvundet som i tuffen fra Hørgsdalur. Saa er det de blandede glas- og slakketuffe, der indeholder baade korn af tachylitglas, slakkekorn og basaltbiter, som den ifra Hafrsey. Saa er der slakketuffe, der saagodtsom ganske bestaar af slakkekorn, til exempel tuffen fra Breiðdalsskarð. I præparatet adskilles glastufferne og slakketufferne let uden mikroskopets hjælp, idet glastufferne viser gule, gulbrune og brune farver, slakketuffene er teglstensrøde.

Saavidt man kan slutte efter den mikroskopiske undersøgelse, synes disse tuffe at være de af vulkanerne udkastede glaskorn og slakkekorn, i hvilke plagioklas og augit ofte er udskilt, men aldrig saavidt iagttaget magnetjernsten. Disse korn er sammenkittede dels ved

sine egne omdannelsesprodukter dels ved zeolither, der fylder mellemrummene mellem kornene samt nu og da blærerummene. Hvor tuffen optræder som lag imellem basaltdækkerne, synes den altsaa at repræsentere de gamle slakker og slakkekraterne, ligesom selve dækkerne repræsenterer de gamle strømme.

Færøernes palagonittuffe viser i det hele en lignende sammensætning som de islandske; dog er det mere almindeligt, at tuffene er sammensatte af slakkekorn, der er ugjennemskinnelige eller vanskeligt gjennemskinnelige, medens den egentlige tachyiltglas er sjelden. I et arbeide »Om Færøernes Geologi« er nogle palagonittuffe beskrevne, uden at der er gjort noget forsøg paa at forklare hine bergarters betydning¹⁾.

I Tuf fra *Suðr i Heia* paa Suderø omtales i hint arbeide gule gjennemskinnelige korn uden indvirkning paa polariseret lys, omsluttende elliptiske partier, fyldte med zeolither. Den ydre røde eller rødbrune rand, som omgiver disse korn, er tachylitglassets sædvanlige omdannelsesprodukt. De i tuffen omtalte uigjennemsigtige korn, der ofte har undergaaet en omdannelse, hvorved de i afblændet lys viser en teglstenrød farve, er slakkekorn.

Tuf fra *Kolfæredal* bestaar væsentlig af slakkekorn med blærerum fyldte med zeolither og sammenkittet af zeolither, sjelden med en og anden krystal af augit og plagioklas udskilt. Slakkekornene viser sig i afblændet lys teglstensrøde langs kanterne, hvorved der antydes en omdannelse.

Disse Færøernes tuffe er altsaa, som før berørt, væsentlig sammensatte af slakkekorn lig dem, som forekommer i Islands moderne slakkekratere, og hine lag af tuffe synes her ligesom paa Island at repræsentere levninger efter de gamle kratere.

¹⁾ Dansk geograf. Tidsskrift 1881.

Lipariter og begstene. Islands lipariter optræder enten dannende hele fjeld eller i uregelmæssige stokformede masser eller i gange. De ledsages nu og da af begstene og perliter. De sætter op saavel i basaltdækkerne som i tuffen og er altsaa yngre end begge disse dannelser; men de gjenemsættes igjen af yngre basaltgange.

Lipariterne adskilles, hvor de optræder i masse, meget let i lang afstand ifra basaltbænkene, derved at de ganske mngler den afdeling i bænke, som er saa eiendommelig for bergarterne inden basaltformationen, og dernæst er lipariterne strax let kjendelige ved sine lysere farver.

Islands lipariter deles petrografisk bekvemt i to klasser, de helt igjennem krystallinsk kornede, granitiske uden spor af glas eller mikrofelsitisk grundmasse, og de, som har en grundmasse, der ikke opløser sig i krystaller. De krystallinisk kornede lipariter fra Island er forsaavidt mærkværdige, som de har en helt igjennem granitisk habitus, og det er kun deres alder, som gjør, at de ikke her benævnes graniter; fordi de nemlig sætter op i og gjenemsættes af basalter af tertiær alder, faar de navn af lipariter.

I nærheden af handelsstedet Papos i den sydlige del af Island ligger paa hver side af en dal, Endalausadalr, to tinder, Endalausadalstindr, der begge bestaar af liparit. Et profil gjennem de to ved sin symmetriske form og ved sin bergart eiendommelige tinder er fremstillet i figur 3. Forekomsten er, som det sees, i hele fjeld i umaadelige stokformede masser. Ogsaa i de omgivende fjelde synes denne bergart efter farverne at dømme at optræde.

Bergarten ser i haandstykket ud som en glimmerfri granit af middels korn; kvartskrystaller er udskilte i druserum.

Liparit fra *Endalausadalstindr* viser sig under mikroskopet fri for glas og mikrofelsitisk grundmasse, idet den bestaar af kvarts i krystallinske korn, overordentlig rig paa hulerum for væsker, ofte med bevægelig libelle og

undertiden med udskilte kogsaltkrystaller i hulerummene. Af feldspather optræder saavel orthoklas som plagioklas; orthoklasen er opbygget af zoner, i det indre er den vandklar, langs kanterne uklar, graa, omdannet. Over enkelte dele af præparatet optræder kvarts og feldspath saaledes sammenvoxede, at det mikroskopiske billede minder om skriftgranit. Plagioklasen, der maaske er ligesaa hyppig som orthoklasen, viser i den indre del tvillingstribning, men er ligeledes omdannet langs kanterne. I enkelte lapper forekommer hornblende, men den er idethele temmelig tilbagetrængt; den er svagt grøn, dikroitisk, og nu og da omdannet til et græsgrønt, maaske kloritisk mineral. Enkelte korn af titanit forekommer, ligesom lange krystaller af apatit. Magnetjernsten er ikke sjelden, især i nærheden af hornblendens.

Foruden i store stokformede masser forekommer denne bergart tillige i gange i denne egn, og den gjennemsætter saavel basalten som den tidligere omtalte, i *Vestrahorn* optrædende gabbro. Lipariten ifra gangene viste sig i det hele sammensat paa samme maade som lipariten ifra Endalausadalstindr; her er den dog lidt mere finkornet, feldspatherne er mindre omdannede og titanit noget rigeligere tilstede.

Liparit ifra *Reidarárffjall*, nær ved Svinhólar, ikke langt fra Lónfjórðr har ligeledes en granitisk sammensætning. Her, nær Svinhólar, optræder gange af liparit helt indtil 100 meter mægtige; de sætter op i basalt. Et præparat fra en af disse gange var helt igjennem krystallinisk. Kvarts med mange hulerum for væsker er rigeligt tilstede, udgjørende omkring $\frac{1}{3}$ af den hele sten. Baade orthoklas og plagioklas deltager i sammensætningen, men er mere omdannet end i lipariten fra Endalausadalstindr. Magnetjernsten i klatter er hyppig, men noget hornblende- eller glimmermineral er ikke paavist.

I denne samme egn, hvor den omtalte liparit optræder i gange, forekommer ogsaa en mindre mægtig gang paa 1 meter, der imidlertid ikke bestaar af liparit, men af fedt-

glindsende grøn begsten; gangen optræder regelmæssigt og sætter op i basaltbænke.

Under mikroskopet viser denne begsten en farveløs glas som hovedbestanddel, i hvilken der dog hist og her forekommer sfærolithiske dannelser, der mellem krydsede nicols giver et sort kors. Uagtet glasset, der udgjør hovedbestanddelen i denne bergart, er farveløst, saa er det dog i den grad opfyldt med talløse smaa graa mikrolithiske dannelser, at det under mikroskopet faar et udseende, som om det var opfyldt af tæt støv. Disse mikrolither træder paa mange steder sammen til dannelsen af lange grønne, for enderne sig gaflende større mikrolither, maaske hornblende. Omkring disse større krystallinske dannelser er glasset renere, mere fri for de talrige smaa mikrolither.

Det vil heraf fremgaa, at den rent granitiske liparit ved Svinhólar ledsages af begsten, hvad der ikke er iagttaget ved lipariten i Endalausadalstindr. Forekomsterne i Endalausadalstindr, ved Papós og ved Svinhólar er de tre mig bekendte forekomster af liparit af fuldkommen granitisk habitus fra Island.

Derimod er antallet af gange og af forekomster af stokformede masser af liparit med mikrofelsitisk grundmasse særdeles stort paa Island, maaske allerstørst i landets sydøstlige del. Nogle af disse forekomster og de optrædende bergarter skal her omtales.

Ved Skálafjall lige ved Almannaskarð vest for Papós optræder i basaltformationens bænke gange af liparit og basalt. Gangene af liparit er yngre end basaltformationens bænke, men liparitens gange igjen gjennemsættes af de yngre gange af basalt (se fig. 4). Det fremgaa heraf, at eruptioner af basalt har fundet sted baade før og efter liparitens dannelse, noget der ogsaa fremgaa af de andre senere meddelte profiler.

Liparit fra *Skálafjall* fører enkelte større krystaller af sanidin og plagioklas; en graa mikrofelsitisk grundmasse opfyldt af korn og traade danner hovedbestanddelen i stenen og viser ofte tilbøielighed til sfærolithiske dannelser med radial stuktur og med indvirkning paa polariseret lys.

Begstenen fra *Skálafjall* er maaske den smukkeste af alle Islands begstene, og den viser stor lighed med den bekjendte begsten fra Arran. Den bestaar af et farveløst glas, der er i høi grad opfyldt af krystaller af et grønt søileformet mineral, hornblende eller augit, sikkerligen det samme mineral, som i den arranske begsten; disse krystaller er af forskjellig størrelse, op til $\frac{1}{2}$ mm. lange og gafler sig for enderne. De fleste mindre krystaller grupperer sig med en vis regelmæssighed til bregneformede og stjerneformede dannelser; hyppig ligger en krystal som en stilk, fra hvilken andre mindre krystaller gaar ud. I enkelte partier af glasset er dette for svagere forstørrelse støvfarvet, men for stærkere forstørrelse viser der sig en af korn og mikrolithiske dannelser opfyldt glas. Omkring de større krystaller optræder i regelen et parti af rent glas, som om den største del af de i glasset udskilte mikrolithiske dannelser var traadt sammen i hine større krystaller.

Ved Raudaskriða paa nordsiden af Hamarsfjørðr optræder liparit i en stokformet masse, ogsaa her ledsaget af begsten. Den i egnen raadende bergart er bænke af basalt og anamesit optrædende regelmæssigt med 5 til 6° fald ind imod landet. Midt i disse bænke sætter der op liparit i en stor masse, der i snittet tegner sig firkantet, saaledes som af Pajkul i hans »Bidrag til kannedomen om Islands bergsbyggnad«¹⁾ fremstillet i et profil gjennem forekomsten. Lipariten, der ofte har helt skifrig struktur, gennemsættes af yngre gange af basalt, og langs siderne af lipariten, hvor denne støder op imod de omgivende bænke af basaltbergarten, fore-

¹⁾ Svenska vet.-akad. handl. Bind 7 no. 1.

kommer begsten, der af og til optræder med sfærolithstruktur, saa at bergarten bestaar af kugler af størrelse som smaa hasselnødder.

Liparit fra *Raudaskriða* med skifrig struktur viser enkelte større krystaller af sanidin og plagioklas udskilte i en grundmasse, der udgjør hovedbestanddelen i bergarten. Grundmassen viser sig i polariseret lys at bestaa af feldspathkrystaller med en mikrofelsitisk, paa glas rig basis. Desuden optræder i bergarten smaa sorte korn, der ordner sig med en vis regelmæssighed i rader. Et andet præparat fra samme sted, men uden skifrihed, viser i det hele en lignende sammensætning, sanidin og plagioklas i en af feldspathkrystaller og mikrofesitisk basis bestaaende grundmasse; dog er de smaa sorte korn her ikke anordnede med nogen regelmæssighed.

Begsten fra *Raudaskriða* er en vakker bergart I en næsten farveløs glas, under mikroskopet med perlitisk afsondring, ligger talrige smaa farveløse listeformede og rektangulære feldspathkrystaller med livlig indvirkning paa polariseret lys. Glasset og disse feldspathkrystaller danner grundmassen, hvori der ligger større, ofte skarpkantede krystaller af sanidin, augit, magnetjernsten, samt paafaldende nok ogsaa enkelte korn af olivin. Bergarten viser udmærket mikrofluktuationsstruktur.

Perlit fra samme finstedet viser allerede mikroskopisk store kugleformede dannelser som erter liggende i stenen. Den imellem disse kugler liggende stenmasse viser sig under mikroskopet sammensat i det hele som den netop omtalte begsten fra denne forekomst, altsaa en glasmasse med smaa feldspathkrystaller og med sfærolithiske kurver samt indeholdende porfyragtig udskilt større krystaller af sanidin og augit samt nu og da et korn af olivin. Derimod viser de kugleformede dannelser i præparatet en anden sammensætning. De indeholder ogsaa sanidin og augit i større krystaller, men grundmassen synes at være langt fat-

tigere paa glas, om den ikke er helt mikrofelsitisk; langs perefieren af de cirkelformede snit ligger en mørkere, sandsynligvis jernholdigere zone.

Ved *Starmýri* paa sydsiden af Álftafjørðr optræder en liparitgang med omtrent 80 meters mægtighed, men uden stor udstrækning i strøg. Denne bergart indeholder kvarts udskilt, men den største delen af stenen bestaar af en grundmasse, sammensat af en glasbasis med talrige krystalkorn, især af feldspath. Forøvrigt synes bergarten i nogen grad at være omdannet, idet kalkspath i større krystallinske korn forekommer ikke saa sjelden.

I den række af fjelde, som ligger imellem Berufjørðr og Breiðdalr er liparit ikke sjelden; den danner her den øverste del af fjelde paa cirka 1000 meter, saaledes at omtrent de 300 øverste meter bestaar af liparit, medens hele den nedre del af fjeldene er basalt. Berufjarðarskarð gaar igjennem denne række af basalt og liparitfjelde. Basalten ligger dels under lipariten, dels staar den an imod den, saaledes som paa profilet fig. 5 er forsøgt fremstillet. Siderne af liparitfjeldene er paa store strækninger dækket af skred, og liparitens livligere farver stikker her som overalt stærkt af mod basaltformationens mørkere bergarter.

Liparit ifra *Berufjarðarskarð* er meget fattig paa større udskilte krystaller. Hist og her sees en liden sanidinkrystal. Ellers bestaar bergarten af en mikrofelsitisk grundmasse, hvori enkelte partier samler sig til sfærolithiske dannelser og i midten af disse ligger nu og da en sandinkrystal. I disse sfærolithiske partier ligger oftest korn maaske af magnetit mer eller mindre regelmæssig ringformet anordnede.

Alle de her beskrevne lipariter sætter op i basaltformationen, men ogsaa inden palagonittuffen forekommer liparit, saaledes i *Laugafjall* nær Geysir. I denne liparit forekommer større krystaller af sanidin, plagioklas og augit udskilt i en mikrofelsitisk grundmasse, i hvilken talrige sfærolithiske

dannelser forekommer; mange af disse sfærolithiske dannelser giver i polariseret lys et sort kors. Bergarten herfra er analyseret af Bunsen, der angiver følgende sammensætning:

Si	75.29
-Al-	12.94
Fe	2.60
Ca	1.01
Mg	0.03
K	5.42
Na	2.71

Nogle af de mest storartede snit gennem liparitforekomster findes paa Islands østkyst yderst ved Havet, saaledes mellem *Skálanes* og *Dalatáangi* udenfor indløbet til Seydisfjørðr (se fig. 10). Landet er her ude ved kysten steilt, og hæver sig efter øiesyn op imod et par tusind fod. Hovedmassen af fjeldene bestaar af doleritbænke; men lipariten optræder, som det vil fremgaa af figuren, i store uregelmæssige masser uden i nogen synderlig grad at forstyrre de omliggende bænke af basaltiske bergarter, ja den trænger sig endog ind imellem bænkene. Derhos er lipariten gjenemsat af yngre bænke af basalt, hvilke optræder i stort antal og gaar som sorte baand helt fra havets overflade til de høieste toppe. Da landet her er nøgent og steilt, er disse profiler udmærket blottede, kun hist og her er det faste fjeld dækket af skred.

Et lignende storartet profil gennem en liparitforekomst er blottet ligeledes yderst ved havet mellem Mjólfjørðr og Reyðarfjørðr nær Islands østligste punkt ifra *Horn* og til *Sandvík*. Profilet fig. 9 viser store masser af liparit i den nedre del af de for største delen af basalt eller dolerit bestaaende fjelde; talrige yngre gange af basalt sætter tvært igennem det hele.

Obsidianer. Nogle islandske obsidianer er blevne undersøgte og omtales bekvemst her efter begstenene; disse

obsidianer er imidlertid ikke iagttagne paa forekomsterne sammen med lipariterne, saaledes som tilfældet er med begstenene. Den bekjendte forekomst af obsidian fra Hrafninnuhryggr nær Krafla forekommer nær toppen af denne ryg og ledsages af pimpsten. Forekomsten er ikke let at forstaa; maaske er det saaledes, som Pajkull antyder, at obsidianen har oprindeligt flydt i en strøm, men at landets overflades beskaffenhed nu i den grad er forandret, at denne vulkanske glas optræder i de øverste dele af den smale ryg, medens den før laa i forsænkninger i landskabet. Bunsen har analyseret denne obsidian:

Si	75.77
-Al-	10.22
Fe	2.91
Ca	1.84
Mg	0.14
K	1.76
Na	4.18

Obsidianen fra *Hrafninnuhryggr* viser sig under mikroskopet at være en temmelig ren brun glas med yderst faa krystallinske dannelser eller mikrolither. Men ledsagende denne rene obsidian forekommer paa dette findested varieteter af samme bergart, der allerede mikroskopisk viser kugleformede sfærolithiske dannelser. Under mikroskopet viser disse kugleformede dannelser tre koncentriske zoner, og fra de midtre partier straalder derhos radially, men uregelmæssig, lange traade af trichiter helt ud i den omgivende glas. Den allerinderste del af disse kugler er undertiden fri for trichitiske dannelser, der næst følger en zone, der er fuld af dem, endelig kommer en dyb brun zone, og undertiden er glasset uden om denne igjen mindre stærkt farvet. Smaa mørke korn og naale forekommer i obsidianglasset.

Basaltgangene. Saavel i Islands basaltformation som i tuffen sætter der hyppig op gange af søileformet basalt. At

mange af disse er af forholdsvis ung alder fremgaar deraf, at de, som ovenfor omtalt, sætter igjennem lipariten, der atter er yngre end den store mægtige formation af basalt- og doleritbænke. Skjønt mange af basaltgangene sætter igjennem liparitforekomsterne, saa er det ingenlunde givet, at alle Islands basaltgange er yngre end disse; tvertimod er der al grund til at antage, at der gives gange, der ogsaa er ældre end lipariten, skjønt det forhold, at en liparitgang sætter igjennem en basaltgang, saavidt vides ikke er iagttaget paa Island. Det er ingenlunde meningen her at antyde, at basaltens forekomst i bænke geologisk er helt forskjellig fra forekomsterne i gange. Tvertimod ligger den tanke saare nær, at hine gange repræsenterer de gamle vulkanske aabninger, ad hvilke de mægtige dækker, der danner den største del af Island, har fundet veien til overfladen. Det ligger fremdeles saare nær at antage, at hver bæk af basalt inden basaltformationen repræsenterer en gammel strøm, der har flydt i overfladen, efter at være kommet op til samme igjennem de spalter, der nu er basaltgange. De nuværende lavastrømme paa Island kommer jo ogsaa op af spalter, der imidlertid er utilgængelige for os. Den petrografiske beskaffenhed af basaltdækkerne og tuffene paa den ene side og lavastrømmene og slakkerne paa den anden side synes ogsaa at tale for en saadan opfatning. Man kan ikke indvende herimod, at de gamle basaltiske dækker er altfor regelmæssige til at være gamle strømme, thi man har jo historiske lavastrømme i Skaptafellsyssel, der kan følges over 50 kilometer, og saa langt er neppe noget dække i basaltformationen fulgt uden at kile sig ud; man ser jo ogsaa t. ex. i Almannagjá, at den ene lavastrøm ligger som et dække over den anden. Man kan ei heller indvende, at basaltgangene gaar helt op i dagen, ja helt op paa toppen af fjelde, uden her at udbrede sig til dækker; thi Islands overflade er sikkert en helt anden nu, end den var i hin tid,

da disse gange satte op, og de dækker eller strømme, som de dannede i overfladen, er nu forsvuudne.

Men forholder det sig saa, at de dækker eller bænke, der nu danner en saa stor del af landet, er kommet ud gjennem de aabninger, der nu er gange, saa maa gangenes alder være forskjellig, idet nogle er samtidige med de ældste dannelser i basaltformationen, medens atter andre er yngre end denne.

De gange, som sætter op i tufformationen, er ganske sikkert af forskjellig alder, ligesom de dækker af basalt, der optræder inden tufformationen, ogsaa er af forskjellig alder. Efter de profiler, der ligger blottede langs Islands sydkyst, synes gange af basalt at have sat op gjennem tuffen, og at have udbredt sig strømformet; slakkeregn og askeregn, der har leveret materialet til tuffen, har vexlet med eruptioner af basalt, der har sat op i gange og saa udbredt sig dækkeformet, for atter at begraves af slakkeregn. Men paa den anden side synes der ogsaa at være intrusive gange, der har sat ind i tuffen efter dennes dannelse, og som har omsluttet store partier af tuffen. Paa Islands sydkyst nær Seljaland, vestligst ved pynten af den fjeldmasse, hvorpaa Eyjafjallajökull hviler, sees saaledes tufmasser, der er helt omsluttede af intrusive basaltmasser. Alt tyder paa, at der saavel inden basaltformationen som inden tufformationen gives gange af meget forskjellig alder, at disse gange i overfladen har udbredt sig strømformet, men at der ved siden deraf ialfald inden tuffen findes intrusive gange, der har trængt sig ind ogsaa i horizontal retning i de løse slakkemasser.

Basalt i gang i søiler sættende op i basaltformationen ved *Hamnastaðr* er omtrent 6 meter mægtig med strøg mod nno.; elven har efter gangen dannet sig en erosionsseng paa ca. 20 meters dyb. Ledsagende gangen forekommer tachylit, tæt, brunsort med fedtglans, af beboerne forvexlet med stenkul.

I basalt fra denne gang kan enkelte feldspathkrystaller erkjendes. Den viser sig under mikroskopet helt igjennem krystallinisk, uden spor af glasmasse; den bestaar af krystallinske stykker af plagioklas, augit, magnetit samt grøn serpentin med enkelte rester af olivin.

Tachylit fra samme gang viser sig under mikroskopet at bestaa af en dyb chokoladebrun glas, i hvilke der findes enkelte mørkere snorer og næsten impellucive partier. I denne glas ligger krystallinske stykker af feldspath, af hvilke mange viser plagioklasens tvillingstribning; enkelte krystaller af augit optræder ogsaa i glasset. De lysere partier af glasset samt de mørkere striber snor sig omkring feldspathkrystallerne, ligesom de forskjellige partier med forskjellig pelluciditet viser bønninger og snoninger.

Basalt fra *Hørgsdalr* i Skaptafellssýsla sætter søileformet op i palagonittuf og bestaar af plagioklas, augit og magnetit samt en stærkt tilbagetrængt basis, der næsten ikke bliver gjennemsigtig paa grund af udskilte mørke korn.

Basalt fra *Paradísarhellir*, sydvestlig for Eyjafjallajökull, i bæk i palagonittuf, indeholder en interseral basis, der er afglasset ved brune korn, der hober sig sammen til ugjennemsigtighed. Plagioklas i listeformede krystaller, magnetit, der grupperer sig til regelmæssige figurer, augit samt temmelig uforandret olivin danner stenen.

Basalt i søiler, dækkeformet, dannende den øverste del af det af tuf bestaaende fjeld *Hverfisdalsoæl* nord for Lómagnúpr i Skaptafellssýsla indeholder større krystaller af plagioklas, der undertiden indeslutter partier af en brun ved korn afglasset basis; disse større plagioklaskrystaller ligger i en af mindre plagioklaskrystaller, augit samt magnetit bestaaende grundmasse, i hvilken der ogsaa forekommer en indeklemt basis afglasset ved brune korn og indeholdende magnetit i regelmæssige krystalgrupper.

Historiske Vulkanudbrud

Eldborg.	Eld-eyjar.	Trølladýngja.	Þurrárhraun.	Hekla.	Rauðukambur.	Eyjafjalajökull.	Katla.	Laki.	Síðujökull.	Grímsvötn.
950			1000	1114			c. 900			
		1151		1157						
		1188		1206						
	1211			1222						
	1226									
	1231									
	1238									
	1240									
				1294			1245			
				1300			1262			
		1340		1341			1311			
		1360		1389	1348					
		1389		1436						
	1422			1510						
				1554 ¹⁾						
				1578			1580			
				1597						1598
	1583			1619		1612				
				1636			1625			
							1660			1685
				1693						1716
				1728 ¹⁾						
				1754 ¹⁾						
				1766			1755			1753
	1783							1783		
						1821				
	1830			1845			1823	1823?		
							1860			
				1878						
	1879									

¹⁾ Disse Udbrud ere ikke foregaaede i selve Hekla, men i en nærliggende

paa Island, efter Th. Thoroddsen.

Skeið- arar- jökull.	Øræfa- jökull.	Paa ukjendte Steder i Nær- heden af Vat- najökull.	Kverk- fjell.	Dýng- jurfjell.	Svein- agjá.	Krafla.	Leir- hnúkr	Hros- radalr	Bjarn- ar- flag.	Dal- fjall.
		1225?								
		1332								
	1341 1349	1341								
		1477 1510								
	1598									
1681		1638								
			1717							
1725 1727	1727					1724	1725 1727 1728 1729	1728	1725 1728	1728
1774 1784										
		1862 1867 1873			1875	1875				
		1883								

fjeldryg eller i Heklas lavastrømme.

2. Om Islands vulkaner og lavastrømme.

Det er her ikke hensigten at give nogen almindelig oversigt over Islands vulkaner og deres eruptioner. I et nyligt udkommet arbeide »Oversigt over de islandske Vulkaners Historie« har Islændingen Th. Thoroddsen medlagt resultaterne af sine indgaaende studier over efterretningerne om de islandske vulkaner og deres eruptioner, og de, der maatte ønske nærmere kjendskab til disse ting, kan henvises til dette klassiske arbeide. Da imidlertid de tabeller, som sædvanligvis opstilles for de islandske vulkaners udbrud, vrimler af urigtigheder, hidsættes her Thoroddsens tabel. Ved tabellen har jeg kun gjort den forandring, at udbrudene i 1867 og 1873 ikke henlægges i Kverkfjöll, men til et sted inde i Vatnajökull, ligesom stedet for det store udbrud i 1783, der oprindeligt henlagdes i Skaptárjökull, og som i Thoroddsens tabel først benævnedes Varmárdalur, og som han senere foreslaar benævnt Skaptárrendens vulkaner, er her paa listen benævnt Laki efter det fjeld, hvorigjennem krater-rækken gaar. Hr. Thoroddsen har i brev af 8de nov. 1883 underrettet mig om, at der paa Reykjanes er 5 vulkaner, som sikkert har havt udbrud i historisk tid. Heraf fremgaar det, at den meddelte liste er modtagelig for yderligere forbedringer.

En hel del af Islands virksomme vulkaner ligger oppe i jøkler og frembringer ved sine eruptioner de saakaldte jökulhlaup, som nærmere er omtalte i mit arbeide »Om vulkaner i og under jøkler paa Island og om jökulhlaup«¹⁾. Disse jökulvulkaner er Eyjafjallajökull, Katla (der ogsaa kaldes Mýrdalsjökull, Miðdalsjökull, Hæfðarjökull, Kötlugjá), Siðujökull, Grimsvötn, Skeiðarjökull, Örfajökull. Jökulvulkanerne har aldrig, saavidt vides, udsendt lavastrømme, men derimod slakker og aske i store kvantiteter.

¹⁾ Letterstedske Tidsskrift 1883.

Men foruden de vulkaner, som har havt udbrud i historisk tid, og hvis antal er mindst 22, hvoraf 6 ligger oppe i jøkler, saa gives der paa Island en masse kratere og store lavamasser, som vidner om meget voldsomme udbrud i moderne geologisk tid, men før landets bebyggelse.

Alle Islands vulkaner synes i det hele at være byggede efter samme princip; det er ikke et enkelt stort krater, der jevnlig sender smeltede stenmasser, eller som er i nogenlunde stadig virksomhed. Tvertimod er der i regelen et stort antal smaa kratere, opbyggede for leiligheden under den stedfundne eruption. Kraterne er kegleformet opkastede slakkemasser, undertiden ganske lave, kun faa fod høie, men undertiden naar de op til et par hundrede fod; fra den indre fordybning er der i regelen udsendt lavastrømme gennem en eller flere aabninger i kraterringen. Slig er det enkelte krater bygget; men det er, som netop berørt, sjelden, at et krater optræder isoleret, idet der, naar de islandske vulkaner har eruption, dannes en hel hoben smaa kratere, der oftest ligger paa rad i en bestemt retning. Overhovedet faar man ved studiet af de islandske vulkaner det indtryk, at det som finder sted i dybet, er en gangdannelse; at en spalte, undertiden mile lang, men aldrig meget bred, aabner sig i jorden, og at denne spalte fyldes med smeltet sten fra jordens indre, at de lavastrømme, som flyder ud, er den overskydende sten, der er rigeligere tilstede end nødvendigt er til spaltens udfyldning, og at de enkelte kratere repræsenterer de punkter langs spalten, hvor eruptionen gaar voldsomst for sig.

Med hensyn til navnene paa de islandske vulkaner med udbrud i historisk tid, saa bør det altsaa erindres, at der ved en vulkan som *Leirhnúkr*, *Sveinagjú* o. s. v. ikke forstås et enkelt kegleformet fjeld med et krater paa toppen; men meget mere en række af smaa kegleformede kratere liggende paa en linie; ja igrunden er ved disse navne ikke eugang denne række af kratere betegnet, men meget mere

det fjeld eller det sted, nær hvilket kraterne er beliggende; som t. ex. *Sveinagjá* er en spalte eller gjá, nær hvilken kraterne af 1875 dannedes paa Mývatns Øræfi. Man maa af navnene ikke ledes til at antage isoleret liggende fjelde som *Vesuv* og *Etna*, for den væsentligste del opbyggede ved selve den vulkanske virksomhed. Mange af navnene som *Krafla*, *Leirhnúkr*, *Øræfajökull*, *Eyjafjallajökull* har vistnok været benyttede for vedkommende fjelde, før vulkanske udbrud er iagttagne i dem. Islands vulkaner er i det hele lidet kjendte, og endog flere af dem, der har havt udbrud i historisk tid, er aldrig blevne undersøgte.

En hel del af udbrudsstederne for de moderne kraterer havde jeg anledning til at bese under reisen paa Island i 1881, saaledes kraterne ved *Sveinagjá*, *Leirhnúkr*, *Krafla* med andre nærliggende kraterer; ligeledes kom jeg til kraterne af 1783 eller *Lakis kraterrække*. Vi reiste over *Heklas* ryg og til flere af dens lavastrømme, uden dog at gaa op til selve kraterne; fremdeles havde vi anledning til at se mange af de jøkler, hvor udbrud har fundet sted, eller angives at have fundet sted, som *Katla*, *Sidujökull*, egnen for de udbrud, der henlægges til *Grimsvotn*, *Skeiðarárjökull* og *Øræfajökull*.

Der vil i det følgende blive meddelt en kort beskrivelse af den mikroskopiske beskaffenhed af en del historiske og forhistoriske islandske lavaer. Da imidlertid en saadan petrografisk beskrivelse helst bør ledsages med den geologiske undersøgelse af selve vulkanerne, meddeles her lidt om de enkelte islandske vulkaner og deres forekomst; jøkelvulkanerne, der ingen lavaer har udsendt, og som før er omtalt i det ovenfor citerede arbeide, udelades her.

Eldborg i Hnappadalssýsla en af Islands ældste vulkaner; men den har kun havt et udbrud, som omtales i Landnámabok (2 P 5 K). Der berettes, at der hvor krateret eller

ildborgen nu er, der var før en gaard, som hed *Hrip*. Ved denne eruption dannedes lavamarken *Borgarhraun*. *Olafsen* og *Povelsen* beskriver krateret og lavastrømmen. Den sidste er 3 mil lang fra no. til sv. og $1\frac{1}{2}$ mil bred, og den har forøget landet med en del næs og skjær, da den er løbet et godt stykke ud i stranden. Krateret sees i 4 til 5 miles afstand som et stort slot. Ildborgen selv er udvendig rund, sort af farve, indvendig hul og tom. Aabningens største gjennemsnit var 636 danske fod, men denne aabning er ikke cirkelrund, men aflang fra no. til sv. Kraterets indvendige høide angiver de til 169 fod, men udentil bliver den langt højere, om bjergets rod bliver regnet med. Udbrudet henlægges til omtrent aar 950.

Udenfor *Reykjanes*, landets sydvestlige spidse, har der i havet omkring *Eldey* fundet 10 udbrud sted i historisk tid. Kraterne og de udspyede stenmasser danner da undertiden nye øer. Den femte eruption i 1240 ledsagedes af overordentlig heftige jordskjælv; der berettes, at halvdelen af *Reykjanes* blev lagt øde ved dette udbrud. 1783, 1 maaned før vulkanerne i *Skaptafellssýsla*, *Lakis vulkanrække*, kom til udbrud, udkastedes der i havet udenfor *Reykjanes* store masser pimpsten, saa at havet i 20 til 30 miles afstand var fuld af pimpsten, hvilket ikke lidet hindrede skibene i deres fart. Udbrudet gav anledning til dannelsen af en ø, som blev iagttaget fra skibe i fuld eruption tidligt i mai maaned 1783. Øen laa 7 til 8 mil retvisende i sv. for yderste *Fuglasker*. Øen, som nogle angav at være 1 mil i omkreds, andre $\frac{1}{2}$ mil, bestod af høie klipper, i hvis kløfter der brændte en heftig ild paa to eller tre forskellige steder, og der opkastedes i luften en stor masse pimpsten. Kongen af Danmark gav øen navn af *Nyjaey*, *Nyø*, men den var allerede det følgende aar forsvunden. Sidste eruption udfor *Reykjanes* var 30te og 31te mai 1879.

Trölladyngja hedder en lidet kjendt vulkan i *Gullbringu-*

sýssla, liggende i nordlig retning for *Krísuvík*. Den skal have havt 6 eruptioner. Denne vulkan har undertiden sendt sine lavamasser helt ned til havet, hvorhen afstanden i ret linie er omtrent 14 kilometer. Vulkanen er af forskellige forfattere forvexlet med et fjeld af samme navn, som ligger i Ódáðahraun, nordligt for Vatnajökull.

Þurrárhraun kaldes en lavastrøm, som dannedes aar 1000 ved en eruption paa *Hellisheiði*. Strømmen tog veien mod øst og gik gennem et pas ned paa det lave land øst for *Hellisheiði* ned mod gaarden *Hjalli*. Hvor de kratere ligger, som har udsendt dette hraun, er mig ubekjendt. Paa veien over *Hellisheiði* har man nær høidepunktet, 1195 fod o. h., en del smaa kratere. Thoroddsen angiver, at strømmen kommer fra to store kratere mellem *Lágaskarð* og *Hellisskarð* paa den nordvestlige side af *Hellisheiði*. Strømmen har en længde af 2 mil.

Hekla, den mest bekjendte af Islands vulkaner, har ialt havt 21 udbrud. Som hos de andre vulkaner er den bergart, der danner grundlaget, hvori de smeltede stenmasser sætter op, tuf; der er maaske i bygningen af selve vulkanen ikke nogen væsentlig forskjel mellem *Hekla* og andre udbrudssteder, der ikke ligger paa ryggen af fjelde, men tildels i dale eller paa flade heie.

Hekla er oftere beskrevet af tidligere iagttagere, og da jeg ikke har besøgt toppen, skal jeg her indskrænke mig til nogle faa bemærkninger. Fjeldet danner en langstrakt ryg, med længderetning mod no.; tuf staar frem i lavere niveauer i langstrakte rygge med nordostlig længderetning. Den øverste del bestaar af udspyede slakker og lavastrømme, og kratere af 1845 ligger nær toppen i antal 5 med retning no. *Heklas* lavaer naar i nordostlig retning længere end paa *Gunnlaugssons* kart angivet; thi vi traf den helt mod no. ved *Tungnaá*. Det sidste vulkanske udbrud i 1878 fandt ikke sted i selve *Hekla*, men i fjeldryggen længer mod no., hvor

der angives at have været udbrud før, i aarene 1554, 1728 og 1754.

Heklas sidste udbrud begyndte 27de febr. 1878 efter 33 aars hvile med stærkt jordskjælv, som gik over hele landets sydvestlige del. Det varede fra kl. 4 eftermiddag til kl. 5 følgende morgen. Mange flygtede ud af husene og slap fæet ud, men der indtraf ingen ulykke. Klokken 8 til 9 om kvelden slog først ildlysningen op i luften, men den tiltog, eftersom ugen led; da saaes ilden fra fjerntliggende bygder, saaledes fra Reykjavik. Den næste dag, 28de febr., saaes en stor røgsøile staa op i luften no. bag ved Hekla, og der blev stort askefald over *Biskupstungur*. Folk var længe i tvivl om, hvor udbrudet var, idet somme tænkte, at det var i Skaptárjökull eller i Torfajökull, indtil det blev yderst sandsynligt, at det ikke var langt fra Hekla i nordost. Stundom saaes to ildsøiler paa engang. I marts maaned fortsattes udbrudet, men det var da temmeligt svagt. Kraterne, der ligger lidt nordenfor Krakatindr, blev gjentagne gange besøgt kort efter udbrudet. Der iagttoges 14 kratere liggende paa en linie fra sv. mod no. Mægtigheden af lavaen ansloges til imellem 90 og 100 fod. Den laveste del af den i 1878 udsendte lavastrøm fandt jeg at ligge 1492 fod over havet.

Raudukambar hedder en vulkan omtrent 26 kilometer n. til vest for *Hekla*, imellem *Lawá* og *Þjorsá*, og fra denne vulkan kjendes kun et udbrud i aaret 1343, ved hvilken leilighed en hel bygd *Þjorsárdalr* med elleve gaarde blev fuldkommen ødelagt.

Lakis vulkanrække kalder jeg her vulkanerne af 1783 i Skaptafells Syssel, bekjendt for det voldsomme udbrud i 1783. Sædvanligvis benævnes dette udbrud Skaptárjökullens udbrud; men dette navn er feilagtigt; thi kraterne ligger temmelig langt fra denne jökull. *Thoroddsen* benævner den i sin Oversigt *Varmárdalr*, et navn, som synes at være beboerne i Skaptafells Syssel ubekjendt, hvorfor han i et senere tillæg foreslaar

Skaptá-Rendens vulkaner. Hvis man vilde give den et navn i overensstemmelse med andre islandske vulkaner, som *Leirhnúkr*, efter det fjeld, hvori den vulkanske spalte har aabnet sig, saa turde navnet *Lakis* vulkanrække være det mest passende; thi spalten langs hvilken kraterne er bygget, gaar gennem en del af dette fjeld og fortsætter fra dette saavel i n.vestlig som i n.ostlig retning.

Om dette vulkanudbrud i 1783 er der en fuldstændig beretning af *Magnus Stephensen*, der forsøgte at naa frem til kraterne i 1784, men ikke kunde komme over den endnu varme lavastrøm, og omgivelserne her var dengang endnu indhyllede i røg; han kom frem til fjeldet *Blængur* og saa her en stor høi ligesom et lidet bjerg, og ansaa dette for vulkanen; sandsynligvis har dette fjeld været *Laki*, nordfor Blængur. Senere i 1808 angav Stefensen *Skaptárjökull* som udbrudssted, og fra den tid kaldes hint udbrud næsten overalt feilagtigen Skaptárjökullens udbrud.

Sveinn Pálsson erkjendte først i 1794, at der var en lang række kratere, og han har beskrevet de sydvestligste af dem, men efter ham vides ingen at have været ved kraterne, før vi kom der. Om selve udbruddet har de to nævnte forskere leveret efterretninger, i hvilken man vil finde udbrudene og deres sørgelige følger næiere beskrevne.

Før udbrudet indtraf jordskjælv 1ste juni, og de vedblev indtil 8de juni, da udbrudet begyndte, idet der steg op talrige røgstøtter, der samlede sig til en stor sort banke; det blev mørkere og mørkere, og sand og aske begyndte at regne ned paa Siða. 11te juni tørrede elven Skaptá ud, og den følgende dag kom lavastrømmen med stærk fart efter Skaptás rende og opfyldte denne, der paa mange steder var 400, til 500 ja 600 fod dyb og oversvømmede endog paa sine steder landet paa siden af renden. Lavastrømmen standsedes i nogen tid ved et stort vandsvælg mellem gaardene *Skaptárdalr* og *Á*, og løb i forskjellige grene ud over den flade

bygd paa *Medalland*. Lavastrømmene ødelagde mange gaarde, opdæmmede elve, hvis vand kom i heftigt kog, men stand-sede endeligt 20de juli. Dette var den store vestlige lavastrøm efter elven *Skaptá*.

Men den 28de juli kom der et nyt udbrud, der ligesom det forrige begyndte med en stor sort banke, askefald og mørke. Den 3die august opsteg der røg fra elven *Hverfisfljót*, og vandet i denne blev varmere og varmere, og den 9de august brød en lavastrøm frem efter *Hverfisfljóts* rende som før efter *Skaptás*, flød udover det nedenfor liggende flade land, ødelagde gaarde og spærrede den alfare vei mellem *Síða* og *Fljótshverfi*.

Skrækelige ulykker, ved hvilke vi her ikke vil opholde os, fulgte paa dette udbrud, idet græsset var ødelagt, hungersnød og sygdomme bortrev mennesker og dyr i tusindvis.

Den vestlige arm af den lavastrøm, der dannedes ved dette udbrud, er omtr. 11 geogr. mil lang, den østlige 4 mil. Den dækker et fladerum paa omtrent 500 kvadratkilometer, og anslaaes dens gennemsnitlige tykkelse til 30 meter, saa har den et indhold paa 15 milliarder kubikmeter sten (486000 millioner kubikfod) eller 37 milliarder tons sten. Hvis hele lavaen tænkes opstablet til en eneste kubisk blok, saa vilde denne være 2466 meter (7860 fod) høi, bred og lang.

De kratere, som har udspytet hine enorme lavamasser, ligger paa en linie det ene krater efter det andet, store og smaa, i antal omtrent 100, hvoraf ca. 30 større. Retningen for denne vulkanske linie er nordøstlig. Længden omtrent 20 kilometer. Linien ligger nordligt for *Blængur* og gaar gennem fjeldet *Laki*, hvoraf navnet *Lakis* vulkanrække. Men *Laki* selv bestaar af tuf, palagonittuf, saa at altsaa ogsaa disse kratere, ligesom de andre vulkaner paa Island, sætter op i tuf. Kraterne bestaar af slakker, har, seet fra siden, formen af en ret afstumpet kegle, men omslutter i sin indre del et rum af cirkulær eller elliptisk form, i midten af

hvilket lavastrømmen er kommet op. I kraterne er væggene gjennembrudte paa 1, 2 eller flere sider, og lavaen sees at have strømmet ud af disse aabninger. Kraternes høider er meget forskjellig fra kun nogle faa meter hos de bitte smaa og 100, 200 fod hos de store. Toppen af disse kraterer ligger i høider paa 1900 til 2200 fod over havet, men over den omgivende lava hæver de sig, som berørt, kun indtil et par hundrede fod.

Der synes paa dette sted at have dannet sig her omtrent 20 kilometer lang spalte i jorden, der har udsendt lavastrømme til begge sider og samtidigt er der efter spalten opkastet kraterer, bestaaende af slakker indtil et par hundrede fods høide. Den detaillerede beskrivelse af kraterne kan vi her ikke opholde os ved.

Denne kraterække synes i sin nordøstre del at have fulgt en ældre forhaandenværende kraterække eller spalte, ligesom der paa forskjellige steder i denne egn findes ældre kraterer til bevis for, at her ogsaa i ældre tid har fundet vulkanske udbrud sted, om end hin frygtelige eruption af 1783 er den første i historisk tid. I et endnu ikke offentliggjort arbeide vil der blive meddelt en specialbeskrivelse af de her omhandlede kraterer og lavastrømme.

En del vulkanske udbrud er iagttagne paa Island, uden at man nøiagtigt kjender eruptionsstedet. At saa er tilfælde kan ikke forundre, naar man erindrer, at store ørkenagtige strækninger forekommer, og at folk sædvanligvis ikke har nogen særskilt grund til at opsøge disse vulkaner. *Thorodd-sen* opfører 7 udbrud under betegnelsen udbrud paa ubekjendte steder i nærheden af Vatnajökull. Disse 7 udbrud bør forøges til 10, thi de to udbrud af 1867 og 1873 har neppe fundet sted i Kverkfjöll og endelig har der i 1883 været to udbrud paa et ikke nærmere bestemt sted i Vatnajökull. Vinteren i aaret 1225 kaldtes sandvinteren paa grund af det store askefald, men udbrudsstedet er ukjendt. I 1477 faldt

der megen aske paa nordlandet, og askefaldet fulgtes, som saa ofte er tilfælde, af hungersnød.

Nordenfor Vatnajökull har der ogsaa været udbrud, men denne egn af landet er saare lidet kjendt. *Kverkfjöll* opføres af Thoroddsen med 3 udbrud. Om høsten 1717 fandt der et udbrud sted nær kilderne for *Jökulsá* i *Axarfirði*, og der faldt da megen aske i Þingeyjarsýssla og ødelagde høet; asken førtes til *Eyjafjörðr*. Desuden angiver Thoroddsen, som berørt, udbrud fra *Kverkfjöll* i 1867 og 1873. Imidlertid fremkaldte de her nævnte to udbrud jökulhaup i *Skeiðará* paa sydsiden af Vatnajökull, ligesom folk paa Islands sydkyst angave at have seet røgsoilerne i saadanne retninger, at det er sandsynligt, at disse to udbrud har fundet sted i Vatnajökull, saaledes som ovenfor angivet.

Krafla, *Leirhnúkr*, *Hrossadalr*, *Bjarnarflag* og *Dalfjall* hedder et antal af udbrudssteder i omegnen af *Mývatn*, fra hvilke vulkaner man imidlertid kun kjender udbrud i aarene 1724 til 1728.

Krafla er en ryg af palagonittuf, som naar en høide af 2633 fod over havet eller 1677 fod over *Mývatn*. Fjeldet ligger NO. for *Mývatn* i en afstand af omtrent 12 kilometer fra samme. Selve *Krafla* har ikke udsendt lavastrømme, men der findes nu ved foden af samme i 1794 fods høide en liden sø *Helvíti*, der repræsenterer et gammelt krater, vistnok det, som aabnede udbrudene, ved 17de mai 1724 at udsende aske og pimpsten i saadanne masser, at asken laa 3 fod paa østsiden af *Mývatn*. Da *Olafsen* og *Povelsen* var ved dette krater i 1732, opsteg der da en stor sort røg. Det havde formen af en kjedel, vandet i samme var tykt og blaaagtig som en velling. *Henderson*, som kom did i 1814, beskriver *Helviti* som en rund pøl med en sort flydende væske, der erumperede hvert femte minut og da kastedes op til en høide af 30 fod.

Nu er her rent klart vand liggende i en kjedelformet

fordybning med vægge paa 70 til 130 fod. Væggene bestaar af rød palagonittuf med enkelte lag af basalt, og selve søens vand har en dyb grøn farve. Den vulkanske virksomhed er nu her uddød, men nær Helviti findes der nogle kogende lerpøle og smaa solfatarer.

Fra Krafla til *Leirhnúkr*s vulkanrække er afstanden ikke stor, saa disse to eruptionssteder let kan befares paa en dag fra *Reykjahlíð*. *Leirhnúkr* er et fjeld af palagonittuf, nær hvilket der har dannet sig en række af kratere liggende paa en linie omtrent fra Nord til Syd. Toppen af det største, maaske det høieste krater ved *Leirhnúkr* fandt jeg at ligge 1868 fod over havet, kraterbunden 1785 fod, saa at selve kraterets høide var 83 fod. Disse kratere er ligesom *Lakis*, *Sveinagjás* o. s. v. opbyggede af lutter slakker.

I hine aar var der, som det fremgaar af tabellen, tillige udbrud fra andre steder omkring *Mývatn* i *Hrossadalr*, *Bjarnarflag* og i *Dalfjall* nær *Reykjahlíðarsel*, og paa disse steder udsendtes lavastrømme. Eruptionerne omkring *Mývatn* aabnedes, som før berørt, med eruption af aske og pimpsten fra *Krafla* 17de mai 1724. Derefter kom eruption fra *Leirhnúkr* 11te januar 1725 med stærke jordskjælv; derefter 19de april 1825 fra *Bjarnarflag*, i 1727 den 21de august ny eruption fra *Leirhnúkr*, saa atter en 18de april 1728 og samme dag eruption i *Hrossadalr*, ligesom i *Bjarnarflag*. Den 20de april flød der ud lavamasser fra et krater paa den østre skraaning af *Dalfjall* nær *Reykjahlíðarsel*. Saa havde *Leirhnúkr* igjen udbrud 18de december 1728 og 30te januar 1729, hvilke fortsatte hele aaret.

De lavamasser, som er dannet ved alle disse udbrud, er særdeles betydelige. De gik mod nord og vest til *Gæsedalsfjöll* og en grek af strømmen gik helt ned til *Reykjahlíð*, ødelagde gaarden, omsvømmede helt kirken, der stod igjen paa en ø midt i lavaen, og gik saa ud i *Mývatn* og dræbte *Fiskene* her i søen.

Kraterrækken ved *Sveinagjá* har kun havt udbrud i 1875. Udbrudet er mærkeligt derved, at det fandt sted paa en flad hei, den saakaldte *Mývatns Öræfi*. Her ligger omkring et snes kratere paa en linie, der strækker sig i retning NtO —StV, og som har en længde af omtrent 14 kilometer. Fra disse kratere er der under forskellige udbrud udsendt lavastrømme til begge sider, og da landskabet, hvorover lavaen flød, var forholdsvis jævn, saa har ikke lavastrømmene samlet sig til en enkelt strøm, men de strækker sig ud i tunger og arme i alle mindre fordybninger i terrainet. Selve lavamasserne har, betragtet under et, en længderetning fra NtO —StV som kraternes række. Kraterne har mest formen af langstrakte elliptiske svælg opbyggede af slakkemasser og nu og da gjennemsatte af gjæer eller spalter. Høieste krater af 18de febrnar 1875 fandt jeg at ligge 134 fod over heien, og da denne ligger 1240 fod over havet, bliver toppen af høieste krater 1374 fod over havet.

Længden af den af lava oversvømmede fjeldmark er maalt paa det af løjtnant *Caroc* optagne kart 14,4 kilometer; den gjennemsnitlige bredde kan anslaaes til 1,5 kilometer og mægtigheden af lavastrømmen tør vistnok ikke sættes lavere end 10 meter. Dette giver 276 millioner kubikmeter lava (8938 millioner kubikfod). Johnstrup angiver en læugde af 3 mil, sandsynligvis danske, en bredde af $\frac{1}{4}$ mil og en mægtighed paa 25 fod, hvad der giver ca. 10000 millioner kubikfod.

Selve lavamarken bestaar i udkanterne af løse, sønderbrudte stykker, længere ind i overfladen af uregelmæssigt opskruet lava, høiere op mod kratere er slakker overveiende. Nær udkanterne saaes lavastrømmen at hvile paa græstorv, under denne saaes gammel lava, men under denne igjen ligger palagonittuf.

I 1881 var her endnu kun ringe spor efter den vulkanske virksomhed, idet slakkebiterne nær kratere var varme,

saa man neppe kunde holde dem i haanden i 1 fods dybde under overfladen.

Udbrudet begyndte 18de februar 1875 med en stor røgsky, og om kvelden saaes ilden fra *Grimstadir* fra de nuværende midterste kratere. Saa kom der et nyt udbrud 10de marts, fra 14 til 16 ildsvælg. Udbrudene var da svagere indtil 18de marts, da der brød frem 4 til 5 røgsøiler. 23de marts kom der udbrud nordligere end før, ret for den alfare vei over Öräfi, og der kom samtidigt ild vidt omkring, saa at der sagdes at være seet udbrud paa 40 steder. Sidste udbrud begyndte 15de august, og der saaes da 20 røgsøiler paa samme linie.

Disse udbrud gjorde kun liden skade; noget land med beite for sauer blev oversvømmet af lava, men askemængden var ubetydelig.

Vulkanerne i *D'ngjufjöll* eller i *Askía* med udbrud i 1875 den 3die januar og 29de marts, er besøgt af *Jonstrup* i 1876 og af ham beskrevne, og hans ledsager løjtnant *Caroc* har optaget et kart over dem. Kraterne ligger i det sydøstlige hjørne af dalen *Askía* mellem *D'ngjufjöll*. Disse bestaar af palagonitbreccie og basalt. Askias dal og bestaar af mange over hverandre liggende ældre lavastrømme.

Indtil en afstand af $\frac{1}{4}$ mil fra kraterne af 29de marts 1875 bestod overfladen af trachytisk pimpsten. Pimpstensstykkerne blev større jo nærmere krateren, indtil de naede en størrelse paa 2 til 3 kubikfod. Umiddelbart ved det nordligste krater var hele overfladen dækket af blødt pimpstensdynd, der dannede en flad kegle af 40 fods høide over Askias lavaflade, som her ligger 3620 fod over havet. Krateret var omtrent 150 fod dybt, 300 fod vidt, og vanddampe brød frem af kanaler i bunden og kastede det nedglidende pimpstendynd op igjen. Syd for dette krater var landet sunket 740 fod, og dette indsunkne parti optoges af en sø i 2880 fods høide over havet. Brudlinien viste friske flader

og talrige gjæer, og i profilet blottedes en række af over hinanden liggende ældre lavastrømme. Den omtalte sø, der indtager bunden i det indsunkne parti, var omtrent 4000 fod bred, havde lysegrønt vand med en temperatur paa 22° C., og paa overfladen drev store masser af pimpsten omkring.

Omtrent $\frac{1}{2}$ fjerdingvei fra det første og nordligste krater af 29de marts ligger inderst i Askias sydøstlige krog alle de andre kratere (af 3die januar) samlet. Fra disse udstrømmede i 1876 vanddampe og indhyllede omgivelserne. Kjæmpeblokke paa 1000 kubikfod, bestaaende af tnsandsten og basalt, var her udkastede indtil 100 fod fra kraternes indre. Kraterne ligger 3306 fod over havets overflade. Lidt svovl afsatte sig hist og her.

Allerede før jul i 1874 iagttoges jordskjælv, og disse blev voldsommere og voldsommere mod aarets slutning; men efter nytaar, den 2den januar, var de saa haarde og hyppige, at der maa siges at have været et jordskjælv fra morgen til aften. Den 3die januar iagttoges udbrudet fra forskjellige bygder, og folk vidste da ikke, hvor det var. Jordskjælvne blev da svagere. I februar maaned drog 4 mand fra Mývatnssveit ud for at lede op udbrudsstedet og fandt det i det sydøstlige hjørne af Askia.

29de marts kom det store pimpstenudbrud fra det før beskrevne krater. Der hørtes da om morgenen stærke drøn og brag, og vestlig vind førte asken øst over landet. Der hvor asken faldt tæt, blev det midt om dagen saa mørkt, at man ikke kunde se sine egne hænder, med mindre man holdt dem nogle tommer fra øinene. Luften var ladet med elektricitet, saa at der stod luer op paa hustoppe og bordender, stundom ogsaa af folks hænder, naar de holdt disse i veiret. Lyn og stærke tordenskrald fulgte med udbrudet. Asken faldt i forskjellig høide, alt eftersom stederne laa nærmere eller fjernere fra udbrudsstedet. 4 til 8 tommer sammesteder, 3 tommer, 2 tommer, $1\frac{1}{2}$ tomme og i fjordene

mindre. Den del af Island, over hvilken asken faldt, kan anslaaes til 120 kvadratmile, og antages en gennemsnitlig tykkelse paa $2\frac{1}{2}$ tomme, giver dette 14400 millioner kubikfod (445 millioner kubikmeter) pimpsten. Heri er ikke medregnet alt det, som drev ud i havet og videre helt østover til Norge og til Sverige helt til Stockholm. Asken, som kom om morgenen 29de marts paa Island, faldt nat mellem 29de og 30te marts paa vestkysten af Norge og om middagen den 30te marts i Stockholm, saa den har faret afsted med 8 mils fart i timen.

Asken gjorde stor skade; jord- og beitesmarker ødelagdes der, hvor asken faldt, buskapen blev bange og løb om rasende, og alle gaardene i *Jokuldalr* blev forladte, nogle gaarde i flere aar. —

Forhistoriske vulkaner. De vulkaner, som ovenfor er nævnte, er de, som har havt udbrud i historisk tid, og som ikke ligger i jøkler. Men der gives foruden de kratere, der er tilbage i den tid, da der boede folk paa Island, tillige en hel del andre, saaledes som før berørt. Disse gamle kratere er i regelen byggede som de moderne kratere, oftest af smaa dimensioner, ikke sjelden bevoxet med græs og sammensunkne, saa at de kun røber sig som lave ringformede forhøjninger i terrainet. Efter alderen er de mer eller mindre sammensunkne eller mer eller mindre græsbevroede. Deres sider er ikke saa steile som hos de moderne kratere, thi disse løse slakker ruller i tidernes løb ud over siderne under indflydelsen af vind, regn o. s. v., og der fremkommer da svagere skraaninger og mildere skaalformede krateraabninger.

Omkring *Mývatn* er gamle kratere tilstede i overordentlig stort antal. Om man til exempel bestiger *Vindbelgjarfjall*, 1686 fod over havet, 730 over *Mývatn*, liggende paa vandets nordvestlige side, saa har man nedenfor et landskab, der minder om et kart over maanen med dens ringbjerger. Selve *Vindbelgjarfjall* bestaar af tuf. Landet

viser sig at være gennemhullet af kratere som et sold. Ved *Laxús* udløb af *Mývatn* ligger ogsaa kratere, og det synes saare rimeligt at antage, at det er disse, som har udsendt det lange *Laxárhraun*, der strækker sig ned gennem hele *Laxárdalur* ifra *Mývatn* ned mod havet, en længde paa 50 kilometer. Mange af disse kratere har endnu udmærket bevaret kraterformen, andre er sunkne sammen; de er af ringe høide og i regelen af smaa dimensioner. Jeg antager, at der fra *Vindbelgjarfjall* kan tælles mindst 150 kratere.

Miklaey, en ø af uregelmæssig form, græsbeegroet, liggende sydøstligt i *Mývatn*, viste sig at bestaa udelukkende af krater i krater, de fleste af smaa dimensioner. Selve kraternerne er som sædvanligt udkastede slakker. Toppen af øen, den høieste rand af et krater, fandtes at ligge 64 fod over *Mývatn*.

En anden nærliggende ø *Hrutey* synes ogsaa at bestaa af lignende kratere. Opbygget af krater i krater er ogsaa store dele af det faste land omkring *Mývatn*, der hvor ikke selve lavaen danner vandets sider. Saaledes ved *Garðr*, nær *Skútustadir* og flere steder er kraternerne talrige.

Et par kratere i *Mývatns* omegn udmærker sig ved ganske overordentlige dimensioner for islandske kratere at være. Særdeles isøinefaldende er i omegnen af *Mývatn* *Hverfjall*, der ligger ca. 1447 fod over havet, 491 fod over *Mývatn*; det danner en overordentlig stor skaal, er helt cirkelformet og randen sammenhængende, saa at man skulde vente at træffe en indsø indenfor samme. Men da fjeldet bestaar af løse masser, saa finder vandet vei ned gennem disse, og den indre skaal er tom.

Endnu større dimensioner har det krater, som benævnes *Ketill*, og som ligger omtrent 25 kilometer i ret linie SO. for *Mývatn* og nær hvilke de svovlkilder, som benævnes *Fremri-námar* ligger. Toppen af denne kraterrand ligger 3079 fod over havet, bunden 2811, saa at høiden op til øverste

rand er 268 fod. Diameteren kan anslaaes til omtrent $\frac{1}{2}$ kilometer, og en lavastrøm er udsendt, thi lava staar i bunden. Nord for samme ligger et andet krater af mindre dimensioner og med svovlkilder paa siden.

Nær *Lakis* vulkanrække (de før omtalte vulkaner fra 1783) er der forskellige grupper af ældre kratere, ligesom der findes talrige smaa kratere syd for *Sida* nær *Skaptás* lavastrøm mellem gaarden *Holt* og *Kirkjubær*.

Islands største lavamærker og lavastrømme er:

Ódáðahraun, den lidet kjendte, hele 60 kvadratmile store, øde lavastrækning, nord for *Vatnajökull* imellem *Jökulsá á Fjellum* i øst og *Skjálfandafljót* mod vest. Mod nord naar enkelte arme af dette store hraun henimod *Mývatns* omegn. Mod vest gaar arme ned i *Krókdalur*, saaledes benævnes den øvre del af *Barðardalur*. Lavaen har flydt af talrige, lidet kjendte eller helt ubekjendte kratere, og den ene lavastrøm synes at have dynget sig paa den anden, det allermeste dog før landnámstid. I disse lavamasser mangler græs ganske, og den takkede og ru overflade vanskeliggjør reiser. Strækninger, bestaaende af sort sand og aske, forekommer mellem lavaen, og reiser sig for vinden i skyer. *Ódáðahraun* og *Vatnajökull* besværliggjør i høi grad færse-len i de østlige dele af Island, idet denne maa lægges udenom lavamarkerne og ismarkerne.

Lavamarkerne omkring *Mývatn*, *Mývatnshraun*, synes at være sammenhængende med *Ódáðahraun*; de omgiver *Mývatn*; herfra sendes den før nævnte lange arm *Laxárhraun* ned gennem *Laxárdalur*.

Reykjaneshraun er efter *Ódáðahraun* Islands største lavamarker, idet de strækker sig helt vest fra *Reykjanes* over den sydvestlige halvø, videre over *Pingvallavatn* op til *Skjaldbreið* og *Hlæðufell* op mod *Lánjökull*. Disse lavamarker er sammensatte af mange forskellige strømme, de fleste før landnámstid, men nogle efter.

Fig. 1.



Fig. 2.



Fig. 3.



Fig. 4.



Fig. 5.



Fig. 6.

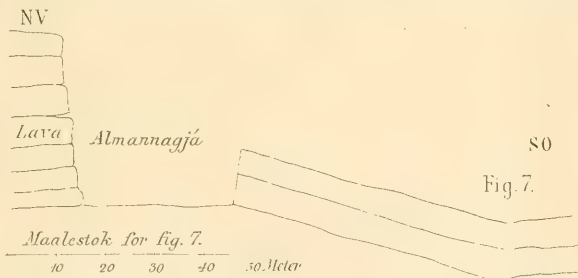


Fig. 7.

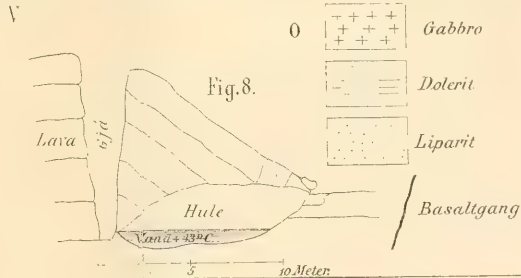


Fig. 8.

0 Gabbro

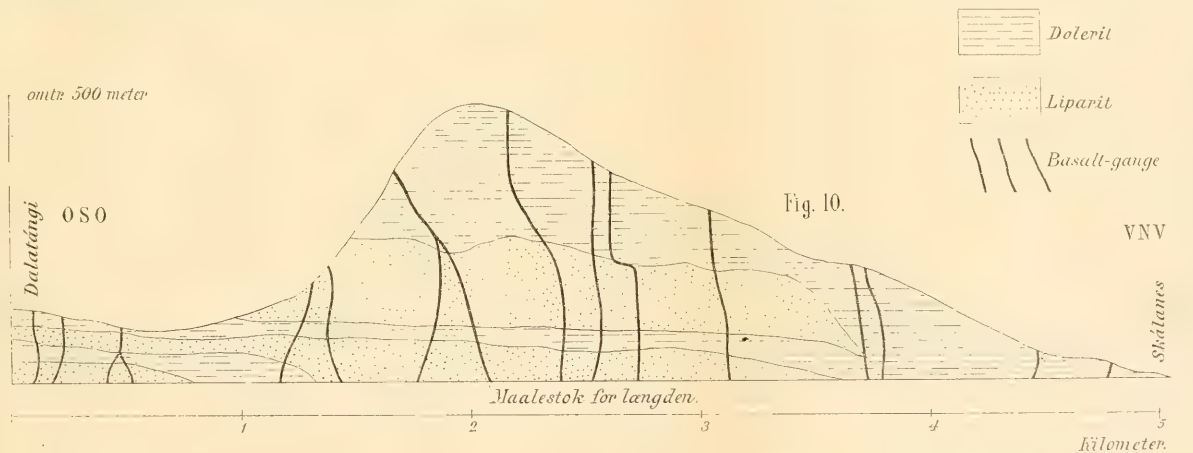
Dolerit

Liparit

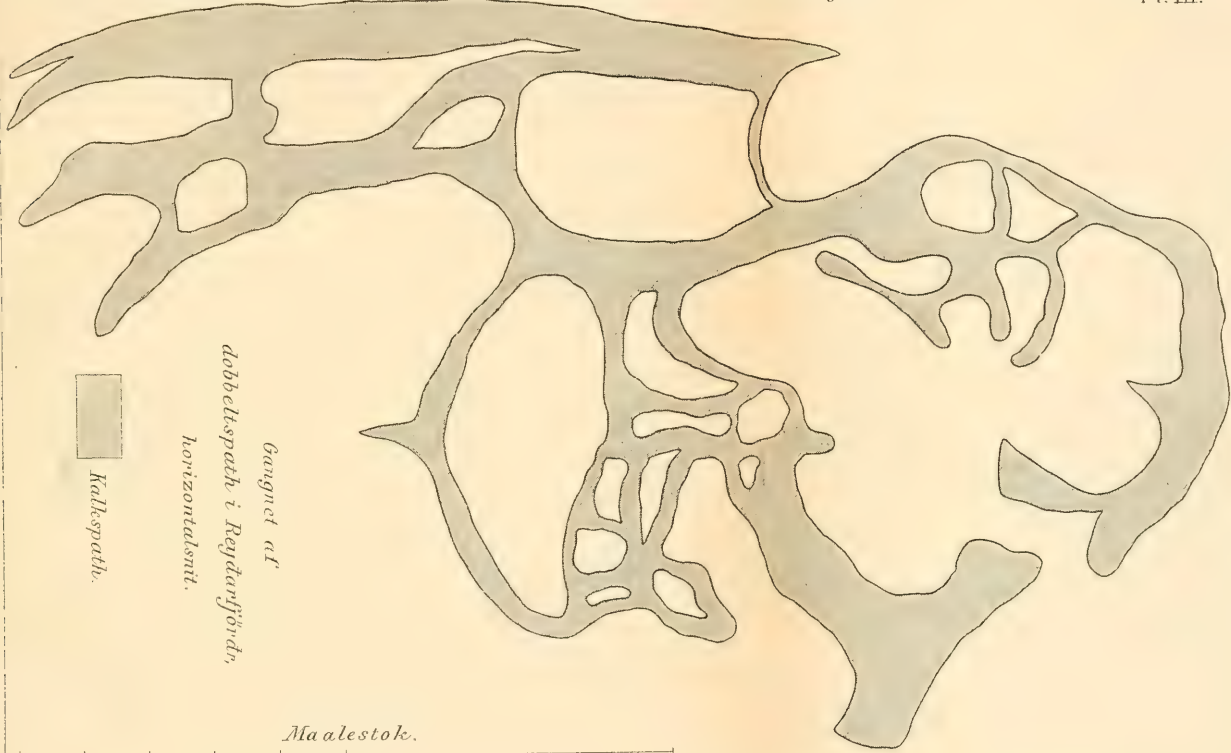
Basaltgang

Vand + 43°C.

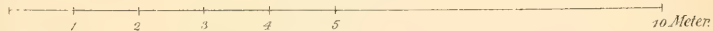
vamarker, idet de strækker sig helt vest fra *Reykjanes* over den sydvestlige halvø, videre over *Þingvallavatn* op til *Skjaldbreið* og *Hløðufell* op mod *Lúngjökull*. Disse lavamarker er sammensatte af mange forskellige strømme, de fleste før landnamstid, men nogle efter.



vamarker, idet de strækker sig helt vest fra *Reykjanes* over den sydvestlige halvø, videre over *Pingvallavatn* op til *Skjaldbreið* og *Hløðufell* op mod *Lángjökull*. Disse lavamarker er sammensatte af mange forskellige strømme, de fleste før landnamstid, men nogle efter.



Maalestok.



vamarker, idet de strækker sig helt vest fra *Reykjanes* over den sydvestlige halvø, videre over *Pingvallavatn* op til *Skjaldbreið* og *Hleðufell* op mod *Lángjökull*. Disse lavamarker er sammensatte af mange forskellige strømme, de fleste før landnamstid, men nogle efter.

Heklas lavastrømme, *Heklahraun*, ligger rundt Hekla, naar mod øst hen under *Torfajökull*, hvor lavamarkernes sydøstlige del benævnes *Hrafntinnuhraun*, da her forekommer obsidian, som Islændingerne kalde *Hrafntinna*. Mod nord naar grene af lavaen op til *Tungnaá*. Hraunet er sammensat af strømme, som dels har flydt før dels efter landnams tid.

Lavastrømmene fra *Lakis* vulkanrække af 1783 kaldes *Skaptárhraun* og bestaar af to lange arme efter *Skaptá* og *Hverfisfljót*, som før omtalt.

Paa *Snæfellsnes* halvø ligger flere ikke sammenhængende hraun, der sammenfattes under navnet *Snæfellsneshraun*. De har flydt i forhistorisk tid.

Vest for den del af *Lángjökull*, som hedder *Balljökull*, ligger *Halmundarhraun*, der strækker sig østligt, nordligt og vestligt for *Eyríksjökull*. En stor hule *Surtshellir* forekommer i en mod vest gaaende gren af dette hraun, og hulen har en længde af 839 favne.

Ogsaa østligt for *Lángjökull* mellem denne og *Hofsjökull* ligger store lavamarker, som kaldes *Kjalhraun*.

Dette er de lavastrækninger, der udmærker sig ved sin størrelse, men foruden disse findes der inden den af palagonittuf bestaaende del af Island mange andre hraun af mindre dimensioner. Derimod er de østlige fjordlandskaber, der bestaar af basaltformationen, fri for lavastrømme, der tilhører den moderne tid, og som er yngre end istiden. Ligesaa lidt forekommer hraun i *Vestfirðir*, halvøen, som stikker ud mod NV, og som er forbundet med hovedøen paa en ganske kort strækning.

Lavaerne og slakkernes petrografi. De islandske lavaer, saavel de historiske som de forhistoriske, viser ikke stor variation i petrografisk henseende; de er basalter, sammensatte af plagioklas, augit, olivin og magnetit, hvortil

kommer en som oftest meget tilbagerængt basis, afglasset ved graa korn. I præparater fra en og samme lavastrøm er den petrografiske forskjel ofte ligesaa stor, som imellem to præparater fra langt fra hinanden liggende vulkaner.

Den samme ensartethed, som iagttages i petrografisk henseende, gjenfindes ogsaa i den kemiske sammensætning. Af de senere beskrevne lavaer er fire før analyserede og viste følgende sammensætning:

	Leirnúkr 1727. Pajjkull.	Laki 1788. Pajjkull.	Hekla 1845. Damour.	Gammel lava. Almannagjá. Bunsel.
Si	50.75	50.29	54.76	47.07
Al	14.92	16.04	13.61	12.96
Fe	16.46	14.39	15.60	16.65
Ca	10.09	10.09	6.44	11.27
Mg	6.10	7.51	1.35	9.50
K	spor	spor	1.21	0.58
Na	1.97	2.53	3.41	1.97
			1.72Ti	

Lava fra *Heklas* udbrud i 1878 er rig paa plagioklas; dette mineral optræder i listeformede krystaller paa 0.3 mm. længde, ligesom enkelte større krystallinske stykker af augit og klatter af magnetjernsten forekommer; olivin er tilstede, men ikke rigeligt; disse samme fire mineralier sammensætter ogsaa lavaens grundmasse, og ifra de større krystaller til grundmassens smaa gives der krystaller af midlere størrelser, saa at modsætningen mellem grundmassens mineralier og de porfyragtig udskilte ikke er stor. En ved mørke korn afglasset basis er tilstede mellem krystallerne, men i ringe mængde.

Lava fra Hekla af 1845 indeholder de samme minera-

lier, men giver ikke desto mindre et helt forskjelligt billede; de rektangulære plagioklaskrystaller, der udgjør hovedbestanddelen i bergarten, ordner sig i en mer eller mindre regelmæssige strømme med udmærket mikrofluktuationsstruktur; augit og magnetjernsten samt en kornet basis ligger imellem plagioklaskrystallerne. Om olivin er tilstede, er det ialfald meget sparsomt.

Gammel lava fra Hekla, liggende under lavaen af 1845, viser enkelte større krystaller af plagioklas, augit og olivin paa 0.5 til 1 mm. længde; ellers bestaar stenen af en krystallinsk kornet blanding af de ovenfor nævnte fire mineralier, der sammensætter Heklas lavaer samt en meget tilbage-trængt, ved brune korn afglasset basis. Olivin er rigeligere tilstede end i lavaen af 1845.

Gammel lava fra Hekla, hvilken lava har flydt helt ned til Tungnaá, bestaar ligeledes af plagioklas, augit, olivin og magnetit med en mellem krystallerne liggende kornet basis. Enkelte krystaller udmærker sig ved sine større dimensioner.

Disse lavaer er samtlige fulde af blærerum, tunge, basaltiske eller anamisitiske; trods deres i det hele ensartede sammensæsning er udseendet under mikroskopet forskjelligt, dels paa grund af krystallernes dimensioner, dels paa grund af bergartens struktur; der er enkelte præparater, som i det hele er næsten krystallinsk kornede, men i andre er en mikrofluidalstruktur udpræget. Som oftest er plagioklasen overveiende i forhold til augiten, men undertiden er augiten overveiende; olivinen er tilstede i forskjellig mængde, hvilket forklarer, at magnesiagehalten i analyser af Heklas lavaer varierer fra 1.26 (lava af 1845 Damour) til 7.56 (gammel lava ved Þjorsá, Genth).

De uhyre lavamasser, som i 1783 udsendtes fra Lakis kraterrække, er ogsaa basalter, og fra forskjellige steder af disse lange strømme er prøver undersøgte dels af slakkerne,

der danner kraterne, dels af lavaen i forskjellig afstand fra udbrudsstedet.

Slak af 1783 fra krater nær *Laki* viser i præparatet makroskopisk en teglstenrød farve. Under mikroskopet sees i den af mange og store blærerum opfyldte slak en rød til guldgul glas som hovedbestanddel, i hvilken krystaller af plagioklas og augit forekommer udskilte. Den glas, som udgjør hovedmassen af stenen, skinner paa mange steder igjennem med en smuk rød, langs blærerummene guldgul farve, men paa andre steder er den ugjennemsigtig. Plagioklasen er tilstede i større og mindre listeformede, rektangulære og uregelmæssigt begrændsede krystaller og optræder ligesom augiten i ikke ringe mængde. Magnetit synes ikke at forekomme, ligesaa lidt som olivin er paavist med sikkerhed.

Lava ifra *Laki*, taget ved et krater nordostligt i rækken, bestaar af plagioklas, augit og sparsomt olivin, porfyragtig udskilte i større krystaller i en grundmasse, bestaaende af mindre krystaller af de samme mineralier samt magnetit og en mellem krystallerne indeklemt basis.

Lava fra *Lakis* vestre strøm ved *Blágil* bestaar af plagioklas, augit og olivin i krystaller af forskjellige dimensioner samt af en i kanterne med dyb brun farve gjennemskinnelig basis, der imidlertid som oftest er næsten ganske ugjennemsigtig.

Lava fra *Lakis* vestre strøm ved *Skaptárdalur*. Større og mindre krystaller af plagioklas og augit, sjelden olivin, ligger i en med magnetitkrystaller opfyldt temmelig tilbagestrængt brun glasbasis.

Lava fra *Lakis* østre strøms sydligste ende, ikke langt fra *Hruni*, viser en anamesitisk sammensætning, idet krystaller af plagioklas, augit og olivin naar op til dimensioner paa 1 mm. Imellem krystallerne ligger der en ved brune korn af glasset basis, der oftest er ugjennemsigtig.

Omkring Lakis kratere gives der ogsaa lavastrømme, der synes at skyldes forhistoriske udbrud sin tilværelse. En saadan ældre lava fra *gammelt krater nær Laki* viste en basaltisk sammensætning som lavaen af 1783, idet større og mindre krystaller af plagioklas, augit, olivin og magnetit med en kornet, tilbagetrængt basis sammensætter stenen.

Ved *Djupá*, vest for Nupstaðr, ligger der en gammel lavastrøm, som har flydt efter Djupás rende; den ligner de af Lakis kratere udsendte lavaer, idet større korn af olivin er makroskopisk kjendelige, men blærerummene er begyndt at beklædes med grønjord. Den viser sig under mikroskopet at være en basalt med enkelte større krystaller af plagioklas og augit samt olivin, liggende i en grundmasse, bestaaende af de samme mineralier og en kornet basis.

Gammel lava fra *Almannagjá* ved Þingvellir er en vakker, temmelig storkornet bergart. Plagioklas, augit, olivin samt magnetit optræder i større krystallinske stykker, hvorhos ogsaa en indkilet, tilbagetrængt basis forekommer. Olivin er rigeligt tilstede, og omdannelsen til serpentin synes paabegyndt, idet olivinen langs kanterne og efter spring har faaet en rødgul farve.

Vi kommer nu til de lavaer, dels gamle dels unge, som ligger omkring Mývatn.

Lava fra *Reykjahlöð*, udsendt 1729 fra Leirhnúkr, ligner i det hele lavaen fra Laki. Større og mindre krystaller af plagioklas, augit, nu og da olivin tilligemed en indeklemt ved korn af glasset basis sammensætter bergarten.

Gammel lava øst for Mývatn ved *Grjotagjá* er anamesitisk, olivin er rigeligt tilstede og omdannelsen til serpentin antydet ved en gulbrun farve. En basis af glasset ved smaa korn og krystalliter er tilstede.

Gammel lava fra *Geirastadur*, fra Laxárhraun, den gamle lavastrøm, som har flydt fra Mývatns omgivelser og helt til

havet, bestaar af enkelte større krystaller af plagioklas, augit og olivin liggende i en grundmasse, bestaaende af de samme mineralier og magnetit samt en kornet basis.

Gammel lava fra det store krater *Ketill* er rig paa olivin, der viser spor til en begyndende omdannelse; olivin, plagioklas og augit optræder i større krystaller, mellem hvilke ligger en tilbagetrængt basis med udskilte brune korn.

Lava fra *Sveinagjá* fra 1875 bestaar af større krystaller af plagioklas, augit og olivin paa omkring $\frac{1}{2}$ mm.s længde, liggende i en grundmasse, bestaaende af de samme mineralier og en ved korn afglasset basis.

Gammel lava fra *Sveinagjá*, liggende under lava af 1875, er rig paaa plagioklas og olivin, fattig paa augit. Disse mineralier optræder med dimensioner paa 1 mm. og mere liggende i en ved mikrolither afglasset basis, der er rigeligt tilstede.

Slag fra krater af 1875 fra *Sveinagjá* er opfyldt af mange og store blærerum og viser sig under mikroskopet at bestaa af en i kanterne med gulbrun farve gjennemskinnende glas; det er imidlertid vanskeligt at faa præparaterne gjennemskinnelige, fordi hele stene bestaa af skrøbelige skillevægge mellem blærerum. I denne glas ligger udskilt listeformet plagioklas og augit. Plagioklasen omslutter ofte partier af glasset, ligesom dette sidste ikke sjelden trænger sig kileformet ind i krystallerne. Hulerum for væsker med bevægelig libelle er iagttaget i plagioklaskrystallerne.

Om vulkanernes forekomst og vulkanske linier. Det ligger nær, efterat vi har gjennemgaaet alle disse vulkaner og faaet en oversigt over deres udbrud, at undersøge, om der skulde kunne udfindes nogen regel for deres forekomst, deres gjensidige beliggende o. s. v.

Som bekjendt savnes en theori, der paa en tilfredsstillende maade forklarer aarsagen til udbrudene. I virkelig-

heden er vulkanerne og de vulkanske udbrud fænomener, som den geologiske videnskab paa sit nuværende stadium ikke magter, og grunden hertil ligger igjen deri, at arnestederne for den vulkanske virksomhed er utilgjængelige for os, ligesom vort kjendskab til beskaffenheden af jordens indre er høist ufuldkomment.

Spørgsmaalet, om der eksisterer en forbindelse mellem de paa Island optrædende vulkaner, kan vistnok allerede paa forhaand i sin almindelighed besvares med ja; thi naar der paa en ikke større del af jordens overflade end Island er, optræder i tusenvis kratere af lignende konstruktion, saa er der allerede paa forhaand den største sandsynlighed for, at disse krateres forekomst paa et saa indskrænket omraade har en fælles grund. Denne antagelse vinder end yderligere i styrke derved, at de af de moderne islandske vulkaner udsendte lavaer i det hele viser den største overensstemmelse i kemisk og petrografisk henseende, saa at enkelte prøver af lavaer fra to forskjellige vulkaner ofte ligner hverandre mere end to lavaer fra samme vulkan fra forskjellig udbrudstid, ja endog fra forskjellige steder af samme strøm. Men naar vi saa vil gaa videre og i detaillien forsøger at paavise sammenhængen mellem to bestemte vulkaner og deres udbrud, saa naar vi i regelen ikke langt.

Nogle regler for vulkanernes forekomst er dog iøinefaldende.

Den første iøinefaldende regel er den, at *de i historisk tid* (og som det synes i det hele i postglacial tid) *virksomme vulkaner paa Island optræder inden tufformationen, ingen inden basaltformationen.* At kratere forekommer i palagonit-tuf, eller at spalterne gjennemsetter tuf, er ved mange vulkaner direkte iagttaget. Det er tilfælde ved Krafla, Leirhnúkr og omliggende kratere, Sveinagjá og Laki. *Johnstrup* har paavist det samme for vulkanerne i Askia. De i isen skjulte vulkaner unddrager sig for en stor del direkte iagt-

tagelse, men efter landets hele geologiske bygning er det al grund til at antage, at de sætter op i tuf. Dette gjælder Katla, Eyjafjallajökull, Öræfajökull, ligesom de vulkaner, der antages at forekomme i Siðujökull, Grimsvøtn og Skeiðar-árjökull. Der, hvor fast fjeld optræder nærmest disse jøkl-er, bestaar det af tuf. Det gjælder fremdeles de forhistori-ske kratere, som jeg har havt anledning til at iagttage paa reisen, og der er, saavidt bekjendt, ikke paavist en eneste kraterrække i basaltformationen; dette er saa meget mærk-værdigere, som de talrige basaltgange inden basaltformatio-nen viser, at der i gammel tid har fundet talrige udbrud sted inden denne formation, der nu ganske mangler vul-kaner.

Under alle omstændigheder er det værd at lægge mærke til, at Islands vulkaner optræder i tuf, og at denne regel, saavidt vides, er undtagelsesfri.

En anden regel, der dog maaske ikke er uden undta-gelser, er den, at de i jøklerne liggende vulkaner ikke ud-sender lavastrømme, men kun aske, pimpsten og bomber. I beskrivelser over udbrud, der ledsages af jökulhlaup, vil man ikke finde lavastrømme omtalte; ialfald findes ingen saadanne omtalte i de beskrivelser af jökulhlaup, som har været mig tilgjængelige. De andre vulkaner udsender sæd-vanligvis baade lava og aske, ofte begge dele i store kvan-titeter, saaledes Lakis vulkanrække og Hekla; andre udsen-der kun aske, pimpsten og bomber, som Krafla 1724 og vul-kanerne i Askia 1875, atter andre udsender megen lava og lidet aske, som vulkanerne i Sveinagjá 1875.

Lava kjendes ikke fra noget af Katlas 13 udbrud, og ligesaalidt kjendes lava fra Eyjafjallajökull eller fra nogen af de udbrud, som har fundet sted i Vatnajökull. Om dette er en tilfældighed eller en følge af vulkanernes beliggenhed i isen, idet de smeltende vandmasser fra isen og vanddam

pene hindrer dannelsen af sammenhængende lavastrømme, er ikke godt at afgjøre.

En anden regel er den, at den enkelte islandske vulkan bestaar af en række af kratere; der er sjelden eller aldrig et eneste krater, men flere, indtil 100, og disse kratere ligger oftest paa en nogenlunde ret linie. Dette er tilfælde med Leirhnúkr's kraterrække, der har retningen omtrent N—S., med Sveinagjá med retning NtO—StV., Heklas kratere NO, og med Lakis række, der vistnok af alle er den smukkeste, og som ogsaa har retningen omtrent NO. Disse retninger gjælder, vel at mærke, for den enkelte kraterrække, der ligger langs efter en spalte eller en ildlinie. Man faar, som gjentagne gange før berørt, det indtryk, at det, som foregaar, naar en kraterrække har udbrud paa Island, er dannelsen og fyldningen af en bergartgaug. Først mærkes stærke jordskjælv, og under disse dannes maaske selve spalten; denne fyldes med de smeltede masser nedenfra, og hvad der er overflødigt eller mer end tilstrækkeligt til spaltens fyldning, flyder ud til siderne som lavastrømme. Hvis nu den spalte, der har dannet sig, er nogenlunde ret, saa vil de enkelte kratere, der repræsenterer de punkter paa spalten, hvor der er lettest udvei, komme til at ligge paa en nogenlunde ret linie.

At de kratere, der tilhører den samme vulkan, ordner sig i en nogenlunde ret linie, er iagttaget ved de bedst undersøgte vulkaner. Om man til eksempel drager en linie fra Lakis nordøstlige kratere til de sydvestlige, saa vil ca. 100 kratere komme til at ligge omtrent paa linien; dog er dette ikke at forstaa absolut matematisk.

Men et andet spørgsmaal er det, om der paa Island gives store vulkanske linier, der gjennemsætter hele landet, om der gives store rækker af vulkaner, som der gives rækker af kratere hos den enkelte vulkan, eller om der lader sig drage linier fra den ene vulkan til den anden, saaledes

at samtidigt en tredie, fjerde vulkan kommer til at ligge paa linien. Til en diskussion af dette spørgsmaal vil vi senere komme tilbage.

De islandske vulkaners udbrud synes ikke at foregaa med nogen kronologisk regelmæssighed, og det er neppe muligt i den anførte tabel at finde nogen periode for udbrudene overhovedet eller for de enkelte vulkaner. I et tilfælde synes en direkte forbindelse at være bevist mellem to vulkaner, nemlig mellem Eyjafjallajökull og Katla. I aaret 1821 havde nemlig Eyjafjallajökull et udbrud, hvilket fortsattes med askefald og svagere udbrud indtil nytaar 1823. I 1823 kom et udbrud fra Katla, som begyndte 27de juni. Det berettes da, at den 3die juli strakte askesøilen sig høit op, men den var dog ikke saa mørk som før og ikke gjennemkrydset af lyn, som hidindtil. Fra jöklen hørte man underlige drøn, der lød anderledes end før; de lignede mest den dumpe lyd, som fremkommer ved svære trin paa en undermineret jordbund og bevægede sig bølgende fra øst til vest. Senere opdagede folk i klart veir, at naar lyden hørtes mere fra vest, saa pustede Eyjafjallajökull sorte skyer op, medens Katlas røgsøile forøgedes ved lyden i øst. (Thoroddsen). Derved at Eyjafjallajökull puster sorte skyer op under et udbrud af Katla, afvxlende med, at Katlas røgsøile forøges, synes at være antydnet en direkte underjordisk forbindelse mellem de to vulkaner i form af aabninger; afstanden mellem Katla og Eyjafjallajökull er i lige linie 34 kilometer.

Det er vanskeligt af tabellerne over udbrudene at paa vise en forbindelse mellem de islandske vulkaner. Det maa nemlig erindres, at der her kan føres to aldeles modsatte ræsonnements, hvilke begge kan føre til antagelsen af en supponeret forbindelse. Der kan nemlig paa den ene side ræsonneres saaledes: Naar fem vulkaner som Krafla, Leirhnúkr, Hrossadálr, Bjarnarflag og Dalfjall, alle beliggende

omkring Myvatn, har udbrud i aarene 1724—1729, og eruptionerne i et par af dem indtræder paa samme dag, ja i samme time, og der forøvrigt helt siden landnamstid ikke er kjendt udbrud fra disse vulkaner, da er der ved denne samtidighed i eruptionerne antydet en forbindelse. Naar saaledes Leirhnúkr har udbrud den 18de april 1728 kl. 2 morgen og saa et andet udbrud kl. 3 af et andet krater, og fremdeles samme morgen kl. 6 vulkanen i Hrossadalr udsender en lavastrøm, og omtrent i samme nu et nyt udbrud sker i Bjarnarflag, saa føres vi netop paa grund af samtidigheden til at antage, at eruptionerne finder sted fra samme herd eller fra herder, der kommunikerer. Paa samme vis, naar der i 1875 finder udbrud sted ved Sveinagjá og i Askia paa steder, hvor der i de 1000 aar, Island har været beboet, ikke har været eruptioner, da er det netop den omstændighed, at udbrudene paa begge steder sker i *samme aar*, som er paa-faldende. Men paa den anden side kan der ogsaa ræsonneres helt omvendt; hvis man nemlig anser vulkaner som »sikkerhedsventiler«, saa bør den ene ventil fungere, naar den anden hviler. Saaledes mener Kjerulf af tabellerne at have fundet ud, at »naar Heklalinién arbejder som stærkest, hviler de andre linier i regelen, og omvendt, naar en af de andre linier arbejder stærkt, hviler Heklalinién«.

Hvis man vil anstille betragtninger over tabeller over vulkanske udbrud, bør man være opmærksom paa, at sagen kan sees fra to helt modsatte synspunkter.

Den vulkanske virksomhed paa Island ytrer sig, som flere steder omtalt, paa den maade, at det faste land revner, og at der langs revnen udsendes smeltet sten, slakker, sand og aske. Langs spalten bygges der kratere, der bestaar af lutter slakker, og som ligger paa rad. Ved at bestemme den retning, hvori kratere ligger, faar man tillige bestemt de vulkanske spalters retning. Deslige bestemmelser er, som berørt, foretagne ved Leirhnúkr og Sveinagjás kratere, hvor retnin-

gen er nogenlunde nord-sydlig, ved Sveinagjá nøiagtigere NtO., ved Hekla, hvor den er nordostlig, og Laki, hvor kraterne ligeledes ligger nogenlunde ifra SV. mod NO.

De retninger, som findes hos Heklas, Leirhnúkr og Sveinagjás kraterrækker, har forskellige forskere søgt at gjenfinde ogsaa udenfor selve vulkanen eller kraterrækkerne, saaledes hos gjærerne, hos gangene, ja endog hos fjordene og i hele landets konfiguration. Disse forsøg er drevet temmelig vidt, og det tør derfor ikke være af veien at diskutere den rolle, som de angivne retninger siges at spille i Islands geologi.

Th. Kjerulf har i en afhandling »Islands vulkanlinier«*) opstillet flere spaltelinier, om hvilke han siger, at de »saa paafaldende danne paa engang et grundelement i ølandets indre bygning, i dets vulkanske virksomhed og i dets ydre fjeldformer, saavel som i opkneisende høidedrag, indskjærende fjorde, udspringende halvøer og i hele kystkonturen.«

Des opstilles da retninger for:

- 1) vulkanernes spalter, N. S. og SV. NO.,
- 2) gjærerne, N. S., SV. NO. og NNV. SSO.,
- 3) de varme kilder, N. S., SV. NO. og N. 57° V.,
- 4) gangene, N. S., NNO. SSV., og to andre noget variable retninger,
- 5) vulkanernes rækker,
og endelig nævnes »udbrudenes tidsrækker, hvilke man ogsaa kunde gjøre anskuelig i form af tabeller.«

For vulkanernes spalter opstilles der to retninger N—S. og SV—NO.: »Den første saaes ved Leirhnúkr's udbrud »1725, ligeledes ved Kraflas udbrud, og sidst nu ved Øster-»fjeldenes udbrud, hvorhos en sænkning fandt sted langsmed »revnen paa den ene side.«

*) Nyt Mag. f. Naturv. Bind 21, 1876.

Kraterne omkring Mývatn ligger paa rad i en retning nogenlunde nord-syd, og der er flere saadanne rækker i den egn. Prof. Johnstrup, der har havt anledning til at studere vulkanerne omkring Mývatn, Sveinagjá og i Askia, opstiller hele fem rækker, om hvilke han ytrer*): »Udbrudene er ledsaget af en masse spaltedannelser, der alle er parallele med de forhen nævnte fjeldpartier. Jeg har fundet ikke mindre end fem overordentlig tydelige vulkanrækker, der svare til ældre jordspalter fra nord til syd.« Om parallelismen mellem de her opstillede rækker tør jeg ikke udtale mig. Johnstrup bemærker, som netop anført, at »spaltedannelserne er parallele med de forhen nævnte fjeldpartier« og »at vulkanrækkerne svare til ældre jordspalter fra nord til syd.« Det forekommer mig dog, at dette ikke ganske staar i overensstemmelse med, hvad der berettes paa følgende side, nemlig: »Betragter man nærmere den omtalte gruppering af vulkanerne efter nord-sydlige linier i Myvatnsveiten og Myvatns Øræfi, kan det nemlig ikke undgaa opmærksomheden, at Dýngjufjældenes vulkaner ligge i forlængelsen af 4de og 5te gruppe, hvormed der er forbundne med en række af kratere.« Det er klart, at hvis 4de og 5te gruppe skjærer hverandre i Dýngjufjæll, saa er de ikke parallele. Selvfølgelig kan man ikke behandle deslige forhold rent matematisk; men det er indlysende, at hvis den omtalte angivelse er rigtig, saa kan den nord-sydlige retning ikke fastholdes med stor styrke, og det er dog den, som ved siden af nordostretningen skulde være den sikreste. De to her nævnte retninger N. S. for vulkanerne omkring Mývatn og NV—NO. for Hekla (og tillige for Lakis kratere) er imidlertid i det hele i og for sig vel motiverede for hver enkelt af de nævnte kraterrækker; men den brug, der er gjort af disse linier, idet de søges gjenfundne i gjæerne, de varme kilder o. s. v.,

*) Geogr. Tidsskr.

er ikke motiveret ved iagttagelserne, saaledes som i det følgende skal forsøges paavist.

For gjærne opstilles 3 retninger, nemlig N—S., N. 40° Ø., og N. 18° V. Gjær er spalter i lavastrømme, høist sandsynlig fremkomne derved, at lavastrømmens underlag svigter, saa at selve lavastrømmen brister og falder; gjærne er ofte ledsaget af dislokationer, idet lavaen paa den ene side af gjæen har sunket. Retningen af disse gjær afhænger af forskellige faktorer, blandt andet af lavaens sammenholdskraft i forskellige retninger. Gjæen ved Mývatn, der i det hele har en nord-sydlig retning, er zikkakformet efter de søiler, hvori den basaltiske lava er afsondret, idet den lettest brister efter afløsningsfladerne mellem søilerne. De gjær, der repræsenterer den nordøstlige retning, er Almannagjá og Hrafnagjá, men disse to gjær danner efter Gunnlaugssons kart en vinkel paa henimod 20° med hverandre. Fremdeles vil det sees af Gunnlaugssons kart, som er det af Kjerulf benyttede, at gjærne paa Reykjanes halvø angives med variabel retning helt ifra ONO. til NNO. med udpræget zikkakform. Reykjanes halvø er imidlertid saa lidet undersøgt, at det allerede af den grund er lidet berettiget at benytte Gunnlaugssons kart til at opstille linier for gjærne, og dette gjælder endnu mere gjæen i Katla, for hvilken Kjerulf efter kartet angiver retningen NNV. Katlagjá er rigtignok angivet paa Gunnlaugssons kart med retning mod NNV., men gjæen er afsat her oppe i jøkelen mere for at angive, at der er en gjá, end for at antyde retningen. Gunnlaugsson selv har ikke været der. Den eneste, som har seet gjæen, er præsten Jón Austmann, der var deroppe i 1823, og han saa en dyb og sort kløft, der i begyndelsen strakte sig fra SV. til NO., men derpaa bøiede om til SO.—NV., hvorfra en mindre kløft strakte sig nedad i retningen mod fjeldet Hafsey. Man vil heraf se, at retning N. 18° V., som angi-

ves i »Islands vulkanlinier«, ikke har noget støttepunkt i iagttagelsen.

For de varme kilder angives i »Islands vulkanlinier« N—S., SV—NO. og for kilderne ved store Geysir spalter med retningen N. 57° V., og der henvises til et ældre arbejde. (Nyt Mag. f. Naturv., Bind 7). Omkring Geysir optræder mange kilder, jorden er gjennehullet, og de, som forsøger at opstille spalter her, har vanskeligt for at enes. Pajjkull angiver retningen NO—SV. Ser vi imidlertid hen til det originalarbejde af Kjerulf, til hvilket der henvises (Bidrag til Islands geognostiske Fremstilling, pag. 23), saa vil vi allerede heraf se, at den angivne retning for Geysirkilderne er saare tvivlsomt, ligesom man finder mere end de 3 retninger angivne for kilderne paa Island. Det hedder nemlig: »For retningen af Geysirkilderne under Laugarfjall er af andre anført dels en N. 17° O., dels to hinanden skjærende NNO. og NV. Maaske er antagelsen af flere parallelsalter h. 10—h. 9.4 ligesaa rimelig. Af de øvrige systemer er de mærkeligste: Reykholt's kilder h. 12, springkilder N. for Reykholt h. 11.6, Reykir ved Skagafjörðr h. 5.3 eller h. 1.6, ved søndre Hvitá S. for Skalholt h. 12.2, Laugarvatn 11.6, Laugarnes efter Robert h. 6, og efter Waltershausen Grofs kilder ved Hruni N. 60° O., Deildartunga-Hver og Vellenes-Hver i Reykholt'sdalen N. og N. 4 O., Kri-suvik Fumaroler N. 45 O., Leirhnúkr's N. 4 O., Uxahver ved Húsavik N. 2 O.« Man vil heraf se, at der af forfatteren af »Islands vulkanlinier« er nævnt flere linier end dem, som er medtaget i hans sidste arbejde, og at den retning, som angives for Geysirkilderne, er tvivlsom.

For gangene opstilles 4 retninger, nemlig h. 12 (N. S.), h. 7—8 (O. 15° S. til O. 30° S.), h. 3—4 (O. 45° N.—O. 30° N.) samt retningen NNO

Det er indlysende, at alle de ovenfor nævnte retninger

— selv om de alle vare rigtige — ikke lader sig indordne i et par grupper.

Efterat have opstillet de fire retninger for gange, gjør forfatteren opmærksom paa, at en af disse retninger savnes hos kilderne og hos gjærne; thi for disse er der opstillet 3 retninger, og en af gjærnes og kildernes retninger igjen savnes i vulkanernes spalter; thi disse er kun to. »Men disse 2 retninger ialfald maa nu gjenfindes saavel i vulkanernes geografiske udbredelse, som i udbrudstidernes tabeller.« Den paastand, at disse to retninger *maa* gjenfindes i vulkanernes geografiske udbredelse og i udbrudsstedsstedernes tabeller, savner begrundelse. Selv om gjærne, kilderne og kraterne i den enkelte vulkan ordnede sig meget regelmæssigt efter to retninger, saa er det dermed ingenlunde givet, at de samme retninger *maatte* gjenfindes i vulkanernes geografiske udbredelse, endnu mindre er det nødvendigt, at udbrudstidernes tabeller ordner sig i retninger.

I »Islands Vulkanlinier« studeres derpaa udbrudstedernes beliggenhed, og der omtales da, at man kunde søge en Snæfellslinie, en Reykjaneslinie og en Skjaldbreiðlinie; da forfatteren imidlertid selv mener, at »det turde falde vanskeligt at overtøye om disse liniers virkelighed«, vil vi ikke her opholde os videre ved dem, uden forsaavidt nogle feiltagelser, der forøvrigt for den væsentligste del hidrører fra de af forfatteren benyttede lister, bør berigtiges. Tabellerne over Islands vulkanske udbrud er nyligen kritisk gennemgaaede af Th. Thoroddsen, og berigtigelserne hidsættes efter hans »Oversigt over de islandske Vulkaners Historie.«

Følgende udbrud er feilagtige i »Islands vulkanlinier«: Suæfelljökull 1219, udbrud ved Reykjanes 1210 og 1834, samt et udbrud ved Balljökull eller Hofsjökull i 1716. Udbrud 1219 angives af Jacobsen udenfor Næsset, hvilket her vil sige Reykjanes; men annalerne omtaler intet saadant udbrud. Garlieb har feilagtigen henlagt udbrudet til Neshrepp

i Snæfellsnessýssla, og heraf kommer den feiltagelse, at et udbrud har fundet sted i Snæfellsjökull. Udbrud ved Reykjanes fandt efter Thoroddsen sted i 1211 og 1830, ikke i 1210 og 1834; -- endnu senere er et udbrud her i 1879. — Udbrudet i 1716 fandt ikke sted ved Hofsjökull eller Balljökull, men ved de saakaldte Grimsvötn.

»Sydligst paa Island«, heder det i »Islands vulkanlinier«, »sees den store Myrdalsjökul med jökulvulkaner, nemlig Eyjafjallajöklen og Myrdalsjöklen eller Solheimarjöklen samt Kötlugjá og i samme strækning Godadalsjöklen.« Man skulde efter det her anførte [og efter den ledsagende kartskitse tro, at der i denne strækning findes fire vulkaner, nemlig Eyjafjallajökull, Myrdalsjökull, Kötlugjá og »Godadalsjökul«, men der er kun to. Disse er Katla eller Kötlugjá og Eyjafjallajökull. Katla ligger oppe i Myrdalajökull, der ogsaa kaldes Høfðajökull, og hvis vestlige del hedder Sólheimajökull, og vest for denne ligger Eyjafjallajökull. Godadalsjökul, hvilket vistnok er en skrivfeil for Godalandsjökull, huser ingen vulkan, ialfald ikke nogen med udbrud i historisk tid. De fire punkter, der paa træsnittet i »Islands vulkanlinier« angiver 4 vulkaner i den her omhandlede egn, bør altsaa reduceres til 2. Naar der i de islandske beretninger omtales udbrud i Myrdalsjökull, Miðdalsjökull, Høfðajökull, Sólheimajökull, i Katla eller i Kötlugjá, saa er dette altsammen udbrud i en og samme vulkan.

Fremdeles heder det pag. 158, hvor linierne forsøges dragne: »En linie fra Kötla til Skaptar falder ligeløbende med Heklalinién, en linie fra Kötla over nabovulkanerne Eyjafjalla m. m. peger ud til Reykjanesset. Selve Kötlas spalte eller gjá (kjædelsvælget) angives paa Gunnlaugssons kart som strygende NNW. Denne retning peger mod Hofsjökul, Balljökull og halvøens udspring ved Skagafjorden — ligesom Myvatnslinierne pege fra Örefa i syd til Melrakkas

halvø i nord, ligesom Heklas linie peger mod næs og indskjæringer længst i NO.«

»Ligesaa meget tilfølge beliggenheden altsaa som paa grund af den eiendommelige rolle, som Kötla spiller i udbrudenes tidrække, synes det ikke meget dristigt at antage, at flere dybe hovedspalter forenes ved dette sydligste punkt.«

I det her hidsatte citat findes der en hel del sproglige feil og endnu flere geologiske vildfarelser. De sproglige feil er rettede i nedenstaaende anmærkning*). Det er vistnok meningen at paavise, at Katla ligger paa skjæringspunktet

*) Om islandske 7stedsnavne, saaledes som prof. Kjerulf skriver dem sit arbejde over Islands vulkanlinier, skal jeg tillade mig nogle bemærkninger og benytte det ovenfor anførte citat som eksempel. De fleste navne anføres nemlig, som vi skal se, i genitiv og endog i urigtige genitivformer.

Formen Skaptar, som bruges som navn for en vulkan, til hvilken der drages en linie, er umulig. Der er en fælv, som heder Skaptár; á (udtales au) er en elv; denne heder i genitiv Skaptár, og deraf er sammensat Skaptárjökull. At udelade jökull og bibeholde formen Skaptar (med udeladelse af akcenten) er ikke tilladeligt hverken i vort nuværende eller i det gamle sprog.

Den vulkan, som i „Islands vulkanlinier“ stadig benævnes „Kötla“, hedder Katla, i genitiv Kötlu. Deraf sammensætningen Kötlugjá eller Katlas spalte. Oversættelsen kjedelsvælget, som benyttes i „Islands vulkanlinier“, er feilagtig. En kjedel hedder paa islandsk ketill, genitiv ketils; men Katla er et kvindenavn, og vulkanen er opkaldt efter en troldkjærring Katla, som efter sagnet kastede sig i gjáen. Formen Kötla er ligesaa umulig som Skaptar. Formen Eyafjalla er ligeledes umulig som navn paa en vulkan. Et fjeld hedder paa islandsk fjall, flertal fjöll, genitiv fjalla; deraf sammensætningen Eyafjallajökull. Navnet paa vulkanen maa altsaa være Eyafjallajökull eller Eyafjöll, men navnet Eyafjalla med udeladelse af et j og med bibeholdelse af genitivformen er urigtig. Ligeledes er Øræfa genitivformen af Øræfi og kan ikke benyttes som navn. Vulkanen hedder Øræfajökull, den omliggende egn kaldes Øræfi, hvilket betyder den øde, ørkenagtige egn. Paa samme maade er formen Melrakkas halvø urigtig. Melrakki er er nominativformen, genitiv Melrakka, saa at man enten maa sige Melrakkis halvø eller Melrakka halvø. Mange af disse navne, som Eyafjallajökull, Øræfajökull, Skaptárjökull, kan synes lange og besværlige, men man kan ikke udelade jökull, ligesaa lidt som vi kan kalde Justedalsbræen for Justedals.

mellem flere vulkanske linier og til den ende drages der linie fra Katla til Skaptárjökull, til Hofsjökull o. s. v. og over Eyjafjallajökull til Reykjanes. En linie fra Katla til Skaptárjökull tænkes først draget, og denne, heder det, er parallel med Heklalinién. Hertil er for det første at bemærke, at retningen af Katlas spalte ligesaa lidt som af kratterækken foran Skaptárjökullen var forfatteren bekjendt, ja han staar endog i den feilagtige mening, at Katlas spalte gaar mod NNV., men ikke desto mindre drages en linie mod NO. Fremdeles var den geografiske beliggenhed af den vulkan, der feilagtigen henlagdes til Skaptárjökull, ikke forfatteren bekjendt i 1876, og han kunde derfor ikke med nogen nøiagtighed trække linien. Er Heklas linie N. 60° O., som angivet, saa danner en linie fra Katla til vulkanen Laki foran Skaptárjökull en vinkel paa henimod 20° med denne retning.

Fremdeles »en linie fra Kætla over nabovulkanerne Eya-fjalla m. m. peger ud til Reykjanæssét.« Der gives, som omtalt, kun en nabovulkan til Katla, nemlig Eyjafjallajökull, og en linie mellem disse to vulkaner falder ca. 18 kilometer sydligt for den sydligste del af Reykjanes.

Katlas spalte er paa kartet ansat med retning mod NNV., hvilket, som ovenfor oplyst, er urigtigt. Efter denne spalte trækker forfatteren en linie og træffer saa »Hofsjökel, Balljökell og halvöens udspring ved Skagafjord« . Efter en spalte, hvis retning er urigtig angivet, trækkes en linie, og denne linie peger mod en jökel Balljökull eller Hofsjökull, der urigtigen antages at have havt udbrud i historisk tid, og denne urigtigen trukne linie træffer i det nordlige Island nogenlunde en mod NNV. gaaende halvö.

Mývatnslinierne peger fra Øræfajökull i syd til Melrakka halvö i nord, heder det. Men der er efter Johnstrup fem Mývatnslinier, af hvilke de to skjærer hverandre i Dýnju-fjöll, og hvis man fortsætter disse to hverandre skjærende

linier helt ned til Øræfajökull, saa vil de her divergere ikke saa lidet fra hverandre. I hvilket forhold Melrakka halvø, der gaar ikke mod nord, men mod NNV., staar til disse nord-sydligte vulkanske linier, er ikke nærmere udviklet.

Endelig Heklas linie, der skal pege paa næs og indskjæringer længst i NO., vil, om den af forfatteren angivne retning N. 60° O. er rigtig, træffe i det østlige Island paa den imod øst gaaende Loðmundarfjörðr. Men selv om den traf hine indskjæringer længst i NO., saa vilde den omstændighed, at en linie efter en kort vulkanspalte forlænget over 300 kilometer, omsider træffer et næs, som gaar mod NO., ikke være særdeles overbevisende.

3. Gjáer.

En gjá (udtales jau) er, som før berørt, en sprække i en lavamark, ofte ledsaget af dislokationer, der giver sig tilkjende i overfladen derved, at den ene side af spalten ligger høiere end den anden. Gjáerne er ofte ikke bredere, end at man kan gaa eller springe over dem, men til andre tider er de 10 til 20 meter brede. Gjáerne har geologisk interesse, dels derved, at de viser, hvorledes unge dislokationer giver sig tilkjende i overfladen, dels har de vistnok ogsaa sin betydning som bidrag til kjendskab om beskaffenheden af det under lavamarkerne liggende berg.

De to mest bekendte gjáer paa Island er *Almannagjá* og *Hrafnagjá*; disse har efter Gunnlaugssons kart en længde af omtrent 8 kilometer; *Almannagjá* gaar efter kartet omtrent imod N. 60° O., *Hrafnagjá* omtrent imod N. 40° O.; afstanden mellem begge er ved Þingvallavatn 7 kilometer. Det er vanskeligt at danne sig et billede af disse to gjáer, fordi de er saa høist eiendommelige og usædvanlige dannelser; de er to brudlinier, og det mellemliggende land-

stykke paa omkring 50 kvadratkilometers størrelse er sunket. Et snit gennem Almannagjá er forsøgt fremstillet i fig. 7 pl. 1.

Det høieste punkt af Almannagjás nordvestre side nær Þingvellir ligger 155 meter over havet; nordvestsiden af gjáen, der hvor rideveien gaar ned, 143 meter over havet. Gjåens bund 120 meter; den steile styrtning af gjåens nordvestside fra høieste punkt til gjåens bund er saaledes 35 meter. Det høieste punkt paa sydøstsiden ligger 136 meter over havet eller 16 meter over gjåens bund. Þingvallavatn, der kan repræsentere høiden af det sunkne landskab, ligger 106 meter. Bredden af selve gjáen i bunden er omtrent 30 meter.

En saadan gjá eller spalte paa en geografisk mils længde frembringer selvfølgelig yderst eiendommelige orografiske forhold. Elven Óxará, der skal over spalten, styrter først i en fos ud over den steile nordvestlige væg og strømmer saa paa en kort strækning igjennem gjáen, indtil den finder en udvei gennem den sydøstre væg, hvorefter den falder ud i Þingvallavatn.

Det faste fjeld omkring gjáen bestaar af lavastrømme, den ene lagt oven paa den anden; de antages at være flydt fra vulkanen Skjaldbreið, der ikke vides at have havt udbrud i historisk tid.

Den anden gjá, Hrafnagjá, ligger, som før berørt, i en afstand af 7 kilometer ifra Almannagjá; medens det hos Almannagjá er den sydøstlige side, som er den laveste, saa er det hos Hrafnagjá den nordvestlige. Det ligger saare nær at kombinere de to symmetrisk optrædende gjåer med hverandre, saaledes at de begge opfattes som samtidige ogsom to symmetriske brudlinier fremkomne derved, at det mellem gjåerne liggende land paa omtrent 50 kvadratkilometer er sunket.

Størrelsen af den ved sænkningen af det faste land frem-

komne dislokation lader sig nogenlunde bestemme ved højderne i dagen. Det høieste punkt af den ikke sunkne væg i Almannagjá ligger, som berørt, 155 meter over havet, og Þingvallavatns høide 106 meter angiver omtrent høiden af det mellem gjærne liggende, sunkne landskab. 49 meter eller med et rundt tal 50 meter skulde da være maximumsstørrelsen af dislokationen ved Almannagjá; regner vi fra høieste punkt af gjávæggen til gjábunden, bliver dislokationen 35 meter. Selvfølgelig gaar en saadan sænkning af et saa vidtstrakt stykke land ikke for sig med saa stor regelmæssighed, at dislokationens størrelse maalt paa alle punkter bliver den samme. Det første spørgsmaal, som fremstiller sig ved betragtningen af disse to gjæer, er det, hvorledes det kan gaa til, at en stor landstrækning paa 50 kvadratkilometer synker indtil 50 meter. En betingelse for, at en saadan landstrækning pludselig synker, maa nødvendigvis være den, at underlaget svigter. En saadan indsækning paa 2500 millioner kubikmeter forudsætter, at der under det sunkne land maa have været et tomt rum paa mindst 2500 millioner kubikmeter. Men det ligger atter nær at tænke sig, at saa enorme tomme rum forekommer paa Island, hvor der endog i historisk tid, i 1783, er sendt ved en eruption op i overfladen lavamasser, der udgjør 15000 millioner kubikmeter eller masser sex gange saa store som dem, der vilde være nødvendige for at efterlade et hulerum saa stort som det, indsækningen ved Almannagjá forudsætter. Dannelsen af Almannagjá og Hrafnagjá ligger jo i den forhistoriske tid, men sandsynligvis ikke overmaade langt tilbage, ellers vilde den fos, som Óxará danner, hvor den styrter ned i en gjá, have faaet et jævner fald, og gjáens vægge vilde neppe have holdt sig med saa skarpe former og kanter. Men de lavamasser, der i forhistorisk tid, før gjærnes dannelse, er udsendt i denne egn, er jo mange gange saa store, som volumet af det hulerum, indsækningen forlanger; dette frem-

gaar allerede af det simple faktum, at gjærnes sider som den mellemliggende sunkne landstrækning bestaar af lava. En saadan enorm indstyrtning af land har, om den er foregaaet paa engang, naturligvis foranlediget voldsomme jordskjælv. Man har derhos efterretninger om, at den heromhandlede landstrækning under et jordskjælv i 1789 er sunket en alen. Om nu indsænkningen har været en følge af jordskjælv, eller om ikke meget mer jordskjælv har været en følge af, at landet sank, lader sig neppe afgjøre med bestemthed; men den sidste antagelse synes den rimeligste. Almanngjá og Hrafnagjá er videre interessante derved, at de viser os det sjeldne eksempel paa, hvorledes et land ser ud i overfladen, naar en dislokation, en indsænkning, har fundet sted. De gamle dislokationer i ældgamle formationer giver sig ikke tilkjende i overfladen som steile vægge; de vægge, som fremkom efter brudlinierne, og som vistnok har seet ud som væggene i gjærne, er nu forsvundne, selv om de havde en høide paa tusener af fod.

Den store sunkne landstrækning mellem Almanngjá og Hrafnagjá er paa mange steder brustet, sandsynligvis under selve sænkningen, og især er landet nær Almanngjá ved Þingvillir rigt paa mindre gjær. Bekjendt i saa henseende er det saakaldte Løgberg, der er begrændset af gjær, Flosagjá og Nicolásargjá. Flosagjá har foraarsaget en dislokation paa et par meter. De mange mindre gjær, som forekommer i den sunkne landstrækning, forklares, som netop antydet, derved, at det sunkne stykke land brast ved sænkningen.

De to gjær, Almanngjá og Hrafnagjá, optræder nogenlunde i forlængelsen af Þingvallavatns sider, og det laa nær at tænke, at selve Þingvallavatn var et mærkeligt eksempel paa en ved en lokal sænkning dannet indsø. I det før nævnte arbeide »Om Islands Geologi« pag. 20 har jeg sagt, at der paa Island findes søer, »som maaskø er dannede ved

lokale sænkninger af lavamasser«; videre, at »Þingvallavatn synes at staa i forbindelse med de to gjæer, Almannagjá og Hrafnagjá.« Hr. Th. Thoroddsen, der senere har bereist disse egne, har imidlertid underrettet mig om, at Þingvallavatn »er sikkert en glacial sø, hvis nordligste ende tildels er bleven udfyldt af lava. Søen er meget dyb, men ikke maalt og begrændses mod syd af meget store moræner, roches moutonnées etc.« Efter dette skulde denne mærkværdige sø, hvis fladeindhold kan anslaaes til omtrent 80 kvadratkilometer, være eroderet under istiden, og bræerne under istidens slutning have naaet til indsøens sydlige ende. Derpaa begyndte lavamasser, maaske fra Skaldbreið, at strømme ned i søen og udfylde den nordlige del af samme. Derpaa indtraf den store sænkning, ved hvilke gjæerne dannedes, og hvorved søen atter blev forlænget i nordostlig retning. I virkeligheden fortjener denne mærkelige egn omkring Þingvallavatn at undersøges nærmere.

Paa østsiden af Mývatn ligger en mærkelig gjá, som kaldes *Grjotagjá*; et snit tvært over denne er forsøgt fremstillet i fig. 8. Gjæen gaar nogenlunde i nord-sydlig retning; men jeg har ikke fulgt den i dens hele udstrækning; efter Gunnlaugssons kart skal den være omtrent 10 kilometer lang. Bergarten er en basaltisk lava, afsondret i lodretstaaende søiler. Gjæen er paa sine steder omkring 4 meter bred, men atter andre steder er den ikke bredere, end at man godt kan gaa over spalten. Dybden naar vel paa sine steder en 10 til 15 meter. Brudet her har ligesom ved Almannagjá været ledsaget af en dislokation, og lavaen paa østsiden ligger, som paa figuren fremstillet, 5 til 6 meter lavere end paa vestsiden. Under vandringen langs gjæen bemærkedes paa et sted, at der steg varme luftstrømme paa 28° C. op af en spalte paa gjæens østside, og ved at følge denne spalte fandtes der et hul, som førte ind i en meget lang hule, der paa sine steder kunde have en høide paa 6 meter og en

bredde paa over 10 meter. I hulens bund var der vand, som holdt en temperatur af 43° C.

Ved betragtningen af fig. 8 vil maaske disse forhold blive forstaaelige; landet øst for gjåen er sunket, men under sænkningen har et stort stykke af lavamassen, det som nu danner hulens tag, ikke faaet anledning til at falde helt ned, men er blevet hængende igjen, understøttet paa forskellige steder; da imidlertid det øvrige fjeld paa østsiden er sunket videre, saa er der fremkommet en hule, og det over hulen liggende fjeld har, som det vil fremgaa af figuren, dreiet sig, saa at lavastrømmene har faaet fald mod øst, og overfladen her skraaner ogsaa i denne retning. Paa det sted, hvor det sunkne stykke land støder op mod det ikke helt sunkne stykke, altsaa ved indgangen til hulen, er lavaen brudt i større og mindre blokke, saaledes som man ogsaa paa forhaand kunde vente.

Selve Mývatn og dets dannelse synes at være helt uafhængig af denne gjå. Hvis nemlig Mývatn var dannet ved den lokale sænkning, ved hvilken gjåen dannedes, saa maatte det være den side af gjåen, paa hvilken Mývatn ligger, eller vestsiden af gjåen, som maatte være sunken, men nu er det netop østsiden, som har sunket.

Huler lig dem, som er paaviste ved Grjotagjås østside, maa antages at være tilstede under Almannagjås sydøstre side. Sandsynligheden heraf fremgaar af en simpel betragtning af forholdene; tænker vi os, at et stykke land af rektangulær form synker lodret, saa vil, matematisk taget, brudet ingen bredde faa, eller gjåernes bredde vilde være nul. Først hvis indsænkningen foregik med mindre regelmæssighed, saa at dele af det synkende landstykke fik anledning til at dreie sig og delvis blive hængende igjen, vilde selve brudfladen gabe. Da nu Almannagjá har en bredde af ca. 30 meter, og da sydostsiden skraaner, saa maa der antages under det

sunkne stykke land at være efterladt huler, hvis størrelse vil være afhængig af gjæens aabning.

4. De varme kilder.

De varme kilder er ikke, saaledes som vulkanerne, kun virksomme til enkelte tider, men deres arbeide fortsætter uafbrudt gennem længere tidsrum.

Der er forskellige slags varme kilder paa Island, og Islænderne benævner dem efter deres natur og beskaffenhed med forskellige navne: *Hverr*, *Geysir*, *Laug*, *Námi*, *Leirhverr*, *Ølkelda*. Imidlertid kan disse kilder naturligen deles i 3 slags, nemlig i *svovlkilder* eller *námur*, *kiselskilder* eller *hverar* og *kulsyre-kilder*, *ølkeldur*, og disse tre slags kilder igjen er kun forskellige stadier i kildernes udviklingshistorie, saaledes at svovlkilderne er de, som først optræder efter udbrudene, medens kulsyre-kilderne kommer sidst.

Svovlkilderne kalder Italienerne solfatarer, Islænderne námur eller brennisteinsnámur, hvor brennisteinn betyder svovl, og námi egentlig en grube. Disse kilder er dampkilder og gaskilder; produkterne udsendes altsaa i dampformig og gasformig tilstand, ikke flydende. De afsætter omkring aabning gedigent svovl.

Gasene og dampene gennemtrænger og dekomponerer den omgivende sten og danner blandt andre produkter ler af denne; vand og sure væsker kommer til, og af denne ler bliver en blød velling; der fremkommer da ofte nær solfatarerne graa kogende og spruttende lerpøle, som Italienerne kalder makaluber, Islænderne leirhverar, der er et slags dyndvulkaner.

Kiselskilderne, som Islænderne kalder hverar (hvilket navn forøvrigt synes benyttet om varme kilder overhovedet, selv om de ikke afsætter kisel), fører varmt klart vand; naar hveren nu og da udsender sine vandmasser i en sprut,

kaldes den *geysir*, saaledes som den store kilde af dette navn, men naar hverken ikke har koghed, men kun roligt lunkent vand, kaldes den *laug*.

Endelig findes der paa Island nogle kulsyreholdige kilder, hvilke der kaldes ølkeldur eller ølkilder, *surbrønde*.

Skjønt alle disse kilder kun fremstiller forskellige faser i den hændende vulkanske virksomhed, saa har de dog et yderst forskjelligt udseende paa sine forskjellige stadier, og det bliver først nødvendigt at give et overblik over, hvorledes disse kilder ser ud.

Námur, solfatarer, der ligger frit, har formen af en liden tue, fig. 5, forsynet med et hul paa en tommes diameter eller to, og ud af dette hul fræser der damp og gas; der dannes i luften en hvid røg, og omgivelserne lugter af svovlvandstof. Vælter man den omtalte lille tue med en spade eller med et andet redskab, saa finder man blandt andet smuk, gul svovl i tuen.

Leirhverar, dyndvulkanerne, makaluberne, der er saa nær beslægtet med solfatarerne, — ialfald er saa tilfældet paa Island, — har et ganske andet udseende, idet de har formen af gryder, bryggekar og smaa damme, indeholdende en graa lervelling, der bobler, koger eller sprutter. Ogsaa her lugter af svovlvandstof.

Hvererne igjen fører, som omtalt, rent klart vand, afsætter paa kanterne vakker kisel, og har forskjellig form; smukkeste er store geysir, der øverst oppe bestaar af en vid tragt med et dybt rør i bunden. Hverken kan, som berørt, enten være en kogende almindelig hvern, eller en spruttende geysir eller en dampende laug.

Islands ølkeldur ser ud som et sædvanligt opkomme, men kulsyreudviklingen kan undertiden iagttages.

Bunsen har nøiagtigt studeret Islands varme kilder, og hans undersøgelser kastede et nyt lys over gasarternes kemiske sammensætning, over de kemiske processer, som fore-

gaar ved kilderne, ligesom over de springende kilders mekanisme.

Ved italienske vulkaner finder der sted exhalationer af saltsyre i stor mængde, ledsaget af sublimation af kogsalt, men dette er ikke tilfælde paa Island. Kun i nogle fumaroler i kraterne paa Hekla og i nogle dampkilder i lavaen fra Hekla faa maaneder efter eruptionen af 1845 har Bunsen paavist saltsyre i fri tilstand. Saltsyren danres derved, at kiselsyren i den smeltede lava i forbindelse med vanddampe dekomponerer kogsalt ved høi temperatur til natronsilikater og saltsyre. Efter eruptionen, naar temperaturen er sunket i de øvre dyb, kan ikke saltsyreexhalationen vedvare, da saltsyren ved denne temperatur virker kraftigt paa bergarterne og gaar over i klorforbindelser, der ikke er saa flygtige, at de kan tilbagelægge en længere vei ved lavere temperatur. Disse fumaroler fra Heklas kratere udsendte ikke svovlvandstof, men en ringe mængde svovlsyring.

Saltsyrefumarolerne er de første umiddelbare eftervirkninger efter de vulkanske udbrud, men de ophører snart at virke med den for deres dannelse nødvendige høie temperatur.

De egentlige solfatarer udsender først og fremst vanddampe, men derhos følgende gasarter: kulsyre, svovlvandstof eller svovlsyring, vandstof og kvælstof. Vanddampe og gasarter igjen dekomponerer bergarten palagonittuf, i hvilken dampene og gasene sætter op, og som bestaar af kiselsyre i forbindelse med lerjord, jernoxyd, magnesia, kalk, kali og natron.

Forsøg viser, at hvor svovldampe og vanddampe ved høi temperatur kommer i forbindelse med bergarter af palagonitens eller basaltens sammensætning, der er alle betingelser for solfatarernes dannelse given. Leder man svovldamp over saadanne bergarter, saa indtræder en partiel dekomposition af det i bergarterne forekommende jernoxyd, idet oxydets surstof undviger i forbindelse med svovl, og jernet bliver

igjen som svovljern. Leder man derpaa vanddampe i glødhede over den saaledes med svovldamp behandlede bergart, saa undviger under dannelse af jernoxydoxydul en rigelig mængde svovlvandstof. Forhøies nu temperaturen noget, saa sønderfalder en del af svovlvandstoffet i svovldamp og frit vandstof.

Disse forsøg forklarer de fænomener, som ligger til grund for solfatarevirksomheden. Der hvor svovl i dampform støder paa de glødende lavamasser, ligger den zone, hvor svovlsyringen dannes. Synker temperaturen, saa forandres den kemiske virksomhed; det dannede svovljern begynder at virke paa vanddampen, og der dannes svovlvandstof og dets dekompositionsprodukter svovl og vandstof. De to processer gaar over i hverandre og betinger forekomsten af de to gasarter, svovlvandstof og svovlsyring, paa steder, der ikke ligger langt fra hverandre paa det samme solfatarefelt. Svovlsyringen betegner begyndelsesstadiet i alle disse fænomener; senere kommer svovlvandstof og ved gjensidig vevselvirkning bevirkes de dekompositioner og forbindelser, der karakteriserer de egentlige solfatarer. Svovlsyring og svovlvandstof kan nemlig ikke bestaa ved siden af hverandre, men omsætter sig til vand og gedigent svovl, der afsætter sig omkring fumarolerne.

Men svovlsyringen virker paa den omgivende palagonittuf. Hvis nemlig pulveriseret palagonit behandles med et overskud af svovlsyring i vandig opløsning, saa opløses dens bestanddele allerede i kulden til en af jernoxydsalt gulbrunt farvet opløsning. Ved ophedning giver jernoxydet sit surstof til svovlsyringen, og der dannes svovlsyre og jernoxydul, to atomer af det sidste, for hvert atom af den første. Hertil kommer, at svovlsyringen ved kilderne oxyderes nær dagen under atmosfærens indvirkning. Den fremkomne svovlsyre forbinder sig med palagonitens bestanddele, og disse kommer i opløsning som svovlsure salte tillige med en

del kiselsyre. *Bunsen* har saaledes i vandet fra en af de største kogende slampøle ved solfatarerne ved *Reykjahlið* paavist sulfater af kalk, magnesia, ammoniumoxyd, lerjord, natron, kali samt kiselsyre. Mærkværdigt er det, at jern ikke er tilstede i denne opløsning. Aarsagen hertil er den, at palagoniten ved digestion med en neutral opløsning af jernvitriol fælder jernoxydul som hydrat under dannelsen af svovlsur kalk. Den frie svovlsyrling opløser først tuffenes jernoxyd som oxydul, men naar opløsningen er blevet neutral paa sin vei gennem bergarten, saa afsættes jernet igjen som oxydulhydrat eller i luften som oxydhydrat. Palagoniten bliver herved forvandlet til hvid jernfri eller farvet jernholdig fumaroleler, saaledes som vi finder det ved solfatarerne. Ligesom det svovlsure jernoxydul bliver ogsaa sulfater af lerjord og jernoxyd dekomponeret af palagoniten under dannelse af svovlsur kalk eller gips. Vi ser, at gips er hovedproduktet af disse reaktioner, og gipsen afsætter sig nær fumarolerne.

Foruden de ovennævnte produkter svovl, gips og ler, der optræder i større mængder ved solfatarerne, har *Bunsen* tillige paavist og forklaret dannelsen af alun, svovlkis, svovlkobber og kobbervitriol ved solfatarerne.

Svovlkilder, námur, findes paa følgende steder paa Island: først ved *Krisuvik*, 1 dags reise sydligt for *Reykjavik*, og dernæst paa forskellige steder omkring *Mývatn*, nemlig østligt for *Reykjahlið* i det saakaldte *Námafjall*, i et af *Kraflas* gamle kratere, i *Leirhnúkr* nær *Leirhnúkr* kratere, samt nær og i omegnen af det før omtalte store krater *Ketill*.

*Námur*ne i *Krisuvik* har jeg ikke seet. De ligger ved foden eller paa skraaningen af en steil bjergryg, som kaldes *Sveifuháls*. Paa forskellige steder søger dampstraalerne udvei med en hvæsende lyd. Kogende kilder og mægtige gasexhalationer bryder frem af jorden. Paa mange steder er leren forvandlet til en seig varm grød. I de øvre dele

af fjeldet tiltager svovlafsætningerne i masse, og den kruste, som bedækker jorden, er nogle tommer tyk. I nærheden af solfatarerne er der nogle kogende lerpøle, leirhverar, der kaster sin graa lervelling nogle fod op i luften. Lignende lerpøle eller dyndvulkaner optræde i større maalestok ved det senere omtalte Námajfall.

Olafsen og Povelsen besøgte Krisuvik i 1756 og foretog nogle boringer der nær en hverr, som var opkommet vinteren 1754—55 efter et jordskjælv. Da de havde naaet 9 fod ned, begyndte den varme ler at sprutte op med stor voldsomhed omkring boret, og da de derfor trak dette op, saa sprang det leragtige vand 6 til 8 fod i høiden. Det blev da roligt en stund, men saa begyndte det at sprutte for alvor og uden ophold at koge over. De mærkede da, at de ved denne leilighed havde frembragt en ny hverr.

Námarne ved *Námajfall* øst for *Reykjahlið* kaldes *Hliðarnámur*. Her findes baade egentlige námur, der udsender gasexhalationer og kogende lerpøle, leirhverar eller dyndvulkaner. Námajfall danner en ryg, hvis høieste top ligger 1590 fod over havet, og som udmærker sig ved sin eiendommelige blege farve, hvilken hidrører fra de dekompositionsprodukter, der er fremkommet ved gasarternes indvirkning paa fjeldet. Man ser forskellige hvide røgsøiler stige op, betegnende námarnes beliggenhed. Disse er, som før berørt, smaa tueformede forhøininger, ud af hvilke dampene og gaserne fræser. Nær kilderne er fjeldet opædt og dekomponeret til ler, som før omtalt, saa at man maa nærme sig dem forsigtigt, hvis man ikke vil resikere at synke ned i den varme seige lermasse. Inde i tuerne nær overfladen finder man svovl. Disse exhalationer af dampe og gaser iagttages ikke blot paa et enkelt punkt, men paa mange steder paa Námajfall. Ved foden af dette paa østsiden i en høide af 896 fod over havet ligger leirhverarne eller dyndvulkanerne, der har formen af kogende og boblende lerpøle. Der gives

henved et snes deslige pøle, der har formen af kar eller gryder med en diameter paa 1, 2, 3 meter, sjelden op til 10 meter i længde; men naar dimensionerne er saa store, saa er pølene sædvanligvis dobbelte eller tredobbelte, idet væggene er faldne ind mellem to eller flere. Terrainet omkring disse slampøle bestaar af blød, ofte varm ler ligesom omkring de egentlige solfatarer, saa at man maa nærme sig forsigtigt. Rundt omkring de boblende og kogende kjedler kommer der ud hist og her dampe, hvor der afsættes svovl, altsaa egentlige solfatarer, af hvilke hine dyndvulkaner kun er en modifikation fremkommet, som det synes, derved, at der er kommet noget mere vand til og har gjort det dannede ler til en blød velling. Námar findes foruden ved *Námafjall* tillige ved *Krafla* og *Leirhnúkr*. Ved *Krafla* optræder námar ledsaget af nogle leirhverar i en fordybning, sandsynligvis et gammelt eruptionssted, nær en sø *Helvíti*. Námarne her er ikke mange. Et par solfatarer, lig dem ved *Hliðarnámar*, saaes i *Leirhnúkr*, ikke langt fra *Leirhnúkr*s vulkanrække.

Talrige námar, de saakaldte *fremrinúmar*, forekommer nogle mil SO. for *Mývatn* nær og i omegnen af det før omtalte store krater *Ketill*, 3079 fod over havet. Námarne her ligger dels paa den østre ydre skraaning af selve *Ketill*; nogle smaa námar optraadte paa selve kraterranden; nord for *Ketill*, ligesom paa østsiden og sydsiden, saaes námar liggende paa forskjellige steder paa den øde hei, sendende sine hvide røgskyer i veiret. Kildernes beskaffenhed er fuldstændig analog med *Hliðarnámarnes*. For en menneskealder siden har svovl været vundet fra disse kilder. Transporten er lang og besværlig og dertil kostbar, fordi svovlet maa føres paa kløv, da veie til kjøring ikke findes. Svovlmængden synes ikke at være meget betydelig, trods det at kilderne har ligget saa længe i ro.

De varme kilder, som afsætter kisel, har, som berørt, et

helt andet udseende end svovlkilderne, idet de fører klart vand, som damper, koger eller sprutter, og der afsættes en kruste af kiselinter omkring dem. Disse kiselkilder repræsenterer en sildigere fase i de vulkanske eftervirkninger end nåmarne, men svovlkilderne og kiselkilderne er, trods deres høist forskellige udseende og trods de forskellige produkter, de afsætter, meget nær beslægtede fænomener, og man træffer ogsaa omkring *Geysir* smaa solfatarer og enkelte lerpøle, hvis hele udseende ligner nåmarnes omkring *Mývatn*. De kemiske reaktioner ved hverarne er imidlertid andre end ved nåmarne. Analyserne viser, at kiselkildernes vand indeholder kulsurt natron og kiseltsyre, foruden nogle andre salte; medens svovlsyrlingen er det vigtigste reagens ved nåmarne, saa er kulsyre og ophedet vand og svovlvandstof virksomme ved hverrane. Disse reagenser virker paa tuffen; kulsyre med vand uddrager af denne dobbelt kulsure alkalier, der opløser kiseltsyren, og svovlvandstof, der ikke mangler i *Geysir*vandet, uddrager alkalier som svovlalkalier, der igjen under indflydelse af kulsyre sønderfalder i kulsure alkalier og svovlvandstof. Men den i hverrevandet opløste kiseltsyre udskiller sig, naar det hede vand fordunster, og saaledes gaar det til, at der omkring hverarne danner sig afsætninger af kiseltsyre. Dette er de kemiske reaktioner, som foregaar ved hverarne. De adskiller sig fra nåmarne deri, at svovlsyrling træder tilbage, og at kulsyre med vand bliver virksomme og uddrager af tuffen alkalier som kulsure alkalier, der opløser kiseltsyre, hvilken atter udskiller sig ved fordunstning.

Den store *Geysir*, der sædvanligvis anføres som typen for kiselkilderne, bestaar af et tragtformet bassin, liggende i en svagt konisk kraterformet forhøining, bestaaende af kiselinter. I bunden af tragten gaar der ned et dybt rør. Kilden udsender sine vandmasser til betydelig høide med uregelmæssige mellemrum.

Bunsen, der har forklaret de reaktioner, som foregaar ved hverarne, har tillige angivet grunden til, at kilden har opbygget sig hint tragtfornede bækken, ligesom han har angivet grunden til eruptionerne af vandet.

Afdampes en opløsning af kiselsyre, som den i hverrevandet, saa danner der sig en fin kruste af kiselsyre paa kanterne af opløsningen, der hvor fordampningen er foregaaet, men selve opløsningen forbliver klar, indtil koncentrationen er drevet meget vidt. Dette forhold er af stor betydning for geysirne og hverarne. Tænker man sig en varm kilde, som udgyder sit vand i overfladen, saa er det indlysende, at i selve bassinet, hvor vandet stadigt fornyes, og hvor der kun er ringe anledning for vandet til at fordunste, der kan kisel ikke afsætte sig; paa kanterne af kilden derimod, hvor den ved haarrørskraften indsugende væske hurtigt fordamper, vil dannes en kruste af kiselsyre. Omkring kilden, hvor vandet udbreder sig, der vil inkrustationerne tiltage, efterhaanden som overfladen for fordunstning voxer. Herved forhøies omgivelser omkring kilden og vandet søger udløb ad den laveste vei, og her afsætter sig da paany kiselsinter, saa at niveauforholdene forandrer sig, og kilden faar afløb en anden vei. Saaledes omgiver kilden sig med en høi af kiselsinter og bygger sig efterhaanden op til et dybt rør, som, naar det faar et tilstrækkeligt dyb, har alle betingelser til at gjøre kilden til en springende geysir. Eftersom kildens oprindelige form var, kan dette rør blive videre eller trangere. Hvis røret er forholdsvis trangt, og fyldes det med raskt fremtrængende, paa grund af høi temperatur i jordbunden stærkt ophedet vend, saa opstaar en kontinuerlig springkilde, saaledes som de ofte træffes paa Island. Thi det er klart, at vandet i kildens overflade vil koge ved sædvanlig temperatur, altsaa ved 100°, hvad der svarer til kogepunktet ved almindeligt atmosfærisk tryk, men det vand, der befinder sig paa bun-

den af røret, vil kunne have en temperatur over 100° , svarende til det atmosfæriske tryk, forøget med trykket af vandsoilen i røret. Dette overhedede vand vil stige tilveirs efterhaanden som nyt vand søger til nedenfra og kommer i de høiere dele af røret under et mindre tryk, og den overkydende varme vil da strax benyttes til dampudvikling. De udviklede dampe danner med vandet et hvidt skum, der staar op af kilden i en kontinuerlig straale.

Men hvis derimod det ved kiselafsætning dannede rør er tilstrækkelig vidt til, at der kan finde afkøling sted i nogen grad fra overfladen, og det overhedede vand i bunden kun langsomt træder til, da vil disse simple forhold gjøre kilden til en geysir, der pludseligt har udbrud paa grund af udviklede dampmasser og saa igjen gaar til ro for nogen tid.

Geysirs vand ophedes stadigt ved overhedet vand i bunden af røret og afkøles i overfladen. Afkølingen sker ved en kontinuerlig strøm, hvis tilstedeværelse let lader sig paa-vise. Kaster man nemlig nogle stykker papir ud i geysirs bækken, saa drives disse fra midten af røret hen imod kanterne og derfra tilbage igjen langs bækkenbunden til røret.

De af Bunsen og Des Cloiseaux i 1846 anstillede temperaturtagttagelser viser, hvorledes temperaturen voxer i geysirrøret. De iagttog nær bunden af røret en temperatur paa 127.5° C., medens temperaturen i overfladen var 85.2 .

Iagttagelserne viste:

At temperaturen stadig steg nedad;

at temperaturen steg paa alle punkter, efterhaanden som man kom nærmere henimod tiden for en eruption;

at temperaturen aldrig, selv nogle minutter før eruptionen, naar op til det kogepunkt, der svarer til atmosfærens og vandets tryk paa vedkommende punkt;

at temperaturen i den midlere høide af geysirrøret kom-

mer nærmest til det kogepunkt, der svarer til trykket af vandsøilen, og at den nærmer sig samme desto mere, jo nærmere tidspunktet for en stor eruption ligger.

Af disse forhold vil det fremgaa, at der kun behøves en ringe foranledning til at bringe en stor del af vandsøilen i kog. En hævnning af vandsøilen paa nogle meter vil nemlig bringe denne under trykforhold, der tillader det overhede vand at gaa over i damp; denne damp vil atter hæve søilen høiere op, og trykket formindskes derved yderligere, hvoraf følgen igjen er at mere overhede vand bliver til damp, kort der indtræder en eruption, der kaster det overliggende vand høit op i veiret.

Det gjælder altsaa nu at finde aarsagen til hin hævnning af vandsøilen, som giver den første anledning til eruptionen. Denne aarsag ligger efter Bunsen i de dampblærer, som periodisk stiger op i islandske hverar, og som ankomne i en høiere og koldere zone af kilden pludselig igjen kondenseres. Disse dampblærer hidrører derfra, at vand i geysirs tilførselskanaler koger under indflydelse af den høie temperatur i jordbunden, og dampblærerne stiger tilveirs, men kondenseres i de øvre, mindre varme vandlag. Men for at en stor eruption skal finde sted, maa temperaturen i det overhede vand være steget saa høit, at den ved dampblærerne stedfindende hævnning tillader vandet at gaa over i dampform under det lavere tryk. Alle de før den store eruption stedfindende hævnninger vil kun være istand til at bringe en del vand til kogning og frembringe de smaa eruptioner, som ofte iagttages, og som maa betragtes som forsøg paa eruptioner, men mislykkede forsøg, da dampdannelsen, paa grund af for lav temperatur, kun kan forplante sig paa korte strækninger.

Island er særdeles rigt paa kiselkilder, men af alle er kilderne ved *Haukadals* ved *Laugafjall* de berømteste. Der

findes her henved halvhundrede større og mindre kilder, af hvilke *Geysir* og *Strokkur* sender sine vandmasser høiest i veiret. Theorien for de kemiske processer ved geysir samt teorierne for kildens bygning og for dens eruptioner er omtalt i det foregaaende, saaledes som Bunsen har udviklet disse. Desværre indtræder nu eruptionerne kun sjelden, der gaar ofte sex ugen hen, og man ser derfor, at medens de ældre iagttagere har haft anledning til at iagttage udbruddene gjentagne gange, saa har mange af os, som har reist i senere aar, ikke faaet se nogen eruption.

Geysir ligger, som berørt, paa en kraterformet høi af kiselsinter, omkring 20 fod høi; bækkenet eller skaalen, som ligger inde i den koniske høi af kiselsinter, er 54 fod i diameter, røret, som gaar ned, er $9\frac{1}{2}$ fod i diameter, men dybden angives forskjelligt, omkring 70 fod. Bækkenet er næsten stadig fyldt med klart vand, men efter eruptionerne tømmes bækkenet, og vandet synker et stykke ned i røret.

Strokkur, der ligger i ringe afstand, kun nogle hundrede skridt fra Geysir, er næst denne den bekendteste af kilderne ved *Haukadalur*. Strokkur betyder *smørkjærnen* og har øiensynlig faaet navnet af sin form. Denne er nemlig forskjellig fra Geysirs; man ser ved Strokkur kun et cylinderisk hul, i hvilket vandet stadigt koger og fræser nogle meter under aabningen. Strokkurs rør er ikke saa regelmæssigt cylinderisk som Geysirs, men det kniber sig sammen nedover. Det naar et dyb af 43 fod og er ved munden $7\frac{1}{2}$ fod. Strokkur har intet særskilt afløb, da vandet staar flere meter dybt i røret, men vandmasserne udtømmes ved eruptionerne. Efter Bunsens maaling er den laveste trange del af Strokkurs tragt fyldt med en optrængende dampstraale af omtrent 115 graders temperatur, og det i den øvre del af tragten værende vand holdes i stadig kog ved denne dampstraale. Men den kraft, som betinger de store eruptioner, maa have sit sæde i de dybere liggende, for maalingen

ikke tilgængelige dele af røret. Dette fremgaar allerede deraf, at eruption indtræder, hvis man kaster stene eller torv ned i røret og stopper kanalen. Under eruptionen kastes da vand med stenene og torven op igjen, og det til en høide af indtil 182 Fod.

Nær Geysir og Strokkur er, som før omtalt, mange smaa og bitte smaa hverar. En af dem, *Blesi*, er nu en stor varm laug med smukt grønt vand; denne kilde skal før jordskjælvet i 1789 have været en springende kilde, der sendte vandet 30 til 46 fod op i luften. Overhovedet forandrer hverarne sig i tidernes løb, de gamle forsvinder og nye opstaar. Kilderne ved Haukadalsr omtales mærkværdigt nok ikke i sagaerne før 1294, da der berettes, at kilderne havde forandret sig ved Heklas udbrud i hint aar. Om selve Geysir er der først tale tidligt i det 17de aarhundrede. Før jordskjælvet i 1789 var Strokkur ubetydelig, men senere har den spruttet voldsomt.

Inden den del af Island, som bestaar af palagonittuf, er der særdeles mange hverar og laugar, saa det vilde være et vidløftigt arbeide at besøge og beskrive dem alle. Ved *Laugarvatn*, paa veien fra Geysir til Þingvellir, er der flere smaa hverar umiddelbart ved vandet, ligesom landskaberne mellem Bruará og *Laaxá*, det vil sige *Biskupstungur* og *Hrunnamannahreppur*, har mange hverar og laugar.

Bekjendte kilder findes ved *Reykir*, syd for Þingvallavatn, i Ølfushreppur, 1 dags reise fra Reykjavik. Her er der vel omtrent 40 større og mindre hverar og laugar paa begge sider af elven Varmá. Nogle af dem er rolige, klare og dybe, sagte kogende; nogle er stadigt spruttende, nogle er paa veien til at blive dyndvulkaner, og enkelte steder saaes antydning til námar. En af disse kilder, som kaldes *Litli Geysir*, er nu kogende, og har ingen store eruptioner, men før kastede den vandet op i luften. Bunsen, som var der i 1846, beretter, at kilden kastede vandet op til 30 à 40 fods

høide, og at eruptionerne var ligesaa vakre, om end mindre storartede end Geysirs ved Haukadalsr. Overhovedet synes disse kilder ved Reykir at have forandret sig meget i tidernes løb. Ved Heklas udbrud i 1597 var der haarde jord-skjælv i Ølfushreppr. Da var der en stor hverr syd for Reykir, som forsvandt, og en ny hverr kom frem ovenfor Tunet paa Reykir, og denne spruttede dygtigt, dog ikke saa meget som den gamle hverr.

Hverar findes fremdeles sydvestligst paa Island ved Reykjanes i Gullbringusýssla, paa Reykjanes halvø *Hverin Eini*; videre findes hverar sydvestligt for Þingvallavatn i fjeldet *Hengill*

I Borgarfjarðarsýssel er der mange varme kilder. Bekjendt i *Skripla* ved Reykholt i Reykholtsdalr, hvorfra vandet af Snorre blev ledet ned i det bad, som efter ham endnu benævnes *Snorralaug*. Andre bekjendte kilder i Reykholtsdalr er *Árhver*, hvor vandet springer op af en liden klit midt i elven, *Reykjadalsá*. Det varme vand springer op midt i den kolde elv, naar denne er stor. *Deildartúnguhverr* kaldes en varm kilde nederst i Reykholtsdalr, hvor vandet vælder ud af 4 aabninger. *Sturlu-reykir* er endelig atter en kilde i Reykholtsdalr, nær hvilken der er bygget et luftbad, der skal benyttes med fordel af folk, som lider af gigt. Men foruden disse hverar er der mange andre store og smaa i Reykholtsdalr.

Man har i *Árhver* eksempel paa en varm kilde, der kommer op i en elv; der gives paa Island ogsaa hverar, der kommer op i havet, og nogle der kommer op i jøkler. *Oddbjarnarsker* hedder en liden ø langt ude i Breiðfjörðr, nogle mil vest for Flatey. Nær denne ø kommer der en varm kilde op i havet, hvilken kilde fører meget og godt vand. Olafsen og Povelsen beretter om flere varme kilder, der vælder op i havet omkring ved smaaøerne i Breiðfjörðr; saaledes ved *Drápsker*, *Sandey*, *Urdholm* og *Reykey*. Paa det

faste land ved Breiðifjörðr ved Reykhólar ligger nogle hverar, blandt hvilke *Kraflandi* er den største. Her forsøgte Olafsen og Povelsen at udvinde kogsalt ved inddampning af havvand, idet de til inddampningen benyttede hverarnes varme. De to ovenfor nævnte iagttagere beretter ogsaa om kogende kilder paa forskellige steder i *Torfajökull*. Hverarne koger op af isbredderne og nær smaabjerger i jökelen.

Ved *Hveravellir*, nordøst for *Lángjökull*, er der mange hverar, og af disse er *Øskurhólshver* den bekendteste. Den sender en dampstraale op af et hul under en brølen, som lignes med en løves. Ved den brølende høi, hvor dampen stiger op, kan man intet ord høre, selv om man raaber hinanden i ørene. Naar *Øskurhólshver* sprutter, saa sprutter tillige hverarne omkring, nogle dampe og nogle vand.

Nordligt paa Island i Þingeyjarsýssel i Reykjahverfi mellem *Mývatn* og *Húsavík* ligger atter nogle vakre kiselkilder, af hvilke *Uvahlverr* er den bekendteste. Den har korte periodiske eruptioner, da vandet kastes nogle mandshøider i veiret. Den skal have forandret sig noget ved jordskjælvet i 1872.

Foruden de her nævnte hverar og laugar, findes der mange andre.

Islands kultsyreholdige kilder, *Ølkeldur*, er, saavidt vides, ikke nøiere undersøgte; de findes paa *Snæfellsnes* halvø. Den mest bekendte hedder *Rauðamelsøkelda* og ligger i nordvestlig retning for *Rauðamels* kirke. Den har en fin syrlig smag og læsker og vederkvæger ypperlig.

5. Dobbeltspathens forekomst ved Helgustadir.

Den bekendte islandske dobbeltspath forekommer kun paa et findested, nemlig ved gaarden Helgustadir paa nord-siden af Reyðarfjörðr, 2 timers ridt ifra Eskifjörðr, i en

høide af 105 meter over havet og omtrent 500 meter fra samme.

Den i egnen raadende bergart tilhører basaltformationen, der her omkring fjorden danner høie fjelde. Bergarten ved selve findestedet udmærker sig ikke fra de sædvanlige basaltiske bergarter i denne formation; sidestenen til den gang, hvor paa spathen forekommer, viste sig under mikroskopet at bestaa af frisk plagioklas og augit med magnetjernsten, hvorhos olivinen er omdannet til grøn serpentin. Krystallerne er undertiden saa store, at bergarten nærmest kunde benævnes anamesit, men i andre prøver synker dimensionerne ned til saa smaa dimensioner, at bergarten bliver en makroskopisk tæt basalt.

Forekomsten er en netformet gang af almindelig kalkspath, men indeholdende over enkelte dele ædel dobbeltspath. Gangen er ved de ældre arbeider blottet i dagen i et horizontalsnit, der er forsøgt gjengivet i pl. III. Det givende berg er, som netop nævnt, basaltiske bergarter. Større stykker af dobbeltspath er det sjelden at finde ved gangen, fordi disse er udplukkede baade af de udbrudte masser og i den blottede del af gangen. De smukkeste stykker og krystaller af dobbeltspath skal findes i ler, men den største del af gangen bestaar af hvid, ugjennemsigtig kalkspath uden værd for optikeren eller mineralogen.

Gangen eller gangnettet, der synes at være meget uregelmæssigt, har aldrig været gjenstand for regelmæssig afbygning, men der er skjærpet efter dobbeltspath nu og da i de sidste 200 aar. Forekomsten kan under alle omstændigheder ikke ansees for udtømt, men det er vanskeligt, paa grund af gangens uregelmæssighed og den ædle spaths uregelmæssige fordeling i gangen, at opgjøre sig en mening om kvantiteten af dobbeltspath, som maatte forefindes, ligesom det heller ikke er muligt paa forhaand at bestemme

værdien paa den spath, som fremfindes, da denne afhænger af hvert stykkes størrelse, feilfrihed og form. Men under alle omstændigheder vilde det være ønskeligt, at der blev gjort et forsøg paa en regelmæssig afbygning, saa at samlingerne og optikerne kunde rigeligere forsynes med dette mærkelige mineral, der intetsteds forekommer i saa store og rene stykker.

Bidrag til Kundskaben om Decapodernes Forvandlinger

af

G. O. S A R S.

I.

Nephrops—Calocaris—Gebia.

(M. 7 autogr. Plancher).

Indledende Bemærkninger.

De høiere Crustaceers (Decapodernes) postembryonale Udvikling med de herunder foregaaende mærkværdige Forvandlinger er et endnu forholdsvis kun lidet bearbejdet Felt, trods den store Interesse, der knytter sig til en saadan Undersøgelse baade i morphologisk og phylogenetisk Henseende.

Vistnok er i Løbet af de sidste Decennier af forskellige Forskere undersøgt og beskrevet et ikke ringe Antal af herhen hørende Udviklingstrin, men det er paa den anden Side kun meget faa Former, hos hvem den hele postembryonale Udviklingsrække i sin Sammenhæng, fra Udklækningen af og til Antagelsen af den definitive Form, er bleven forfulgt. Oftest er det kun ganske isolerede Udviklingstrin, der er bleven iagttagne og beskrevne, enten det allertidligste Stadium, som man umiddelbart har faaet udklækket af vedkommende Decapodes Udrogn, eller ogsaa et eller andet se-

nere Larvestadium, fanget frit i Overfladen af Søen, hvilket man da ganske hypothetisk har henført til en eller anden af de bekjendte Slægter, uden at der i Regelen har kunnet være Tale om nogen næiere Artsbestemmelse.

Grunden til denne beklagelige Mangel i vort Kjendskab til Decapodernes Naturhistorie ligger i de store Vanskeligheder, som er forbundne med en continuerlig Iagttagelse af Larverne. Intet er vistnok lettere, end at skaffe tilveie et rigt Undersøgelsesmateriale af forskjellige Larveformer. Det er fuldstændig tilstrækkeligt hertil kun at anskaffe sig et lidet Overfladenet af Gaze eller et andet lignende Stof og saaledes udrustet tage sig en liden Baadtour, helst naar Veiret er stille, eller sent om Aftenen. Det vil ikke slaa feil, at man ved at skumme Overfladen af Søen med dette simple og letvindte Fangstredskab, vil hele Vaaren og Sommeren udover, hvor man end færdes ved Kysten, kunne forskaffe sig Decapodelarver i rigeligt Udvalg, foruden mangfoldige andre pelagiske Smaadyr: Copepoder, Cladocerer (Evadne og Podon), Udviklingstrin af Annelider og Mollusker m. m. Men Naturforskeren staar som oftest ganske raadvild ligeoverfor denne brogede Vrimmel af forskjelligartede Larveformer, hvis Udseende ofte er i den Grad eiendommeligt og bizart, at det spotter ethvert Forsøg paa at henføre dem til nogen af de bekjendte Decapodeformer. Selv den nøiagtigste mikroskopiske Undersøgelse og Dissection af saadanne Larver vil i de fleste Tilfælde heller ikke kunne give nogen sikker Oplysning angaaende dette vigtige Punkt, da flere af de for Slægten mest characteristiske Dele, f. Ex. de egentlige Fødder, endnu ialmindelighed er ganske uudviklede, medens de øvrige Lemmer i Regelen viser et fra samme hos det voxne Dyr totalt forskjelligt Udseende. Det bliver derfor ogsaa ialmindelighed kun rene Gisninger, naar man, hvad der af og til er skeet, efter en saadan leilighedsvis anstillet Undersøgelse af de fritlevende Larver har

søgt at bestemme dem som henhørende til den eller den Decapodeslægt. Forsøger man at isolere en eller anden af disse Larveformer, for at kunne observere den i levende Tilstand længere Tid og derved maaske blive Vidne til dens videre Forvandlinger, vil man finde, at der ogsaa her stiller sig aldeles uovervindelige Hindringer iveien, idet Larverne, hvor omhyggeligt man end behandler dem, kun lever ganske kort Tid i Fangenskab, høist 1 Døgn; og der er selvfølgelig kun ringe Udsigter til, at man i Løbet af dette korte Tidsrum vil kunne faa Anledning til at observere nogen Forvandling, der vil kunne give Oplysning om deres Herkomst. Lignende Vanskeligheder stiller der sig ogsaa iveien for at faa udklækket Larver af voxne Decapoders Æg eller Ud-rogn. Vistnok hænder det af og til, at man faar op i Bundskrabben Exemplarer af de mest almindelige Decapoder (f. Ex, Hippolyter), hos hvem netop Larvernes Udklækning foregaar, og jeg har i Regelen aldrig forsømt at faa nøiere undersøgt og tegnet dette allerførste Stadium. Men i Regelen er de saaledes nys udklækkede Larver endnu nogen Tid forsynet med sin Embryonalhud, der først ved næste Hudsiftning afstrefes og som i mange Tilfælde ganske maskeer det characteristiske Udseende, hvorunder den frit bevægelige Larve senere optræder, ikke at tale om, at de paafølgende Forvandlinger ofte er saa store og gjennemgribende, at allerede af denne Grund en umiddelbar Sammenknytning af dette første Stadium med de frit i Søen indfangede Larvestadier ofte er forbunden med store Vanskeligheder.

Der er imidlertid en Methode, som, omend langvarig og besværlig, dog til syvende og sidst vil kunne lede til at faa opklaret dette vanskelige Punkt ved Decapodernes Naturhistorie, og det er, ikke at nøie sig med en og anden Gang at anstille saadanne Undersøgelser over frit levende Decapodelarver, men taalmodig gennem en lang Aarrække til

forskjellige Tider at fastholde dette Studium; med andre Ord, naarsomhelst Anledning dertil gives, at indsamle, tegne og anatomisk undersøge alle de Larvestadier, man faar fat paa. Ved paa mine mange Reiser langs vor Kyst at gjen-nemføre denne Methode, har mine fra først af mere usammenhængende Iagttagelser nu lidt efter lidt kjædet sig sammen til mere eller mindre fuldstændige Udviklingssviter, hvortil endelig Nøglen er fundet ad to forskjellige Veie. Dels har det nemlig lykkets mig at faa sammenknyttet det tidligste frit i Søen tagne Stadium af Rækken med den umiddelbart af Ægget udklækkede Larve. Dels har den anatomiske Undersøgelse af det sidste Led eller Larvestadium givet fuldt paalidelig Oplysning ialfald om Slægten, ogsaa ofte om Arten. Endelig har jeg i enkelte Tilfælde været saa heldig direkte at kunne observere den sidste Forvandling fra Larve til Unge. Paa denne Maade har jeg kunnet skaffe mig et temmelig fuldstændigt Kjendskab til Udviklingen hos en stor Del af vore Decapoder med alle de mærkværdige Forvandlinger, som den af Ægget udklækkede Larve har at gennemgaa, inden den opnaar de Voxnes Udseende.

Jeg agter nu under ovenstaaende Titel i dette Tidsskrift successivt at offentliggjøre disse mine Undersøgelser, som vistnok ikke tør savne videnskabelig Interesse, og haaber engang senere at kunne udlede heraf visse almindelige Slutninger, der, som jeg tror, vil i væsentlig Grad kunne bidrage til Løsningen af det endnu meget bestridte Spørgsmaal om Decapodernes indbyrdes Slægtskabsforhold. Foreløbig gjøres her en Begyndelse med 3 til de egentlige Mærker hørende Former, hvis Udviklingshistorie hidtil har været saagodtsom ganske ubekjendt, og som frembyder en særlig Interesse derved, at enhver af dem frembyder en særskilt Udviklingstype. Materialet hertil er saagodtsom udelukkende indsamlet under min sidste Reise ifjor Sommer,

dels ved Hvaløerne yderst i Udløbet af Christianiafjorden, dels ved Hankø, noget længere ind i Fjorden.

1. *Nephrops norvegicus*, Lin.

(Tab. 1).

Slægten *Nephrops* staar som bekendt meget nær vor almindelige Hummer (Sl. *Homarus*) og danner sammen med denne en egen Familie af Macrurer, (*Homaridæ*¹⁾). Det var derfor ogsaa at vente, at dens Udvikling maatte være en lignende

I Vid. Selsk. Forhandlinger f. 1884 har jeg givet Beskrivelser og Afbildninger af 3 forskellige Udviklingstrin af vor almindelige Hummer, og næsten samtidigt er en lignende Undersøgelse af den amerikanske Hummer bleven publiceret af Prof. Sidney Smith i New Haven. Det fremgaar heraf, ligesom af tidligere Undersøgelser af selve Embryonet, at Hummerens postembryonale Udvikling ikke er forbunden med en saa udpræget Metamorphose som hos de fleste øvrige Decapoder, idet det saakaldte Zoea-Stadium her er ganske oversprunget, og Larven allerede strax efter Udklækningen optræder i det saakaldte Mysis-Stadium, med samtlige Forkropslemmer udviklede, og forsynet med 6 Par Svømmevedhæng (Exopoditer). Det følgende Stadium er væsentlig characteriseret ved 1ste Par Føleres Differentiering samt Udviklingen af de i 1ste Stadium ganske manglende Bagkropslemmer, hvortil i 3die Stadium kommer Haleviftens fuldstændige Udvikling samt en begyndende Reduction af Føddernes Svømmevedhæg (Exopoditer), hvilke sidste i det

¹⁾ Sl. *Astacus*, som tidligere ialmindelighed har været henført til samme Familie, bør sikkert nok adskilles som Type for en egen Familie, *Astacidæ*, omfattende de forskellige Former af saakaldte Ferskvandskrebse.

derpaa følgende af mig ikke observerede, men af Smith for den amerikanske Hummer beskrevne Stadium, der allerede tilhører den egentlige Ungdomstilstand, bliver reducerede til et ubetydeligt Rudiment.

Det er mig nu muligt med fuld Sikkerhed at kunne godtgjøre, at Udviklingen hos den saakaldte Bogstavhummer (Nephrops) i Virkeligheden er fuldkommen tilsvarende til samme hos den almindelige Hummer.

Under mit Ophold ved Hankø i afvigte Sommer erholdt jeg fra temmelig dybt Vand, ved Hjælp af et lidet til Skrabetouget bundet Haandnet, et enkelt Exemplar af en Decapodelarve, som strax var mig paafaldende baade ved sin forholdsvis betydelige Størrelse og sit eiendommelige Udseende. En nærmere Undersøgelse viste, at dens Lemmer paa det nøieste i sin Bygning svarede til samme hos Larven af vor almindelige Hummer, medens den mærkværdige Bevæbning af Bagkroppen tydeligt nok stemplede den som tilhørende en forskjellig, omend nærstaaende Decapodeform. Der kunde saaledes ingensomhelst Tvivl være om, at jeg her havde for mig den endnu ukjendte Larve af Nephrops norvegicus; noget, der ved den mere i Detaillerne gaaende Undersøgelse, jeg efter min Tilbagekomst fra Reisen har anstillet, ogsaa fuldkommen har bekræftet sig.

a. *Beskrivelse af Larven.*

(Tab. 1, Fig. 1—4).

Det foreliggende Exemplar, der holder en Længde fra Pandehornets Spids til Halepladens bagre Rand i Midten af omtrent 7 mm., svarer til det af mig i min ovenciterede Afhandling paa Tab. 2, Fig. 1—6 afbildede 2det Larvestadium af den almindelige Hummer.

Hele Dyret var meget gjennemsigtigt, næsten vandklart,

med svagt rødlig Baard over Lemmerne og mørkt pigmenterede Øine.

Forkroppen (se Fig. 1 og 2) viser intet særlig paafaldende i sit Udseende. Rygskjoldet, der er temmelig stærkt hvælvet, dækker bagtil en stor Del af 1ste Bagkropssegment. I sit forreste Parti viser det i Midten en kort, men tydelig Længdekjøl og har foran denne til hver Side en tydeligt udpræget og skarpt tilspidset Supraorbitaltorn. Ved en vel markeret bueformig Cervicalfure afgrænses Maveregionen fra den bagenfor liggende Hjerteregeion og fra de til hver Side liggende Gjelleregioner. Pandehornet, der omtrent opnaar Rygskjoldets halve Længde, er endnu ganske simpelt, sylformigt tilspidset i Enden og noget fladtrykt ved Roden. De nedre Kanter af Rygskjoldet er (se Fig. 1) jevnt buede og ender fortil under Øinene med et skarptvinklet Fremspring.

Bagkroppen er forholdsvis meget smal og udmærker sig i høi Grad ved den enorme Udvikling af de fra de 3 bagerste Segmenter udgaaende dorsale Torner. 3die Segment har oventil kun en kort, men i Midten temmelig fremspringende Kjøl (se Fig. 1); hvorimod de 2 følgende Segmenter hvert er bevæbnet med en overordentlig laug og tynd, lige opad eller endog noget fortil rettet Spina. Begge disse Segmenter har desuden, ligesom de 2 foregaaende, til hver Side nærmere Bugfladen en spids Torn, der forestiller de rudimentære Epimerer. Sidste Bagkropssegment er stærkt forlænget, omtrent saa langt som de 3 foregaaende tilsammen og er i sin bagre Del oventil bevæbnet med et Par divergerende Spinæ af samme Beskaffenhed som de paa 4de og 5te Segment, men noget kortere og mere bagudrettede.

Halepladen, der endnu ikke viser sig tydeligt sondret fra sidste Segment, er i høi Grad mærkværdigt formet, idet den til hver Side gaar ud i en enormt forlænget dolkformigt tilspidset Fortsats, besat med korte Pigger. Ved

disse 2 til Siderne stærkt divergerende Fortsætter, der gaar i ét med selve Halepladen, faar denne tilsyneladende en ganske overordentlig Brede, der endog overgaar hele Dyrets Længde (se Fig. 2). I Midten af Halepladens bagre, jevnt indbuede Rand staar som hos Larven af *Homarus* et enkelt spidst, noget nedadrettet Fremspring eller Torn, og til hver Side af dette følger en Rad af fint cilerede Børster.

Øinene, som endnu synes at være ganske ubevægelige, er forholdsvis temmelig store, noget pæreformede, og rager til hver Side kjendeligt ud over Rygskjoldet (se Fig. 2). Den egentlige Øieglob indtager kun den alleryderste Del af Øiet, og Øiepigmentet danner som hos andre Larver en forholdsvis ikke meget stor indre Kjerne, hvorfra Synselementerne udstraaler til alle Kanter.

Hvad Lemmernes Bygning angaar, saa synes den i alt væsentligt at ligne samme hos det tilsvarende Stadium af *Homarus*, dog med enkelte mindre Afvigelser i Detaillerne. Skjøndt ingen egentlig Dissection kunde foretages af det eneste foreliggende Exemplar, lader dog de forskjellige Lemmer sig nogenlunde undersøge uden en saadan.

1ste Par Følere (Fig. 3) har allerede Skaftet delt i 3 vel begrænsede Led, ligesom begge Svøber er tydeligt anlagte; den ydre er ligesom hos det tilsvarende Stadium hos *Homarus* baade længere og kraftigere udviklet end den indre samt forsynet i den ene Kant med tætte Knipper af Sandsevedhæng.

2det Par Følere (Fig. 4) skiller sig kjendeligt fra samme hos Larven af *Homarus* ved Formen af Bladet. Dette er nemlig særdeles smalt, næsten lineært og noget udadkrummet samt alene i det ydre Parti forsynet med nogle faa Randbørster; det tandformede Fremspring i det ydre Hjørne er yderst lidet. Svøben, hvis Endeparti endnu kun viser en svagt antydet Leddeling, er dobbelt saa lang som Bladet og har Skaftet allerede tydeligt afsat.

Sidste Par Kjævefødder (se Fig. 1) synes at skille sig fra samme hos Larven af Homarus ved noget mere sammentrykte Led og ved disses grovere og mindre rigelige Børstebesætning.

Af Fødderne er de 3 forreste Par forsynede med tydeligt udviklede Saxe. 1ste Par er kjendeligt kraftigere bygget end de øvrige og har Haanden forholdsvis betydelig smalere end hos det tilsvarende Stadium af Homarus. Exopoditerne paa samtlige Fødder og sidste Par Kjævefødder er stærkt forlængede og forsynede i Spidsen med meget lange Svømmebørster.

Bagkroppens 4 Par Buglemmer er (se Fig. 1) endnu kun tilstede som meget smaa Rudimenter, der dog allerede viser en tydelig Sondring i Stamme og Grene.

Af de ydre Halevedhæng er endnu intet Spor at bemærke.

Det ovenbeskrevne Larvestadium af Nephrops er forøvrigt ikke det eneste, jeg kjender. I vort Museum opbevares en af min Fader for mange Aar siden ved Florø taget Decapodelarve, der ved nærmere Undersøgelse har vist sig at være et endnu tidligere Udviklingstrin af Nephrops, ganske svarende til 1ste Larvestadium af vor almindelige Hummer. Exemplaret, hvoraf jeg Fig. 5 har afbildet den forreste Del seet ovenfra, stemmer i de fleste Henseender, og navnlig hvad den characteristiske ydre Habitus angaar, paa det nøieste overens med det ovenfor beskrevne af mig observerede Individ, dog med følgende Afvigelser: Supraorbitaltørnerne mangler fuldstændigt, ligesom hos 1ste Stadium af Homarus. Paa 3die Bagkropssegment er der en tydelig, skjøndt ikke meget høi dorsal Spina. 1ste Par Følere danner en enkelt uledet Stamme, uden nogen tydelig Sondring i Skaft

og Svøber, aldeles som hos 1ste Stadium af Homarus. Svøben paa 2det Par Følere er kortere, neppe overrørende 1ste Par. Endelig mangler ethvert Spor af Bagkropslemmer.

Vi kjender saaledes nu de 2 første Larvestadier af Nephrops og mangler endnu kun til et fuldstændigt Kjendskab af Larveudviklingen hos denne Form det til 3die og sidste Stadium hos Homarus tilsvarende, hvilket man er berettiget til at slutte maa frembyde fuldkommen analoge Forandringer.

Paa den anden Side har det lykkets mig at finde et Udviklingstrin af Nephrops, som endnu ikke er forekommet mig af den almindelige Hummer, nemlig det 1ste Stadium af Ungen, efter tilendebragt Larveliv. Ved Hvaløerne fik jeg blandt andre Sager op i Bundskrabben fra et Dyb af 80—100 F. en meget liden gjennemsigtig Krebs, som tydelig nok viste sig at være en Nephrops-Unge, og, som jeg har al Grud til at formode, ganske nylig udviklet af sidste Larvestadium. Jeg vedføier et Par Figurer af dette interessante Specimen tilligemed nedenstaaende Beskrivelse.

b. *Beskrivelse af Ungen af Nephrops.*

(1ste postlarvale Stadium).

(Tab. 1, Fig. 6—7).

Exemplaret har kun en Længde af 12 mm., og dets Integumenter er endnu saa tynde, at de fleste Indvolde skinne hos det levende Dyr mere eller mindre tydeligt igjennem. Farven var ensformig blegt gulagtig, uden nogen bemærkelig Pigmentafleiring. Legemets Form (se Fig. 6) stemmer i alt væsentligt overens med det voksne Dyrs. Kun er Bagkroppen forholdsvis smalere og 1ste Fodpar paa langt nær ikke saa stærkt udviklet.

Rygskjoldet viser de forskellige Regioner tydeligt markerede og har en dobbelt Rad af stumpe dorsale Torner, fordelte i 2 Partier. Helt fortil sees (Fig. 7) 3 Par saadanne ordnede til hver Side af en tydeligt fremtrædende dorsal Længdekjøl, og umiddelbart bag Cervicalfuren findes (se Fig. 6) langs ad Hjerteregeionen flere Par Torner, der bagtil bliver mere og mere utydelige. Fremdeles bemærkes (se Fig. 7) lige bag Supraorbitaltornerne til hver Side en Række af 2—3 smaa knudeformige Fremspring. Pandehornet har nu antaget sit for Arten characteristiske Udseende; det er temmelig langt og rager endog med Spidsen noget ud over 1ste Par Føleres Skaft. Til hver Side har det 3 stærkt markerede Tænder (se Fig. 7) og foran disse i den nedre Kant en enkelt saadan (se Fig. 6). Enden af Pandehornet er udtrukket i en skarp Spids, der er ganske svagt opadrettet.

Af Bagkropssegmenterne er det 1ste meget lidet og kun forsynet med smaa og afrundede Epimerer, medens disse paa de 4 følgende er vel udviklede og udtrukne i et skarpt tilspidset, noget bagudrettet Fremspring.

Øinene har forholdsvis betydelig længere og tykkere Stilke end hos det voksne Dyr, hvorimod den egentlige Øieglob er mindre udviklet.

Følerne synes at forholde sig paa det nærmeste som hos fuldt udviklede Exemplarer; kun er Tallet af Led i Svøberne meget mindre.

Munddelene kunde selvfølgelig paa det eneste foreliggende Exemplar ikke nøiere undersøges. De 2 sidste Par Kjævefødder sees imidlertid tydeligt ragende frem under den forreste Del af Rygskjoldet (se Fig. 6), og synes i alt væsentligt at stemme overens i sin Bygning med samme hos det voksne Dyr.

Fødderne bærer endnu et Mærke efter Larvelivet, idet der paa dem alle er levnet en liden Rest af Exopoditen i

Form af en ubetydelig mamilleformig, paa Midten noget indknebet Fortsats (se Fig. 6).

Iste Fodpar er vistnok allerede betydelig større end de øvrige, men kun smaa i Sammenligning med den enorme Udvikling, de opnaar hos det voksne Dyr. Heller ikke viser Haanden den for Slægten eiendommelige kantede Form, men er endnu ganske trind og kun forsynet med nogle faa spredte Smaatorner. Fingrene er omtrent af samme Længde som Palmen og har den indre Rand fint saugtakket. Saavel dette som de følgende Fodpar er især mod Enden besat med enkelte temmelig lange Haar.

Bagkroppens 4 Par Buglemmer er meget tynde og svagt byggede, forøvrigt af sædvanlig Bygning og forsynede med lange Svømmebørster.

Haleviften er fuldkommen normalt udviklet og i alt væsentligt overensstemmende i sin Bygning med samme hos det voksne Dyr.

2. *Calocaris Macandreae*, Bell.

(Tab. 2, Tab. 6—7).

Ved Hvaløerne paa samme Lokalitet, hvor den ovenbeskrevne Nephrops-Unge erholdtes, optoges tillige i Bundskraben 4 Exemplarer af en liden Krebs, der strax var mig paafaldende ved de meget smaa og pigmentløse Øine samt ved Pandehornets eiendommelige Form (se Tab. 2, Fig. 1 og 2). De umærkede sig desuden ved ganske ualmindelig tynde Integumenter og ringe Bevægelighed, hvilket for en Del syntes at maatte tilskrives den Omstændighed, at de ganske nyligt havde overstaaet en Hudskiftningsakt. En nøi-

ere Undersøgelse viste, at de havde Lemmerne fuldtallige, skjøndt endnu af et temmelig ufuldkomment Udseende, og at endnu en Hudskiftning var nær forhaanden. Exemplarerne befandt sig saaledes aabenbart paa Overgangen fra Larvelivet til Ungdomstilstanden, og en nærmere Betragtning af Fødderne kunde i Forbindelse med Øinenes rudimentære Beskaffenhed og forskjellige andre Characterer ikke levne den mindste Tvivl om, at de repræsenterede et Udviklingstrin af den hos os temmelig sjeldne Dybvandskrebs, *Calocaris Macandrea*, Bell. Den anatomiske Undersøgelse af et af Individerne (se Tab. 2) viste, at ikke blot Fødderne og Bagkropslemmerne, men ogsaa samtlige Munddele frembød et mærkelig ufuldkomment Udseende, idet saagodtsom enhver Bevægning af Børster eller Torner manglede; noget der i Begyndelsen ledede mig paa den Tanke, at disse Exemplarer muligvis kunde være nylig udklækkede, og at der saaledes her forelaa en meget forkortet Metamorphose. Jeg har imidlertid senere overbevist mig om, at saa ikke er Tilfældet, og at den her omhandlede Decapodes Udvikling er forbunden med en fuldstændig Metamorphose. Ved nøiere at gjennemgaa de under Reisen indsamlede Decapodelarver har det nemlig lykkets mig at finde frem et Par Exemplarer af en Form (i det saakaldte Mysis-Stadium) (se Tab. 7), der uden Vanskelighed kunde kjædes sammen med det ovenomtalte Udviklingstrin, og denne Form har endvidere givet mig Nøglen til Tydningen af en af mig tidligere observeret eienommeligt Larve (i Zoea-Stadiet) (se Tab. 6), som umiddelbart slutter sig til hin. Jeg ser mig saaledes nu istand til at fremstille en temmelig complet Udviklingsrække af denne sjeldne Krebs, idet de 3 Hovedstadier: Zoea-, Mysis- og Overgangsstadiet til den definitive Form er fundne. Ingen af disse Udviklingstrin har hidtil været bekjendte, ligesaa lidt som dem af Nephrops. Jeg meddeler nu nedenfor Beskrivelser af alle 3 Stadier i deres naturlige Rækkefølge og

har paa de 2 sidste Plancher vedføjet de fornødne Afbildninger af de 2 tidligere Udviklingstrin.

a. *1ste Larvestadium.*

(Zoea-Form).

(Tab. 6).

Larven har i dette Stadium kun en Længde af $3\frac{1}{2}$ mm. og udmærker sig strax ved det lange og smale, i den ydre Del fint tandede Pandehorn samt ved Bagkroppens eiendommelige Bevæbning. Af Lemmer er fornden Følerne kun Munddelene udviklede, og 3 Par af disse (Kjævefødderne) er forsynede med vel udviklede Svømmegrene.

Kropsformen er (se Fig 1 og 2) temmelig slank, og Bagkroppen mere end dobbelt saa lang som Forkroppen, naar Pandehornet fraregnes.

Rygskjoldet viser endnu ingen Sondring i distincte Regioner og heller ikke nogen tydelig Cervicalfure er at bemærke. Dets nedre Kanter er jævnt buede og i sin forreste Del fint tandede samt ender fortil med et spidsvinklet Hjørne. Pandehornet, der næsten opnaar hele Rygskjoldets Længde, er ganske lige og horizontalt eller ganske svagt nedadrettet. Det er (se Fig. 3) særdeles smalt, sylformigt tilspidset og viser i det ydre Parti til hver Side en yderst fin Tandbevæbning. Selve Spidsen er nøgen og tydeligt afsat fra Pandehornet.

Af Bagkroppens Segmenter er det 1ste ganske kort og ubevæbnet. Derimod forlænger 2det Segment sig bagtil paa Rygsiden til en særdeles stor bagudrettet, spydformig Fortsats, der med sin noget nedadbøiede Spids rækker langt ud over det følgende og næsten til Midten af det 4de Segment. Ethvert af de 3 følgende Segmenter har en tydeligt markeret dorsal Kjøl, der er fint tandet og ender med et kort

triangulært Fremspring. Sidste Segment, der endnu ikke er sondret fra Halepladen, er meget smalt og simpelt cylindrisk.

Øinene er (se Fig. 1 og 2) vel udviklede, skjøndt forholdsvis noget mindre end sædvanligt hos Deoapodelarver i dette Stadium. De er næsten elliptiske af Form, med den største Diameter i Legemets Længderetning, og rager til hver Side kun ubetydeligt ud over Rygskjoldet. Pigmentet danner en uregelmæssig oval Kjærne, noget nærmere den forreste Rand, hvorfra de vel udviklede Synselementer udstraaler i alle Retninger. Øinene er i dette Stadium fuldkommen ubevægelige og forbindes ved en noget opsvulmet, under Basis af Pandehornet beliggende Streng, i Midten af hvilken sees en liden sort Plet, det enkle Larveøie (se Fig. 2).

1ste Par Følere (Fig. 4), der paa langt nær ikke rækker til Enden af Pandehornet, danner endnu en ganske simpel, noget bugtet Stamme, uden nogen Sondring mellem Skaft og Svøbe. Ved Spidsen bærer de et Knippe af fine Børster, mellem hvilke bemærkes et klart baandformigt Sandsevedhæng, og til en Afsats i den indre Kant nær Enden er fæstet en enkelt stærk fortilrettet Fjærbørste.

2det Par Følere (Fig. 5) har Bladet af smal lineær Form, med den ydre Kant glat og løbende fortil ud i en temmelig lang Torn. Det er forsynet med 8 Randbørster, hvoraf de 3 udgaar fra den smalt tilrandede Ende. Svøben, der endnu ikke er sondret fra Roddelen, danner en fra den indre Side af samme udgaaende simpel cylindrisk Fortsats, omtrent af Bladets halve Længde, og ved Spidsen forsynet med 3 Børster, hvoraf de 2 er meget lange og tæt cilierede; ved Basis af denne Fortsats er paa den nedre Side fæstet en stærk tandet Torn.

Overløben (se Fig. 6) danner et temmelig voluminøst rundagtigt Fremspring, der delvis hvælver sig ud over Kindbakkernes Tyggedele; dens noget tilskjærpede bagre

Rand er i Midten svagt indbugtet og her forsynet med en fin Ciliering.

Underlæben (Flg. 7) bestaar af 2 ovale, noget divergerende Lapper, besatte i den indre Kant med fine Haar.

Kindbakkerne (Fig. 6 og 8) er kraftigt udviklede, bøileformigt krummede og har den indre Del (se Fig. 9) noget udvidet og forsynet med fine Tænder, hvoraf de fra det forreste Hjørne udgaaende er mest fremtrædende. Det bagerste Parti af Tyggeranden er noget fortykket og navnlig tydeligt paa venstre Kindbakke forsynet med tæt sammenstillede tandede Ribber. Af Palpe er der intetsomhelst Spor.

1ste Par Kjæver (Fig. 10) bestaar af en tykkere Basaldel, der er delt i 2 utydeligt afsatte Segmenter, og en derpaa følgende 3-leddet Endedel eller Palpe. Ethvert af Basaldelens Segmenter gaar indad ud i en tungeformig Tyggelap, hvoraf den forreste er stærkest og i Enden forsynet med to tykke, fingerformige Fortsatser besatte med fine Pigger i det ydre Parti; indenfor disse Fortsatser er desuden fæstet 3 betydelig mindre simple Torne. Den bagre Tyggelap er af mere membranøs Beskaffenhed og langs Kanterne forsynet med 7 cilierede Børster. Endedelen er ganske smal og lige fortilrettet, med dens 3 Led successivt aftagende noget i Størrelse. Sidste Led har ved Spidsen 4 indadbøiede Børster, og ethvert af de 2 foregaaende Led 2 lignende Børster fæstede til et Fremspring i den indre Kant.

2det Par Kjæver (Fig. 11) har Basaldelen bredere og mere pladeformig end paa 1ste Par, ligesom dens 2 Segmenter er mindre tydeligt sondrede. Enhver af de 2 Tyggelapper er her kløvet i 2, saa at deres Tal tilsyneladende er fordoblet. De er alle forsynede med lange, tildels tæt cilierede Børster, der navnlig er stærkt udviklede paa den bagerste Lap. Endedelen forholder sig i alt væsentligt som paa 1ste Par, men synes noget større, og dens sidste Led har i den indre Kant en tydelig Afsats ligesom paa de 2 foregaa-

ende Led. Foruden de ovennævnte Dele er disse Kjæver forsynede med en tydelig Exognath i Form af en fra Ydersiden af Basaldelen udgaaende membranøs Plade af oval Form. Denne Plade er forsynet med 5 tæt cilierede Randbørster, hvoraf de 3 udgaar fra den forreste, de 2 øvrige fra den bagerste Del; en af disse sidste er meget lang og lige bagudrettet.

1ste Par Kjævefødder (Fig. 12) viser de samme Hoveddele som paa 2det Par Kjæver, skjøndt af noget forandret Form. Basaldelen er delt i 2 tydeligt begrænsede Segmenter, hvoraf det yderste er længst. Begge Segmenter er i den indre Kant besat med stærke Børster, der delvis ordner sig i særskilte Knipper; men nogen tydeligt udviklede Tyggelapper findes ikke. Endedelen eller Palpen er temmelig forlænget og smal, omtrent saa lang som Basaldelens sidste Segment og bestaar af 4 tydeligt afsatte Lad, hvoraf det sidste er meget lidet. Alle Led er forsynede med lange bøiede Børster. Exognathen har her antaget Formen af en meget bevægelig, noget sammentrykt og i 2 utydeligt sondrede Segmenter afdelt Svømmegren, der fortilstrakt rager adskilligt udover Palpen, og i Spidsen er forsynet med 4 lange Fjærbørster.

2det Par Kjævefødder (Fig. 13) skiller sig hovedsageligt kun fra 1ste Par derved, at Basaldelens Segmenter er mindre rigeligt børstebesatte og at Exognathen er betydeligt kraftigere udviklet samt forsynet i Enden med 5 lange Svømmebørster.

3die Par Kjævefødder (Fig. 14) ligner særdeles meget 2det Par, men har en endnu sparsommere Børstebesætning af baade Basaldelen og Palpen, hvis næstsidste Led desuden er en Del stærkere forlænget.

Af de egentlige Fødder er (se Fig. 1) endnu intet Spor at se udvendigt. Bag Kjævefødderne følger kun et noget opsvulmet Parti af Bugfladen, indenfor hvilket utydeligt

kan skimtes det første svage Anlæg til 3 eller 4 knopformige Lemmer (se Fig. 15).

Heller ikke af Bagkropslemmer er der endnu nogen-
sømmhelst Antydning.

Halepladen (Fig. 16), der endnu gaar i et med sidste Bagkropssegment, er af middelmaadig Størrelse og som sædvanlig spadeformigt udvidet mod Enden; denne har i Midten en tydelig Indbugtning, fra Bunden af hvilken rager frem en uparret tornformig Fortsats. Til hver Side af denne Fortsats er indledet til den noget udbuede bagre Rand 5 lange Torner, der er tæt cilierede, og ved hvert af de ydre Hjørner af Halepladen er fæstet en lignende, men betydelig kortere Torn, samt indenfor denne til en særegen Afsats en liden udadbøiet Børste. Det samlede Antal af Vedhæng bliver saaledes, iberegnet den mediane uparrede Fortsats, 15. Ved Basis af Halepladen paa den nedre Side findes den spaltformige Analaabning, fortil dækket af et stumpt Fremspring. Af ydre Halevedhæng er endnu intet Spor at se.

b. 2det Larvestadium.

(Mysis-Form).

(Tab. 7).

Larven har nu naaet en Længde af nær 5 mm og viser i det hele en meget lignende Habitus som i 1ste Stadium, men skiller sig meget væsentligt ved Lemmernes videre Udvikling. Den er nemlig nu forsynet med ikke mindre end 7 Par Svømmegrene, og bag Munddelene har samtlige Fødder udviklet sig, ligesom det første Anlæg til Bagkroppens Buglemmer er tydeligt at se; endelig har Haleviften uddannet sig og sondret sig fra sidste Bagkropssegment.

Kropsformen er (se Fig. 1 og 2) idethele kraftigere end

i foregaaende Stadium og Rygskjoldet noget bredere. Pandehornet (Fig. 3) har antaget et temmelig afvigende Udseende, og er ikke længere som i foregaaende Stadium simpelt sylformigt, men har heller Characteren af en smal lancetformig Plade, der delvis dækker over 1ste Par Følere. Den fine Tandbevæbning, der i 1ste Stadium alene var indskrænket til det alleryderste Parti af Pandehornet, strækker sig nu langs ad dets Sider lige til Basis; selve Enden rager fremdeles frem som en sylformigt tilspidset nøgen Fortsats.

Bagkroppen har bibeholdt sin characteristiske dorsale Bevæbning; dog synes den fra 3die Segment udgaaende Fortsats noget kortere, end i foregaaende Stadium.

Øinene (se Fig. 2) er tydeligere sondrede fra hinanden og som det synes til en vis Grad bevægelige. De er ligesom i 1ste Stadium forsynede med Pigment og vel udviklede Synselementer, men har kjendeligt aftaget i Størrelse.

1ste Par Følere (Fig. 4) har tiltaget adskilligt i Længde og er nu tydeligt sondrede i Skaft og Svøber. Skaftet er meget smalt, cylindrisk og endnu kun bestaaende af 2 Led, hvoraf det 1ste er længst. Fra dets indre Rand udgaar 4 stærke Fjærbørster, hvoraf de 3 tilhører sidste Led. Begge Svøber er endnu ganske korte og uleddede, omtrent af ens Længde, men den ydre noget tykkere og forsynet med et tæt Børsteknippe ved Spidsen, medens kun en enkelt apical Børste findes paa den indre.

2det Par Følere (Fig. 5) har Bladet noget stærkere forlænget og forsynet med et større Antal (12) Randbørster. Svøben er nu tydelig sondret fra Roddelen og har mistet sine Endebørster. Den er konisk tilløbende og næsten af Bladets Længde, men endnu uleddet. Den fra Roddelen udgaaende Torn er stærkt forlænget og rykket nærmere den ydre Side.

Overlæbe, Underlæbe og Kindbakker synes ikke at vise nogen væsentlig Afvigelse fra samme i foregaaende Stadium.

1ste Par Kjæver (Fig. 6) har den forreste Tyggelap forsynet med et temmelig betydeligt Antal af stærke Torner, og Børsterne paa den bagre Tyggelap er ligeledes flere i Antal. Endedelen har bibeholdt sin Form uforandret.

2det Par Kjæver (Fig. 7) skiller sig hovedsageligt ved den stærkere Udvikling af Exognathen. Denne er nu forsynet med et betydeligt Antal af Randbørster, og dens bagre Del er udtrukket i en smal bagudrettet Fortsats, til hvis Spids en stærk ligeledes bagudrettet Børste er fæstet. Palpen synes noget mere forlænget, og dens sidste Led viser nu 2 børstebesatte Afsatser i den indre Kant.

1ste Par Kjævefødder (Fig. 8) stemmer i alt væsentligt overens med samme i foregaaende Stadium, men har Endedelen eller Palpen noget mere forlænget, ligesom Børstebesætningen i den indre Kant af Basaldelen er rigeligere.

2det Par Kjævefødder (Fig. 9) har ligeledes Palpen kraftigere udviklet og delt i 5 tydelige Led. Exognathen eller Svømmegrenen synes derimod forholdsvis svagere end i foregaaende Stadium.

3die Par Kjævefødder (Fig. 10) skiller sig ligeledes væsentlig kun ved en stærkere Udvikling af Palpen, der nu endog er kraftigere end paa 2det Par og tydeligt 5-leddet.

Bag disse Lemmer, der ogsaa forefandtes i foregaaende Stadium, følger nu 5 andre nydannede Par (Fig. 11—15), der forestiller de egentlige Fødder. Af disse bærer de 4 forreste vel udviklede Svømmegrene af samme Beskaffenhed som dem paa Kjævefødderne, medens det sidste Par er simpelt. Alle Fødder har i Spidsen af Stammen enkelte lange Børster, men synes endnu ikke, naar bortsees fra Svømmegrene, at være traadt i Virksomhed.

De 2 forreste Par (Fig. 11 og 12) skiller sig væsentlig fra de øvrige baade ved betydeligere Størrelse og ved den allerede tydeligt udviklede Sax, hvormed de ender. Af de 2 Fingre er dog den ene (ubevægelige) betydelig kortere

end den anden, der ved Spidsen har et Par særdeles lange og tynde Børster. Begge disse Fodpar skiller sig forøvrigt endnu ikke synderligt indbyrdes i sit Udseende og er ogsaa omtrent af ens Størrelse, medens som bekjendt Forskjellen hos det voxne Dyr er meget fremtrædende.

De 2 følgende Par (Fig. 13 og 14) er langt mindre udviklede og deres Stamme neppe synderlig længere end Svømmegrenen samt kun utydeligt leddet.

Sidste Fodpar (Fig. 15) er igjen noget længere end de 2 foregaaende og har Leddelingen tydeligere udpræget, men mangler ethvert Spor af Exopodit eller Svømmegren. Sidste Led er som paa de 2 foregaaende Par stumt koniskt og forsynet i Spidsen med 2 lange Børster.

Bagkropslemmerne (Fig. 16) er vistnok endnu meget smaa og ufuldkomment udviklede, men viser dog allerede en Sondring i en kort Stamme og 2 uligestore Endeplader. De er som hos det voksne Dyr tilstede alene i 4 Par, idet 1ste Segment mangler saadanne.

Haleviften er nu (se Fig 2) tydeligt udviklet og skilt fra sidste Bagkropssegment. Ved dens Basis staar nedentil (se Fig. 1) en liden bagudrettet Torn, der dækker over Anal-aabningen. Den midterste Haleplade er fremdeles temmelig stærkt spadeformigt udvidet i Enden, men viser ikke længere noget Spor af den mediane Indbugtning. Ogsaa er Tornernes Antal forøget med nok en paa hver Side, og af disse er den 5te regnet indenfra ligesom den uparrede mediane Fortsats betydelig længere end de øvrige. Den næstyderste Torn er endnu meget tynd og børsteformig. De ydre Halevedhæng har endnu ikke Roddelen tydeligt sondret, og den indre af Endepladerne er forholdsvis meget liden og uden Børster; derimod er den ydre vel udviklet og af en Form, der noget minder om Antennebladene. Ligesom paa disse gaar den ydre glatte Rand ud i et temmelig stærkt tornformigt Fremspring, og til den bredt afrundede Ende og

den ydre Del af den indre Kant er fæstet en Rad af stærke Fjærbørster.

Paa et lidt senere Udviklingstrin viser Haleviften (Fig. 17) sig endnu noget fuldkomnere uddannet. Den midterste Haleplade er nu forholdsvis smalere, aflangt firkantet, dog endnu noget udvidet mod Enden, der er ganske lige afskaaret. Tornernes Antal er uforandret, men de 2 yderste er nu rykket helt op paa Sidekanterne; den bagerste af disse er meget liden og svarer til den fine Børste, som forekom hos de foregaaende Stadier indenfor den ydre Torn. De ydre Halevedhæng har Roddelen tydeligt sondret fra Endepladerne, og af disse sidste er den indre kjendeligt tiltaget i Størrelse og forsynet med 7 Randbørster, hvoraf 4 udgaar fra den indre Rand, 2 fra Enden og 1 fra en liden Afsats i den ydre Rand nær Spidsen.

3die Stadium.

(Overgangsform til 1ste Ungdomsstadium).

(Tab. 2).

Legemets Længde er i dette Stadium omtrent $6\frac{1}{2}$ mm, og væsentlige Forandringer er foregaaet saavel hvad den almindelige Habitus som Lemmernes Udvikling angaar, saa at det nu ikke længere er forbunden med nogensomhelst Vanskelighed at erkjende i Dyret en virkelig Calocaris-Unge. Kun 3 Par af Svømmegrenene, tilhørende de 3 Par Kjævefødder, er endnu udviklede som hos Larverne; de 4 følgende Par er allerede blevne reducerede til ubetydelige Rudimenter. Derimod har selve Føddernes Stamme ligesom Bagkroppens Buglemmer tiltaget meget betydelig i Størrelse.

De 4 erholdte Exemplarer optoges, som ovenfor bemærket, ved Hjælp af Bundskraben fra temmelig betydeligt Dyb, og det synes allerede heraf at fremgaa, at de nu havde op-

givet sit frit omstreifende Larveliv; noget der endydeligere vinder Bekræftelse ved Synsorganernes stærke Reduction. Deres Bevægelser var ogsaa usædvanlig langsomme og besværlige og indskrænkede sig væsentlig kun til en Bøining og Strækning af Bagkroppen i Forbindelse med nogle ligesom famlende Slag af Kjæveføddernes Exognather.

Hvad Kropsformen angaar, saa er den (se Fig. 1 og 2) endnu meget slank og langstrakt, skjøndt Forkroppen synes kjendeligt robustere end hos Larverne.

Rygskjoldet er forholdsvis stort og viser en svag Antydning til en Sondring i forskjellige Regioner. Dets forreste Del er noget puklet oventil, idet en svag Længdekjøl hæver sig her og lidt efter lidt taber sig mod Roden af Pandehornet. Dette (se Fig. 2) har bibeholdt sin characteristiske lancetdannede Form, men har tabt den fine Tandbevæbning i Kanterne og er ogsaa forholdsvis kortere end hos Larverne. De nedre forreste Hjørner af Rygskjoldet er ikke længere tilspidsede, men stumpt afrundede, og de forreste Kanter langt mindre udrandede end hos Larverne, saa at Øinene delvis dækkes til Siden (se Fig. 1).

Bagkroppen er overordentlig spinkel og mere end dobbelt saa lang som Forkroppen, naar Pandehornet fraegnes. Dens Segmenter er skarpt afsatte fra hinanden og noget nær cylindriske, med kun yderst svagt antydede Epimerer. Den høie dorsale Fortsats paa 2det Segment, der paa en saa iøinefaldende Maade udmærkede Larverne, er nu ganske forsvunden, ligeledes den tandede Længdekjøl paa de 3 følgende Segmenter.

Øinene (se Fig. 1 og 2) har nu antaget den for det voxne Dyr eiendommelige rudimentære Beskaffenhed, idet de baade er meget smaa og ganske mangler Pigment og tydeligt udviklede Synselementer. De dækkes for en stor Del af Rygskjoldet, saa at alene deres ydre convexe Parti rager frem nedenunder Pandehornet.

1ste Par Følere (Fig. 3) overrager kjendeligt Pandehornet og har Skaffet delt i 3 tydeligt afsatte Led. Begge Svøber har forlænget sig betydeligt, saa at de nu opnaar hele Skaffets Længde og viser ogsaa en svag Antydning til Leddeling. Paa den noget større ydre Svøbe har udviklet sig en Rad af gjennemsigtige, baandformige Sandsevedhæng langs den ene Kant; derimod er de apicale Børster meget smaa og rudimentære.

2det Par Følere (Fig. 4) har Bladet vel udviklet, men af en fra samme hos Larverne noget afvigende Form. Det er noget udadbuget og bredest paa Midten samt temmelig stærkt afsmalnende mod Enden, der i det ydre Hjørne kun viser et meget lidet tandformigt Fremspring. Langs den indre buede Rand er fæstet et temmelig betydeligt Antal af stærke Fjærbørster. Svøben, der noget overrager Bladet, viser en tydelig Sondring i et kortere 3-leddet Skåft og en smalt cylindrisk Endedel, der dog endnu ikke har nogen tydelig Leddeling.

Munddelene viser alle et meget ufuldkomment Udseende og har fordetmeste ganske tabt de talrige Børster og Tørner, som fandtes her hos Larverne. Ogsaa er deres Form temmelig forandret og nu mere overensstemmende med samme hos det voksne Dyr.

Kindbakkerne (Fig. 5), der er af den samme bløde hudagtige Consistens som de øvrige Lemmer, har Tyggeranden ganske simpel, uden ethvert Spor af nogen Bevæbning. Derimod har der udviklet sig paa dem en temmelig stor indadkrummet Palpe, der dog endnu mangler tydelig Leddeling ligesom ogsaa Børster.

1ste Par Kjæver (Fig. 6) har de 2 fra Basaldelen udgaaende Tyggelapper tydeligt udviklede, men saagodtsom ganske ubevæbnede. Endedelen eller Palpen er reduceret til en meget smal uleddet Fortsats, der ligeledes har tabt de

lange bœiede Børster, hvormed denne Del hos Larverne var forsynet.

2det Par Kjæver (Fig. 7) er betydelig større og mere pladedannede. Ogsaa her er Endedelen bleven reduceret til en ubetydelig smalt conisk Fortsats uden Leddeling eller Børster, ligesom ogsaa de 4 Tyggelapper viser sig ganske ubevæbnede. Derimod har Exognathen, og navnlig dens bagre Del udviklet sig stærkere og antaget en noget forandret Form.

Alle 3 Par Kjævefødder (Fig. 8—10) er som hos Larverne forsynede med en vel udviklet og temmelig lang, paa Midten mere eller mindre stærkt knæbøiet Svømmegren. Derimod viser selve Stammen eller Endedelen et temmelig ufuldkomment Udseende, idet baade Leddelingen er bleven utydeligere og den hos Larverne rigelige Børstebesætning saagodtsom ganske er forsvundet. Ogsaa er denne Del nu, saavel hvad Størrelse som Form angaar, bleven meget ulig paa de 3 Par. Paa 1ste Par (Fig. 8) er Endedelen saagodtsom ganske reduceret, idet der kun er bleven tilbage et ubetydeligt Rudiment i Form af en meget smal uledet, med en fin Børste endende Fortsats. Paa andet Par (Fig. 9) er den allerede noget større, men dog endnu liden i Sammenligning med samme hos Larverne, og kun delt i 2 tydelige Segmenter, hvoraf det yderste er kortest og forsynet med en enkelt terminal Børste. Paa 3die Par (Fig. 10) endelig er den næsten dobbelt saa lang og delt i 4 Led, der dog er ganske nøgne, alene med Undtagelse af det lille sidste Led, der i den ydre Kant har en enkelt kort Børste. Foruden de omtalte Dele har der ved Basis af Roddelen paa Ydersiden udviklet sig en liden Epignath, som paa 1ste Par (Fig. 8) er delt i 2 Lapper, hvortil endnu kommer paa 3die Par (Fig. 10) en tydeligt udviklet Gjelle.

Fødderne (Fig. 11—15) har forlænget sig betydeligt og mere kjendeligt antaget den for det voksne Dyr characteri-

stiske Form. De er imidlertid, hvad der tydeligt nok fremgaar af deres Structur, endnu ikke traadte i Virksomhed og derfor som hos Larverne uforanderligt slaaede ind under Forkroppen, det sidste Par endog tæt trykket op mod Bug-siden indenfor de øvrige (se Fig. 1). Svømmegrenene paa de 4 forreste Par er nu reducerede til et ubetydeligt og som det synes ganske ubevægeligt Appendix, der dog endnu er forsynet med sine Svømmebørster.

Saxene paa de 2 forreste Par (Fig. 11 og 12) har betydeligt tiltaget i Størrelse, og begge Fingre er nu omtrent af samme Længde samt koniskt tilspidsede, men har ganske tabt de lange apicale Børster, der fandtes her i foregaaende Stadium. Begge disse Par skiller sig nu ogsaa kjendeligt i Størrelse, idet det forreste (Fig. 11) er betydelig kraftigere udviklet end det 2det (Fig. 12).

De 3 bagerste Fodpar (Fig. 13–15) viser indbyrdes et meget lignende Udseende, alene med den Forskjel, at sidste Par (Fig. 15) ganske mangler saavel Exopodit som Gjeller. De er temmelig stærkt forlængede og smale, tydeligt ledede og har sidste Led (Endekloen) noget sammentrykt og fint tandet i den ene Kant. Forøvrigt er de ligesom de 2 forreste Par ganske nøgne, uden Spor af Børster.

Bagkroppens 4 Par Buglemmer (Fig. 16) er allerede temmelig store og viser en tydelig begrændset, men meget smal Basaldel og 2 ligeledes særdeles smale Grene, hvoraf den indre desuden har et mindre cylindrisk Appendix i den indre Kant nær Basis. Men disse Lemmer mangler endnu ethvert Spor af Børster og kan heller ikke bevæges.

Den midterste Haleplade (se Fig. 17) har i dette Stadium antaget en Form, der noget minder om samme i de tidligste Larvestadier. Den er nemlig meget stærkt spadeformigt udvidet mod Enden og har i Midten bagtil en tydelig, skjøndt svag Indbugtning, fra Bunden af hvilken den nu yderst korte uparrede Fortsats rager frem. Derimod skiller

den sig væsentlig ved det meget betydelige Antal af cilie-rede Torner, der er fæstede til den bagre Rand. Man tæller ikke mindre end 34 saadanne, alle temmelig ligeligt udviklede, alene med Undtagelse af den alleryderste, der er noget kortere end de øvrige.

De ydre Halevedhæng (ibid.) viste paa det nøiere undersøgte Exemplar et mærkelig ufuldkomment Udseende og var saagodtsom ganske skjulte under Basis af den midterste Haleplade, uden med samme at danne nogen egentlig Halevifte. Begge Endeplader var fuldstændig nøgne, uden Spor af Børster, og noget uregelmæssigt vredne samt indadkrummede. Paa de øvrige 3 Exemplarer var disse Vedhæng dog noget mere udviklede og Endepladerne forsynede med tydelige, skjøndt endnu kun meget korte Randbørster, ligesom deres Stilling i Forhold til den midterste Haleplade var den normale.

Det her beskrevne Udviklingstrin kan egentlig hverken henregnes til Larvelivet eller til den paafølgende egentlige Ungdomstilstand. Det staar paa en Maade midt imellem begge og danner et eiendommeligt Overgangsstadium, i hvilket en Del characteristiske Mærker fra Larvelivet er bibeholdt i Forening med Characterer, der aabenbart tilkommer den følgende Periode (Ungdomstilstanden). Som saadanne udprægede Larveattributer maa først og fremst nævnes de stærkt udviklede Antenneblade, dernæst Tilstedeværelsen af Svømmegrene paa samtlige Kjævefødder og (vistnok rudimentære) Exopoditer paa de 4 forreste Fodpar. Rimeligvis tabes allerede ved den paafølgende Hudskiftning alle disse fra Larvelivet stammende Dele samtidigt med, at Fødderne og Bagkropslemmerne træder i Virksomhed, og Ungen vil da i alt væsentligt ligne det fuldt udviklede Dyr.

Som man vil have seet, stemmer Slægten *Calocaris*, hvad Udviklingen betræffer, i de væsentlige Træk temmelig nøie overens med visse Carider, f. Ex. *Palæmon*, hvorimod den

skiller sig i denne Henseende kjendeligt ikke blot fra Slægterne *Homarus* og *Nephrops*, men ogsaa fra Slægten *Gebia*, som ialmindelighed har været stillet sammen med den i samme Familie. Jeg gaar nu over til at skildre Udviklingen hos denne sidste Slægt.

3. *Gebia littoralis*, Risso.

(Tab. 3--5).

Det er først i den nyeste Tid at denne eiendommelige Krebs er bleven føiet til vor Fauna¹⁾; noget der vel har sin Grund i dens mærkelige Levevis, idet den i fuldt udviklet Tilstand forstaar med stor Behændighed at grave sig dybt ned i det løse Bundmateriale og saaledes let undgaar at blive fanget ved Hjælp af den sædvanlige Bundskrabe. At den imidlertid maa forekomme temmelig hyppigt ialfald ved vor Sydkyst, synes at fremgaa deraf, at dens Larver ikke sjelden her erholdes i Overfladen af Søen sammen med andre pelagiske Dyr. Under min sidste Reise har jeg i den ydre Del af Christianiafjorden (ved Hankø og Hvaløer) indsamlet et meget betydeligt herhen hørende Materiale, hvilket sætter mig istand til nu at levere en temmelig fuldstændig Fremstilling af denne Krebs's Udviklingshistorie, om hvilken vi hidtil kun har havt en meget ufuldkommen Kundskab²⁾. Foruden de 4 nedenfor beskrevne Larvestadier, med de dem forbindende Overgangstrin, hvilke alle er fangede frit i Overfladen af Søen ved Hjælp af det fine Net, har jeg ogsaa havt Anledning til at undersøge 1ste Ungdomsstadium og

¹⁾ Se: G. O. Sars, Oversigt over Norges Crustaceer, I. pg. 44.

²⁾ Paul Mayer afbilder i sit Arbeide: »Zur Entwicklungsgeschichte der Decapoden« (Tab. XV, Fig. 57) Halepladen af en netop udklækket Larve. Dette er, saavidt mig bekjendt, det eneste, vi hidtil kjender angaaende denne Krebs's Udviklingshistorie.

har kunnet direkte constatere dettes Udvikling af sidste Larvestadium, noget, der først egentlig har givet mig Nøglen til den hele Udviklingsrække.

a. *1ste Larvestadium.*
(Zoea-Form).

(Tab. 3, Fig. 1—13).

De yngste af mig frit i Overfladen af Søen fangede Larver (Fig. 1 og 2) har kun en Længde af $2\frac{1}{2}$ mm., og udmærker sig ved kun at have 2 Par Svømmegrene udviklede, tilhørende de 2 første Par Kjævefødder.

Legemets Form er (se Fig. 1 og 2) forholdsvis kort og undersætsig, med Forkroppen temmelig opsvulmet og Bagkroppen jævnt afsmalnende bagtil.

Rygskjoldet er vel udviklet og dækker bagtil en stor Del af 1ste Bagkropssegment, ligesom dets jævnt afrundede Sidedele hvælver sig ud over Basis af Munddelene og Størsteparten af de bag dem liggende fremspirende Lemmer. Oventil viser det i sit forreste Parti et kjendeligt Indtryk, der antyder Cervicalfuren, og foran dette gaar det ud i et forholdsvis kort og simpelt, i Enden sylformigt tilspidset Pandehorn, der rager noget ud over Øinenes Insertion. Til Siderne af Kindbakkerne ender de nedre Kanter af Rygskjoldet med et skarptvinklet Hjørne, og umiddelbart ovenfor samme findes en dyb Indbugtning, der lader de ovennævnte Organer for en stor Del ubedækkede (se ogsaa Tab. 4, Fig. 1 og 3).

Bagkroppen er meget smal, omtrent dobbelt saa lang som Forkroppen og uden enhver Bevæbning. Dens sidste Segment er stærkt forlænget og gaar i ét med Halepladen.

Øinene er af enorm Størrelse og som det synes endnu fuldstændig ubevægelige, idet de ved Roden overgaar i hin-

anden uden nogen tydelig Begrænsning. De er stærkt udvidede mod Enden, der forestiller en temmelig regelmæssig Ellipsoid. Øiepigmentet danner, som hos andre Decapodelarver, en forholdsvis liden elliptisk Kjerne, hvorfra de talrige Synselementer udstraaler til alle Sider og navnlig i den bagerste Del af Øiegloben er af meget anseelig Længde. Midt imellem begge Øine og under Pandehornets Basis sees det enkle Larveøie som en liden sort Pigmentplet.

1ste Par Følere (Fig. 8) danner, som hos 1ste Larvestadium af Calocaris, en enkelt uledet, noget bugtet Stamme, der ved Spidsen bærer et Knippe af fine Børster, hvoriblandt et enkelt baandformigt Sandsevedhæng. I nogen Afstand fra Spidsen er til en særegen Afsats i den indre Kant fæstet en kort Fjærbørste.

2det Par Følere (Fig. 4) har Bladet af smal oval Form, med den ydre Rand glat og løbende fortil ud i et ganske lidet tandformigt Fremspring. Den noget buede indre Rand af Bladet er i sin forreste Del forsynet med 9 stærke Fjærbørster. Svøben dannes af en fra Roddelen skraat indad udgaaende simpelt cylindrisk Fortsats næsten af Bladets Længde og ved Enden forsynet med 3 ligeligt udviklede Fjærbørster. Ved dens Basis er til Roddelen fæstet paa den nedre Side en kort cilieret Torn.

Overlæben (se Fig. 5) og Underlæben (Fig. 6) er af sædvanlig Form; dog er Cilieringen af den sidstes Endelapper kun lidet udpræget.

Kindbakkerne (Fig. 5 og 7) er af ualmindelig kraftig Bygning, med bredt, baadformigt Corpus. Deres indre Parti danner kun en utydelig Vinkel med den øvrige Del og er temmelig stærkt udvidet. Selve Tyggeranden viser fortil et triangulært tilspidset Fremspring og bagtil et noget fortykket Parti, men er forøvrigt uden tydelige Tænder. Af nogen Palpe er intetsomhelst Spor.

1ste Par Kjæver (Fig. 8) har indad_2 med en Del cili-

erede Torner besatte tungeformige Tyggelapper af et meget ensartet Udseende og fortsætter sig fortil i en smal, tydelig 3-leddet Endedel eller Palpe, besat med 7 indadbøiede Børster.

2det Par Kjæver (Fig. 9) er som sædvanlig af mere membranøs Beskaffenhed og viser indad 4 afrundede børste-besatte Tyggelapper, hvoraf den bagerste er størst. Fortil findes ogsaa her en tydeligt afsat Endedel, men denne er her ganske kort og uledet samt kun forsynet med 4 Børster. Fra Ydersiden af Basaldelen udgaar en liden elliptisk, med ca. 14 fint cilierede Randbørster besat Plade, der forestiller den saakaldte Vifte eller Exognath.

De 2 forreste Par Kjævefødder (Fig. 10 og 11) er kraftigt udviklede og fuldkommen byggede efter samme Plan. De bestaar begge af en temmelig stor og bred, i 2 tydelige Segmenter afdelt Roddel, der fortsætter sig i en meget tynd leddet og indadkrummet Endedel, besat langs den indre Kant og ved Spidsen med stærke, grovt cilierede Børster. Til det ydre, noget fremspringende Hjørne af Roddelens sidste Led er desuden fæstet en vel udviklet og meget bevægelig, i 2 Segmenter afdelt Svømmegren (Exognath), der i Spidsen er forsynet med 4 lange Fjærbørster. Ved næriere Eftersyn skiller imidlertid disse 2 Par Lemmer sig ved enkelte constante Afvigelser. Saaledes er Børstebesætningen i den indre Kant af saavel Endedelen som Basaldelen rigeligere paa 1ste Par (Fig. 10) end paa 2det Par (Fig. 11) og det sidstes Endedel bestaar kun af 4 Led, medens den paa 1ste Par er tydelig 5-leddet, idet næstsidste Led her er sondret i 2 vel adskilte Segmenter.

De omtalte Dele er de eneste til Forkroppen hørende Lemmer, der endnu er traadte i Virksomhed. Bag dem følger kun (se Fig. 1 og 12) 5 Par yderst ufuldkomment udviklede Appendices, der forestiller Anlægget til 3die Par Kjævefødder og de 4 første Fodpar. Disse rudimentære

Lemmer, der fordetmeste ganske dækkes af Rygskjoldets Sidedele, aftager successivt i Størrelse bagtil, og de 4 forreste Par er tvedelte i Enden eller gaar ud i 2 cylindriske, uleddede og børsteløse Fortsatser, hvoraf den yderste (Exopoditen) er længst. 5te Par, der svarer til næstsidste Fodpar, er yderst lidet og enkelt. Sidste Fodpar synes i dette Stadium endnu ikke at være anlagt, og efter al Sandsynlighed har Larven umiddelbart efter Udklækningen heller ikke noget Spor af de 4 foregaaende Lemmer (de egentlige Fødder).

Bagkropssegmenterne er (se Fig. 1) ganske simple, uden Spor af ventrale Vedhæng (Pleopoder), ligesom de ydre Halevedhæng endnu ganske mangler.

Halepladen (Fig. 13) er af bred, spadedannet Form, idet den fra Basis af successivt udvides mod Enden, der i Midten viser et kort vinkelformigt Indsnit. Til hver Side af dette Indsnit er langs den bagre Rand fæstet 6 cilierede Torner, hvoraf den yderste, der udgaar fra hvert af Halepladens Sidehjørner, er ganske kort, medens de øvrige tiltager successivt noget i Længde indenfra udad. Mellem Tornernes Insertion er Randen firt cilieret. Ved Basis af Halepladen paa den nedre Side findes en kort bagudrettet Torn, der dækker over Analaabningen.

Hvad den indre Organisation angaar, saa kunde paa de levende Exemplarer af dette ligesom de følgende Stadier de vigtigste Indvolde mere eller mindre tydeligt skimtes igjennem de gjennemsigtige Integumenter. Med stor Tydelighed saaes saaledes de væsentligste Dele af Fordøielsessystemet: den helt fortil beliggende kugleformige Tyggemave, Leveren, der endnu kun forestillede 3—4 blindsækformige Udvidninger til hver Side, og den smale, ved sine uafbrudte peristaltiske Bevægelser let bemærkelige Tarm. Hjertet har sin normale Form og Beliggenhed og er ligeledes let iøinefaldende ved sine livlige Pulsationer. Blodkarsystemet kunde

derimod ikke med Tydelighed forfølges. Af Nervesystemet er navnlig den i Bagkoppen beliggende Del af Buggangliekjæden let bemærkelig.

Hele Larvens Legeme er i høi Grad gjennemsigtigt og næsten farveløst, kun med nogle faa spredte Pigmentansamlinger af rød Farve, hvoraf var tydeligst en helt fortil ved Basis af Pandehornet, en anden ligeledes dorsal ved Grændsen mellem For- og Bagkrop og en 3die ved Basis af Halepladen.

b. *2det Larvestadium.*

(Overgangsform fra Zoea- til Mysis-Stadiet).

(Tab. 3, Fig. 14—16).

Paa dette Udviklingsstrin ligner Larven i sin ydre Habitus særdeles meget den ovenbeskrevne, men er en Del større og viser ved nærmere Undersøgelse enkelte vigtige Forandringer ved Lemmerne og Halepladen, hvorfor jeg finder det hensigtsmæssigt at opføre det som et distinct Udviklingsstadium, der dog ikke svarer til 2det Larvestadium hos *Calocaris*.

I Rygskjoldets og Bagkroppens Udseende er ikke nogen væsentlig Forandring at notere.

Øinene (se Fig. 14) er noget skarpere sondrede fra hinanden, idet der nu mellem dem findes ogsaa fortil en temmelig dyb Indbugtning.

1ste Par Følere (ibid.) er nu tydeligt sondrede i Skaft og Svøbe. Skaftet er simpelt cylindrisk og endnu uden nogen bemærkelig Leddeling. Svøberne er begge meget smaa, kun dannende 2 ubetydelige uleddede koniske Fortsatser, hvoraf den ydre er størst og forsynet med 3 baandformige Sandsevedhæng.

2det Par Følere (ibid.) viser ingen anden Forskjel fra samme i 1ste Stadium end, at Antallet af Randbørster paa Bladet er noget større.

I Munddelenes Bygning synes ingen væsentlig Forandring at være indtraadt.

Derimod har allerede 2 af de derpaa følgende Par Lemmer (sidste Par Kjævefødder og 1ste Fodpar) begyndt at træde i Virksomhed, idet der paa dem har udviklet sig en fuldstændig Svømmegren af samme Beskaffenhed som de paa de 2 foranliggende Kjævefodpar (se Fig 16). Larven har saaledes i dette Stadium 4 Par Svømmegrene. Bag dem følger 4 Par uudviklede Lemmer, hvoraf de 2 forreste er tvedelte i Enden, de 2 sidste simple. Alle til Forkroppen hørende Lemmer er saaledes i dette Stadium anlagte.

Bagkroppen mangler imidlertid fremdeles ganske Buglemmer, og Halepladen (Fig. 15) er endnu simpel. Dog kan man indenfor sammes Hud tydeligt bemærke Anlægget til de ydre Halevedhæng, navnlig disses ydre Endeplade, der allerede ligger færdig til hver Side, for ved næste Hudskiftning at træde frit frem. Ogsaa i Halepladens Bevæbning bemærkes nogen Forskjel. Antallet af Torner er nemlig forøget til 14, idet der er kommet en Torn til inderst til hver Side og desuden i Midten et ganske lidet uparret tandformigt Fremspring. Endelig er det mediane Indsnit næsten ganske og aldeles udvisket.

c. 3die Larvestadium.

(Mysis-Form.)

(Tab. 4, Fig. 1, 2, 10, 12).

Larven har i dette Stadium, der følger umiddelbart ovenpaa det foregaaende, en Længde af 4 mm. Den er

hovedsageligt characteriseret derved, at samtlige Svømmegrene eller Exopoditer (6 Par i Tallet) er komne til fuld Udvikling, og at Haleviften er uddannet og traadt istedet for den enkle Haleplade. Ligeledes bemærkes en Del andre mindre fremtrædende Forandringer.

Den ydre Habitus (se Fig. 1 og 2) er ikke meget forskjellig fra samme hos de 2 foregaaende Stadier. Dog synes Legemet noget slankere, idet Bagkroppen er mere udviklet.

Øinene er nu fuldstændigt sondrede fra hinanden og som det synes til en vis Grad bevægelige samt af kort pæredannet Form og stærkt indknebnede ved Basis.

1ste Par Følere har samme Udseende som i foregaaende Stadium.

Derimod skiller 2det Par sig derved, at Svøben nu er sondret fra Roddelen og danner et koniskt børsteløst Appendix, der omtrent rækker til Bladets Spids.

Af de bag de 2 forreste Kjævefødder fremspirende Lemmer er nu alle, med Undtagelse af de 2 bageste, forsynede med vel udviklede Svømmegrene, saa at det samlede Antal af disse Apparater bliver 6 Par. Selve Stammen paa disse Par er, naar undtages det forreste Par (sidste Par Kjævefødder) tiltaget kjendeligt i Længde, men viser endnu intet-somhelst Spor af nogen Leddeling eller Børstebesætning.

Paa ethvert af de 4 midterste Bagkropssegmenter har spiret frem et Par meget smaa fortilkrummede Fortsatser (se Fig. 1 og 10), som er Anlægget til de saakaldte Pleopoder.

Sidste Bagkropssegment er tydeligt begrændset saavel bagtil som fortil og omtrent af samme Længde som de 3 foregaaende tilsammen.

Haleviften (Fig. 12) har nu uddannet sig, idet de ydre Halevedhæng er sondrede og udstrakte til hver Side af den mediane Haleplade. Denne sidste er aflang firkantet, dog

successivt noget udvidet mod Enden. Ved hvert Hjørne gaar Pladen ud i en stærk lige bagudrettet Pig, og umiddelbart foran den er til Sidekanterne indledet 2 ganske smaa Torner. I Midten af den svagt udrandede bagre Kant findes et meget lidet tandformigt Fremspring, og til hver Side, mellem dette og den ydre Pig, er indledet 4 temmelig stærke Torner. Alle disse Torner er forsynede med korte Sidetænder. Paa de ydre Halevedhæng er endnu ikke Roddelen tydeligt begrændset, og af Endepladerne er den indre ufuldstændigt udviklet, kun dannende en ganske kort tungeformig Fortsats med en enkelt tynd Børste i Spidsen. Den ydre Endeplade er derimod vel udviklet og dobbelt saa lang samt noget udvidet mod Enden. Dens ydre Rand er ganske glat og ender med et kort tandformigt Fremspring. Til den bredt afrundede Ende og den ydre Halvpart af den indre Rand er fæstet en Rad af 12 stærke Fjærbørster.

d. *Sidste Larvestadium.*

(Tab. 4, Fig. 3—9, 11 og 13).

Dette Stadium skiller sig hovedsageligt kun fra foregaaende ved den betydelige Størrelse af de 5 bagerste Par Forkropslemmer (de egentlige Fødder) og af Bagkroppens ventrale Vedhæng, endelig ved den fuldstændige Udvikling af de ydre Halevedhæng. Larven har nu naaet en Længde af omtrent 5 mm.

Kropsformen er (se Fig. 3) noget mere undersætsig end i foregaaende Stadium, og navnlig er Bagkroppen kraftigere bygget. Paa Rygskjoldet sees allerede tydeligt en Sondring af Gjelleregionerne fra Mave- og Hjertereigionen, idet en noget buget Linie strækker sig fra Kindbakkerne skraat opad mod Rygskjoldets bagre Rand.

1ste Par Følere (Fig. 4) er ikke meget forskellige fra samme i foregaaende Stadium. Dog er Antallet af Fjærbørster i den indre Kant større, og der er en svag Antydning til en Deling af Skaftet i 3 Led, idet der i den ydre Kant findes 2 med fine Børster besatte Afsatser, hvorfra en begyndende Suture strækker sig indad.

2det Par Følere (Fig. 5) har Svøben stærkere udviklet, ragende kjendeligt ud over Bladets Spids, og paa den har adskilt sig et kort Basalafsnit (Skaft), der dog endnu ikke, ligesaa lidt som Endeafsnittet, viser nogen tydelig Leddeling.

Kjæverne (Fig. 6 og 7) har Tyggelapperne forsynede med et større Antal af Børster, og Exognathen paa 2det Par (Fig. 7) er bagtil skudt ud i en smal tungeformig Lap.

De 2 forreste Par Kjævefødder er fremdeles uforandrede.

3die Par Kjævefødder (Fig. 8) har heller ikke mærkeligt forandret det Udseende, det havde i foregaaende Stadium. Den indre Gren, eller den egentlige Stamme, er fremdeles meget kort og uden ethvert Spor af Leddeling eller Børster.

Derimod har Stammen paa de følgende Lemmer (Fødderne) tiltaget særdeles betydeligt i Størrelse.

Navnlig er dette Tilfældet med 1ste Par (se Fig. 3), der nu næsten er af hele Rygskjoldets Længde og ligesom opsvulmet mod Enden. Isolerer man dette Par og betragter det i den rette Stilling (Fig. 9), vil man se, at allerede den for Slægten karakteristiske Chela har begyndt at uddanne sig, idet det ydre opsvulmede Afsnit (Haanden) gaar ud i 2 Fortsatser, en betydelig større ydre og en ganske kort indre, hvoraf den første svarer til den bevægelige Finger, den sidste til Tommelen.

De øvrige Par aftager (se Fig. 3) successivt i Størrelse bagtil, og de 2 bagerste Par, der fremdeles mangler ethvert Spor af Exopodit, er meget smale og slaaede ind under

Kroppen, saa at deres ydre Parti fordømmeste ganske dækkes af de foregaaende Lemmer.

Ingen af disse Lemmer viser imidlertid endnu nogen tydelig Leddeling, ligesom Børster fuldstændig mangler.

De 4 Par Bagkropslemmer (se Fig. 3 og 11) har tiltaget meget betydeligt i Størrelse og danner nu temmelig lange koniske Fortsatser, paa hvilke en Antydning til Sondring af Stammen og af en meget kort indre Gren kan bemærkes. De er imidlertid endnu ganske ubevægelige og ligesom de foregaaende Lemmer uforanderlig fortiltrakte samt uden ethvert Spor af Børster

Haleviften (Fig, 13) er nu fuldstændig udviklet, skjøndt endnu temmelig ulig samme hos det fuldvoksne Dyr. Den midterste Haleplade er forholdsvis smalere end i foregaaende Stadium og kun ganske svagt udvidet mod Enden. Tornbevæbningen er ganske den samme, alene med den Forskjel, at der foran Sidehjørnerne findes 3 istedetfor kun 2 Smaatorner. De ydre Halevedhæng har nu Roddelen tydeligt begrændset og den indre Plade vel udviklet, af elliptisk Form og ligesom den ydre langs den indre Kant og ved Spidsen forsynet med en tæt Rad af Fjærbørster.

Det ovenbeskrevne Stadium er det sidste i Larvelivet, og jeg har selv direkte kunnet constatere, at Larven uden noget Overgangstrin passerer fra dette Stadium over i det nedenfor næriere beskrevne Udviklingstrin, hvori Dyret optræder under et helt forskjelligt Udseende og som en let kjendelig Gebia-Unge.

e. *1ste Ungdomsstadium.*

(Tab. 5).

Ungens Længde er kun 5 mm., altsaa ikke større end i sidste Larvestadium; men der har ved den sidste Hudskiftning foregaaet særdeles betydelige og gjennemgribende Forvandlinger, ikke blot hvad den ydre Habitus angaar, men ogsaa i samtlige Lemmers Bygning. Man vil nu ikke længere have nogensombelst Vanskelighed med i Dyret at erkjende en virkelig Gebia, skjøndt af dvergagtige Dimensioner.

Kropsformen er idethele (se Fig. 1 og 2) slankere og sirligere end hos det voksne Dyr, og Legemet endnu saa gjennemsigtigt, at de fleste indre Organer ligesom Muskulaturen med stor Tydelighed skinner igjennem de tynde Integumenter. Farven er ensformig hvidagtig, uden tydelig Pigmentafleiring.

Rygskjoldet er stærkt sammentrykt fra Siderne, saa at Høiden næsten er dobbelt saa stor som Bredden. De forskellige Regioner er allerede mere eller mindre tydeligt markerede ved ophøiede Linier og Indtryk. Navnlig er Cervicalfuren vel udpræget og har sin bagre Krumning omtrent beliggende i Midten af Rygskjoldets Længde. Det forreste Parti er noget udtrukket og danner et tungeformigt, noget fladtrykt Pandehorn (Fig. 3 og 4), der ender med en hageformigt opadbøiet Spids. Langs Kanterne af Pandehornet findes 3 lignende, stærkt chitiniserede opadrettede Tænder, og mellem dem er fæstet en Del stive krummede Børster. De forreste Kanter af Rygskjoldet har (se Fig. 2) umiddelbart nedenfor Øinenes Insertion en meget dyb Indbugtning, der lader hele de ydre Føleres Basalafsnit fuldstændig ubedækket og indenfor hvilken Kindbakkernes Tyggedel har sin Plads. Indbugtningen er nedad begrændset af

en bredt afrundet Lap, der bagtil fortsætter sig i de jævnt buede nedre Kanter af Rygskjoldet.

Bagkroppen, der er kjendeligt længere end Forkroppen, er ganske i Modsætning til denne stærkt nedtrykt, med Bredden mere end dobbelt saa stor som Høiden. Dens 5 forreste Segmenter har stærkt til Siderne udstaaende, næsten horizontale Epimerer af afrundet Form og besat med spredte Børster. Sidste Segment er betydelig smalere, men kun lidet længere end de foregaaende.

Øinene er vistnok i Sammenligning med samme hos Larven meget smaa, men dog forholdsvis betydelig større end hos det voksne Dyr og forsynede med tykke cylindriske Stilke. Den facetterede Del indtager omtrent den ydre Trediepart af Øiet og er jævnt tilrundet. Øiepigmentet optager nu en betydelig Del af Øiegloben, saa at der kun omkring samme findes en smal klar Zone, hvori Synselementerne ustraaler.

Iste Par Følere (Fig. 5) har et Udseende, der stærkt minder om samme hos Brachyurer og Anomurer. De er forholdsvis smaa og mere eller mindre stærkt knæformigt bøiede. Skaffet bestaar af 3 skarpt begrænsede Led, hvoraf det sidste ialmindelighed danner med de øvrige en mere eller mindre tydelig Vinkel. 1ste Led, som er det største, viser ved Basis en stærk Opsvulmning og har her en rummelig Hørecaavit, hvorfra en Række stive Børster rager frem. Dets ydre Del er stærkt indknebet og gaar ved Enden nedtil ud i et kort tandformigt Fremspring. 2det Led er ganske kort og oventil ved Enden forsynet med et Par smaa Børster. Sidste Led endelig er temmelig forlænget, cylindrisk, eller svagt udvidet mod Enden og uden tydelige Børster. Svøberne er kun lidet udviklede. Den indre bestaar blot af et enkelt smalt konisk Led besat i Spidsen med en Del simple Børster. Den ydre Svøbe er noget længere og stærkere samt delt i 3 tydelige Led, hvoraf dog det sidste

er meget lidet. Den bærer foruden en Del simple Børster 3 baandformige Sandsevedhæng, hvoraf de 2 tilhører sidste Led.

2det Par Følere (Fig. 6), der næsten er fæstede i samme Plan som 1ste Par, er betydelig stærkere udviklede og omtrent af hele Forkroppens Længde. De danner en simpel cylindrisk eller traadformig Stamme, paa hvilken kan adskilles et 5-leddet Skaft og en tyndere mangleddet Svøbe. Ved Enden af Skaftets 3die Led bemærkes en ubetydelig fra Leddet afsat konisk Forsats, der synes at være den sidste Rest af Antennebladet. De 2 paafølgende Led, der successivt aftager i Størrelse, er ved Enden forsynede med en Krands af stive Børster. Svøben bestaar af ialt 19 temmelig ensformigt udviklede Led, hvoraf ialmindelighed hvert andet er forsynet med en lignende Børstekrands som paa Skaftets 2 ydre Led.

Kindbakkerne (Fig. 7) har, hvad Formen af Corpus og Tyggedelens Udseende angaar, stor Overensstemmelse med samme hos Larverne, men er nu forsynet med en tydelig 3-leddet Palpe.

1ste Par Kjæver (Fig. 8) har ligesom hos Larverne 2 Tyggelapper, men baade Formen og Bevæbningen af samme er temmelig forskjellig. Den forreste er noget udvidet i Enden og forsynet med 4—5 korte ueilierede Torner, der udspringer noget indenfor selve Randen. Den bagerste Tyggelap er betydelig større og af triangulær Form samt kun forsynet med 2 smaa simple Børster ved det forreste Hjørne. Palpen har undergaaet en regressiv Udvikling og er forvandlet til en børsteløs, stærkt udadrettet Stump, paa hvilken den oprindelige Deling i 3 Led er yderst utydelig.

2det Par Kjæver (Fig. 9) viser vistnok de samme Hoveddele som hos Larverne, men disse Deles Form og Bevæbning er temmelig forskjellig. Af de 4 Tyggelapper er de 2 midterste meget smale og skilte fra hinanden ved et

meget dybt Indsnit, medens den forreste og bagerste Lap er forholdsvis brede. Børstebesætningen paa disse Tyggelapper er, i Sammenligning med hvad Tilfældet var hos Larverne, meget sparsom. Den bagerste Lap er endog ganske og aldeles nøgen. Palpen, der hos Larverne var meget kort, har forlænget sig til en smal konisk Fortsats, der ved Spidsen bærer en enkelt meget liden Børste. Exognathen er betydelig større end hos Larverne, og navnlig er dens bagerste Parti stærkere udviklet og ved den afrundede Ende forsynet med flere stærke, men endnu temmelig korte Fjærbørster.

De 3 Par Kjævefødder (Fig. 10, 11, 12) optræder nu under et fra samme hos Larverne helt forskjelligt Udseende og har ganske tabt sin Function af Svømmeredskaber.

1ste Par (Fig. 10) er det mindste og viser et temmelig rudimentært Udseende. Den hos Larverne simpelt cylindriske Basaldel har indad udviklet 2, tungeformige Tyggelapper, hvoraf den forreste er stærkt fremspringende og forsynet med en tæt Rad af simple Randbørster. Selve Stammen eller Palpen, der hos Larverne var tydeligt leddet og besat med stærke Børster, er bleven reduceret til en simpel konisk, uleddet og børsteløs Fortsats. Exognathen har ligeledes tabt sin Leddeling og de terminale Svømmebørster, hvorimod der fra den ydre Rand er spiret frem 5 fint cilierede Børster. Den er hageformigt indadkrummet og som det synes ganske ubevægelig.

2det Par Kjævefødder (Fig. 11) er en Del større end 1ste Par og har Palpen nu udviklet til en temmelig kraftig, paa Midten knæbøiet 5-leddet Stamme. Af Leddene er det 2det længst og i den indre Kant forsynet med nogle simple Børster. Næstsidste Led har 2 usædvanlig lange fortilkrummede Børster i den ydre Kant, medens det lille stumpet koniske Endeled er ganske nøgent. Exognathen mangler

baade ethvert Spor til Leddeling og til Børster, kun dannende en simpel konisk fortilrettet Fortsats.

3die Par Kjævefødder (Fig. 12) udmærker sig, ganske i Modsætning til hvad Tilfældet var hos Larverne, ved den særdeles stærke Udvikling af den indre Gren eller selve Stammen, der ligesom paa foregaaende Par er 5-leddet og knæformigt bøiet paa Midten, men langt kraftigere og over dobbelt saa lang. Dens sidste Led er temmelig stort, stumpet koniskt og rigeligt børstebesat. Exognathen viser den samme rudimentære Beskaffenhed som paa foregaaende Par. Ved Basis af dette Kjævefødder findes en tydeligt udviklet Gjelle af et lignende Udseende som hos Ungen af Calocaris.

Samtlige Fødder er nu (se Fig. 1 og 2) udviklede paa den for Slægten characteristiske Maade, men er forholdsvis mindre robuste end hos det fuldvoksne Dyr.

Navnlig er dette Tilfældet med 1ste Par, der ogsaa i Formen af Haanden (se Fig. 13) viser nogen Afvigelse. Den er nemlig udviklet til en fuldkommen normal Sax eller Chela, idet begge Fingre er af omtrent ens Længde, medens som bekjendt hos det voksne Dyr den ubevægelige Finger (Tommelen) er betydelig mindre end den bevægelige. Begge ender i en skarpt tilspidset Fortsats, og den ubevægelige har i den indre Kant 5 tandformige Fremspring.

De 3 følgende Par (se Fig. 1 og 2) har allerede alle Characterer af ægte Gravefødder, idet de ydre Led er sammentrykte og brede, med Endekloen lancetformig og tæt børstebesat i Kanterne.

Mest udpræget er i denne Henseende det forreste af disse Par (se Fig. 14), medens de 2 øvrige bliver efterhaanden svagere af Bygning.

Sidste Par har mere Formen af sædvanlige Gangfødder, idet ingen af Leddene er mærkeligt udvidede og Endekloen af den sædvanlige leddannede Form (se Fig. 15).

Paa ingen af Fødderne var noget Rudiment af Exopodit

at opdage. Derimod findes ved Basis af alle, med Undtagelse af sidste Par, vel udviklede Gjeller, der som sædvanlig dækkes af Rygskjoldets Sidedele.

Bagkroppens 4 Par Buglemmer (se Fig. 2) er nu udviklede til kraftige med lange Fjærbørster besatte Svømmeapparater. De er fæstede umiddelbart under de til Siderne fremspringende Epimerer ved disses bagre Del og temmelig langt fjernede fra Midtlinien. Af de 2 Endeplader er den indre meget liden og af oval Form, medens den ydre omtrent er af samme Længde som Basaldelen og lancetformig.

Haleviften (se Fig. 1 og 2) har nu antaget et Udseende meget lignende samme hos det voksne Dyr. Den midterste Haleplade er aflangt firkantet, noget bredere ved Basis og langs Kanterne forsynet med talrige Børster, tildels ordnede i flere Rader. De ialmindelighed stærkt udspærrede ydre Halevedhæng har Endepladerne temmelig brede, ovale og forsynede med talrige lange Randbørster udstraalende til alle Sider. Den hele Halevifte danner et kraftigt Bevægelsesorgan, hvormed Ungen kan gjøre raske Sæt baglænds i Vandet.

Som man vil have seet af den her skildrede Udviklingsrække, skiller Slægten *Gebia* sig i enkelte Punkter meget væsentlig fra de 2 i det foregaaende omtalte egentlige *Macrurer* ligesom fra samtlige *Carider*, medens den i flere Henseender, hvad Udviklingen betræffer, slutter sig nærmere til *Anomurerne*. Hos alle af mig undersøgte *Carider* med fuld-sændig Metamorphose er det 1ste Larvestadium eller *Zoea*-Formen som hos *Calocaris* udmærket ved Tilstedeværelsen af 3 Par vel udviklede Svømmeapparater, forestillende *Exognatherne* paa de 3 Par Kjøvefødder, ligesom sidste Kjøvefødders Endedel eller Stamme umiddelbart efter Udklækning-

gen er fuldt udviklet, tydeligt leddet og forsynet med Børster. Ganske anderledes er derimod, som man vil have seet, Forholdet hos Gebia. Her er ligesom hos Brachyurer og Anomurer dette sidste Par Lemmer ganske og aldeles udviklede i 1ste Larvestadium og udvikler først senere en Svømmegren, medens selve Stammen forbliver uudviklet under hele Larvelivet. Paa den anden Side skiller Larven af Gebia sig baade fra Brachyurer og Anomurer derved, at, i Lighed med hvad Tilfældet er hos Cariderne, et virkeligt Mysis-Stadium gennemgaaes, hvori ikke blot de 3 Par Kjævefødder, men ogsaa de 3 forreste Fodpar er forsynede med Svømmegrene. I Henseende til Kjæveføddernes og Munddelens finere Bygning viser Larven af Gebia en meget paa-faldende Lighed med Larverne af visse Anomurer, f. Ex. Galathea.

Explanation of the plates.

Plate 1.

Nephrops norvegicus, Lin.

- Fig. 1. Second larval stage; lateral view.
 « 2. The same; dorsal view.
 « 3. The same; 1st antenna.
 « 4. The same; 2nd antenna.
 « 5. First larval stage; anterior part of cephalothorax; dorsal view.
 « 6. Young *Nephrops* (first postlarval stage); lateral view.
 « 7. The same; anterior part of cephalotorax; dorsal view.
-

Plate 2.

Calocaris Macandrewæ, Bell.

(Transition stage between the larval and postlarval form).

- Fig. 1. Pseudolarva of *Calocaris*, viewed from the right side.
 « 2. The same; dorsal view.
 « 3. First antenna.
 « 4. Second antenna.
 « 5. Mandible with one of the labial lobes.
 « 6. First maxilla.
 « 7. Second maxilla.
 « 8. First maxilliped.
 « 9. Second maxilliped.
 « 10. Third maxilliped.
 « 11. First leg.
 « 12. Second leg.
 « 13. Third leg.
 « 14. Fourth leg.
 « 15. Fifth leg.
 « 16. One of the pleopods.
 « 17. Extremity of the abdomen, with the caudal plate
 and the still imperfectly developed uropods; from
 below.
-

Plate 3.

Gebia littoralis, Risso.

- Fig. 1. First larval stage (Zoea); lateral view.
 « 2. The same; dorsal view.
 « 3. The same; 1st antenna.
 « 4. The same; 2nd antenna.
 « 5. The same; mandibles and upper lip; from below.
 « 6. The same; labium.

- Fig. 7. The same; left mandible.
« 8. The same; 1st maxilla.
« 9. The same; 2nd maxilla.
« 10. The same; 1st maxilliped.
« 11. The same; 2nd maxilliped.
« 12. The same; still undeveloped budding limbs, placed back to the parts mentioned (3rd maxilliped and 4 anterior legs); viewed from the right side.
« 13. The same; extremity of the abdomen with the caudal plate; from below.
« 14. Second larval stage (transitory between the Zoea- and Mysis-form); carapax with eyes, antennæ, upper lip and mandibles; viewed from below.
« 15. The same; extremity of the abdomen with the caudal plate, showing within the developing uropods; ventral view.
« 16. The same; 6 posterior cephalothoracic limbs from the left side (3rd maxilliped and legs); the two anterior furnished with swimmerets.
-

Plate 4.

Gebia littoralis, Risso.

- Fig. 1. Third larval stage (Mysis-form); lateral view.
« 2. The same; dorsal view.
« 3. Last larval stage; lateral view.
« 4. The same; 1st antenna.
« 5. The same; 2nd antenna.
« 6. The same; 1st maxilla.
« 7. The same; 2nd maxilla.
« 8. The same; 3rd maxilliped.
« 9. The same; 1st leg.
« 10. Third larval stage; one of the budding pleopods.

- Fig. 11. Last larval stage; one of the pleopods.
 « 12. Third larval stage; extremity of the abdomen with
 the caudal fan; from below.
 « 13. The same parts of a larva in the last stage.

Plate 5.

Gebia littoralis, Risso.

(First postlarval stage).

- Fig. 1. Young *Gebia*; dorsal view.
 « 2. The same; lateral view.
 « 3. Anterior part of carapax with the rostrum; dorsal
 view.
 « 4. The same part; lateral view.
 « 5. First antenna.
 « 6. Second antenna.
 « 7. Mandible.
 « 8. First maxilla.
 « 9. Second maxilla.
 « 10. First maxilliped.
 « 11. Second maxilliped.
 « 12. Third maxilliped.
 « 13. Exterior part of 1st leg, showing the form of the
 chela.
 « 14. Extremity of 2nd leg.
 z 15. Exterior part of 5th leg.
-

Plate 6.

Calocaris Macandrea, Bell.

(First larval stage).

- Fig. 1. Zoea of *Calocaris*; lateral view.
« 2. The same; dorsal view.
« 3. Rostrum, viewed from the upper face.
« 4. First antenna.
« 5. Second antenna.
« 6. Mandibles and upper lip; from below.
« 7. Labium.
« 8. Right mandible.
« 9. Inner part of the mandibles, more strongly magnified, showing the structure of the cutting edges.
« 10. First maxilla.
« 11. Second maxilla.
« 12. First maxilliped.
« 13. Second maxilliped.
« 14. Third maxilliped.
« 15. Rounded prominence placed back to the maxillipeds, showing within the first faint trace of the budding legs.
« 16. Extremity of the abdomen with the caudal plate; from below.

Plate 7.

Calocaris Macandrea, Bell.

(Second larval stage).

- Fig. 1. Mysis-form of *Calocaris*; lateral view.
« 2. The same; dorsal view.
« 3. Rostrum, seen from above.

- Fig. 4. First antenna.
« 5. Second antenna.
« 6. First maxilla.
« 7. Second maxilla.
« 8. First maxilliped.
« 9. Second maxilliped.
« 10. Third maxilliped (the outer part of the exognath
being omitted).
« 11. First leg.
« 12. Second leg.
« 13. Third leg.
« 14. Fourth leg.
« 15. Fifth leg.
« 16. One of the pleopods.
« 17. Extremity of the abdomen with the caudal fan (the
left uropod being omitted); ventral view.
-

Læren om de imaginære Størrelser betragtet fra et elementært Standpunkt, samt om hvorledes man undgaar disse Størrelser.

AF

S. A. SEXE.

§ 1.

Udtrykket, $\sqrt{\pm A}$, hvor A forestiller en hvilken som helst Talværdi, tages, som bekjendt, snart i operativ, snart i kvantitativ Betydning. I operativ Forstand vil $\sqrt{\pm A}$ sige, at Kvadratrodten skal uddrages af $\pm A$; i kvantitativ Forstand forestiller $\sqrt{\pm A}$ pr. Anticipation den Størrelse, som man ved bemeldte Operation søger at finde, nemlig Kvadratrodten af $\pm A$. Taget i kvantitativ Forstand, karakteriseres Udtrykket $\sqrt{-1}$ ved Ligningen

$$(\sqrt{-1})^2 = -1 \dots \dots \dots 1$$

Paa denne Ligning eller Definition, som den kaldes, bygges Læren om de imaginære Størrelser, eller egentligere Læren om den imaginære Kvadratrod. Denne Ligning forudsætter, at der gives en Kvadratrod af -1 , paaviser imidlertid ikke denne Rod, indeholder overhovedet Intet til Bestyrkelse af bemeldte Forudsætning.

Da nu ifølge Forudsætningen $(\sqrt{-1})^2$ er negativ, saa kan $\sqrt{-1}$ hverken være positiv eller negativ. Thi anden Potens af en Størrelse er positiv, hvad enten Størrelsen selv er positiv eller negativ, at sige, hvis det har sin Rigtighed med Reglen for Tegnenes Multiplikation, hvilket her forudsættes. Altsaa enten maa $\sqrt{-1}$ være en Størrelse, som hverken er positiv eller negativ, eller ogsaa kan $\sqrt{-1}$ ikke være nogen Størrelse. Men man kan jo sige paa den ene Side, at en Størrelse først bliver positiv eller negativ, naar den træder i Relation til andre Størrelser, Ting, Tankegjenstande, eller med andre Ord: bliver en konkret Størrelse, og paa den anden, at man kan tænke sig $\sqrt{-1}$ som en abstrakt Størrelse \varnothing : uden Substrat, uden nogensomhelst Forbindelse med nogensomhelst Størrelse, Ting, Tankegjenstand, og saaledes ogsaa uden Fortegn. Herved er imidlertid at erindre, at -1 , som har Fortegn, maa være en konkret Størrelse, hvorfor ogsaa $\sqrt{-1}$, Kvadratrod af -1 , maatte være en konkret Størrelse, altsaa enten positiv eller negativ. Man kan ogsaa sige: Hvis $\sqrt{-1}$ var en abstrakt Størrelse, saa maatte ogsaa dens Kvadrat, $(\sqrt{-1})^2$, være en abstrakt Størrelse, hvad det ifølge Ligningen 1 ikke er.

Da nu saaledes $\sqrt{-1}$ hverken kan være positiv eller negativ, eiheller existere, uden at være enten positiv eller negativ, saa maa det ansees for afgjort, at en Kvadratrod af -1 , eller overhovedet af en negativ Størrelse, hverken findes i Tingenes eller Tankens Verden. Men naar der ikke gives nogen Kvadratrod af -1 , saa reduceres $\sqrt{-1}$ i kvantitativ Forstand til et Udtryk for en Kvadratrod, som ikke er til, og i operativ Forstand til et Udtryk for at man skal søge en Kvadratrod, som ikke er til. I Ligningen 1 udtales altsaa, at naar Kvadratrod af -1 , som ikke eksisterer, multipliceres med sig selv, saa udkommer -1 , hvilket ligetil er

Ufornuft. Man kan sige med Ord, udtrykke med Tegn: at en imaginær Størrelse er eller skal gjøres til Gjenstand for en aritmetisk Operation f. Ex.

$$\sqrt{-1} \cdot a, \frac{\sqrt{-1}}{a};$$

at en imaginær Størrelse er, eller skal benyttes som et Redskab, et Instrument, hvorved en aritmetisk Operation bliver iværksat, f. Ex.

$$a \cdot \sqrt{-1}, \frac{a}{\sqrt{-1}};$$

at en imaginær Størrelse baade er Gjenstand for, og tillige et Instrument, hvorved en aritmetisk Operation iværksættes, f. Ex.

$$\sqrt{-1} \cdot \sqrt{-1}, \frac{\sqrt{-1}}{\sqrt{-1}};$$

men fastholder man at en imaginær Størrelse er imaginær, vil sige: er ikke til, saa fremgaar det, at de saaledes paa-krævede eller i Udsigt stillede Operationer ligge udenfor Mulighedens Grændser, og saaledes kun ere Chimærer. Den menneskelige Forstand magter ikke at operere, medmindre den har Noget at operere paa og operere med. Og naar den eller den Størrelse udgives for et Resultat af Operationer paa eller med imaginære Udtryk f. Ex.

$$\frac{\sqrt{-1}}{\sqrt{-1}} = 1,$$

saa protesterer den sunde Fornuft mod Operationens Mulighed og Resultatets Virkelighed.

Den næstvigtigste Læresætning i Læren om de imaginære Størrelser er følgende: Er

$$a + b\sqrt{-1} = \alpha + \beta\sqrt{-1}, \dots \dots \dots 2$$

saa er

$$a = \alpha$$

og

$$b = \beta.$$

Ligningen 2 forudsætter for det første, at b og β lade sig multiplicere med $\sqrt{-1}$, for det andet, at derved fremstaa Produkterne $b\sqrt{-1}$, og $\beta\sqrt{-1}$, for det tredie, at $b\sqrt{-1}$ lader sig addere til a og $\beta\sqrt{-1}$ til α . Den første af disse Forudsætninger kan ikke finde Sted, fordi hverken b eller β lader sig multiplicere med en Kvadratrod, som ikke eksisterer. Den anden Forudsætning kan ikke finde Sted, fordi: uden Multiplikator ingen Multiplikation og uden Multiplikation intet Produkt. Den tredie Forudsætning kan ikke finde Sted, fordi: uden Addend ingen Addition. Altsaa naar $\sqrt{-1}$ ikke er til i Egenskab af Størrelse, saa synker Ligningen 2 sammen til $a = \alpha$.

§ 2.

Da nu, som bemærket, Læren om de imaginære Størrelser er bygget paa Ligningen 1 i foregaaende §, eller paa Forudsætningen, at der gives en Kvadratrod af -1 , medens der ikke eksisterer nogen Kkadratrod af -1 , saa er det en Selvfølge, at bemeldte Lære er en Bygning uden Grundvold — til Skuffelse og Kvide for enhver, som i den Tro, at Læren er Gjenstand for Erkjendelse, bestræber sig for at begribe den. Man maa spørge: Hvorledes kunde en saadan Lære blive til? Man vover vel ikke meget ved herpaa at svare: Kvadratroden var et fastslaaet Begreb og dens Uddragning en kjendt Sag, førend man gjorde sig nogen Tanke om Størrelsers Posivitet og Negativitet. Den Størrelse, om hvis Kvadratrod der blev Spørgsmaal, var altsaa paa daværende Stadium en Talværdi, A , uden Fortegn, og sammes Kvadratrod en Talværdi, a , uden Fortegn, og hvis Særkjende var, at $aa = A$. Paa et senere Stadium blev der Spørgsmaal om Kkradratoden af en Størrelse med Fortegn, $\pm A$. Til denne Kvadratrod stillede man, uden videre, som noget der faldt af sig selv, den Fordring, at den, multipliceret med sig selv,

leverede et Produkt, der ikke blot med Hensyn til Talværdi var = den betreffende Størrelse, men ogsaa med Hensyn til Fortegn. Herved forandrede eller forplumrede Kvadratrodens oprindelige Begreb: det fik et større Indhold og mindre Omfang, der blev nu Spørgsmaal ikke blot om Talværdi, men ogsaa om Fortegn, eller ikke blot om Kvantitet, men ogsaa om Kvalitet hos en Kvadratrod. Den med Fortegn forbundne Kvadratrod af den positive Størrelse lod sig lettelig finde, eftersom en Størrelse uden Fortegn kom til at gaa for en positiv Størrelse. Men da der blev Spørgsmaal om og Krav paa en saadan Kvadratrod af den negative Størrelse, stødte man paa Vanskeligheder. Kvadratrod af den negative Størrelse lod sig ikke paavise, det Negative danner en diametral Modsætning til det Positive, og de samme Egenskaber pleie ikke at forefindes hos modsatte Ting. Ikke desto mindre kunde man ikke bortvise den, af Analogien baarne, Tanke, at der gaves en Kvadratrod ligesaavel af den negative som af den positive Størrelse. Følgen heraf blev, at man for Kvadratrod af den negative Størrelse opdagede, saa at sige uvilkaarlig, en Algorithme, der blev en Efterabelse af Algorithmen for den positive Størrelse saaledes, at naar f. Ex. $(\sqrt{+1})^2$ var = + 1, saa maatte $(\sqrt{-1})^2$ være = - 1. Men her reiser sig det, man kan sige, brændende Spørgsmaal: Hvorledes kan en saadan Algorithme, eller en Lære om en Kvadratrod, som ikke eksisterer, være brugbar i den matematiske Analyse? Hvorledes forklare sig, at man ved at lade som om man opererede med Størrelser, der ikke ere til, kan komme til Satser, som a posteriori vise sig at være sande? Hvorledes forklare, at en Doktrin, som er theoretisk falsk, kan være praktisk sand?

§ 3.

At opløse en Størrelse i Faktorer vil sige, at finde et Sæt eller en Flerhed af Faktorer, hvis Produkt er = Størrelsen.

En Størrelse lader sig selvfølgelig opløse i de samme Faktorer, hvoraf den er et Produkt.

Produktet af et Sæt Faktorer er positivt, naar Sættet bestaar enten blot af positive Faktorer, eller blot af et lige Antal negative Faktorer, eller af positive Faktorer og et lige Antal negative Do. En positiv Størrelse lader sig altsaa opløse: (a) i positive Faktorer, (b) i et lige Antal negative Faktorer, (c) i positive og et lige Antal negative Faktorer.

Produktet af et Sæt Faktorer er negativt, naar Sættet bestaar af et ulige Antal negative Faktorer med eller uden positive Do. En negativ Størrelse lader sig altid opløse i et ulige Antal negative Faktorer med eller uden positive Do.

Produktet af et Sæt Faktorer forandres hverken med Hensyn til Fortegn eller Talværdi, naar et lige Antal af dets Faktorer skifte Fortegn \circ : ombytte $+$ med $-$ eller $-$ med $+$. Heraf følger, at der af et vist Sæt Faktorer fremkommer et nyt ligegjældende Sæt, hver Gang et Par Faktorer i det oprindelige Sæt skifter Fortegn.

Faktorer med samme Talværdi ere numerisk ligestore, hvad de kunne være, enten de have samme Fortegn eller modsatte Fortegn. Identiske Faktorer ere numerisk ligestore Faktorer med samme Fortegn. Modsatte Faktorer ere numerisk ligestore Faktorer med modsatte Fortegn.

Bortset fra Irrationaliteten lader enhver arithmetisk Størrelse sig opløse i hvilket som helst Antal numerisk ligestore Faktorer.

§ 4.

Lad Udtrykket, $\sqrt[n]{A}$, i operativ Forstand betyde, at A skal opløses i n numerisk ligestore Faktorer, selvfølgelig med saadanne Fortegn, at Faktorernes Produkt bliver $= A$, og lad $\sqrt[n]{A}$ i kvantitativ Forstand forestille den Talværdi, a , som

gjentager sig i hver af disse Faktorer, hvilken Talværdi er = Talværdien af $\sqrt[n]{A}$. Lad $\left(\frac{n}{A}\right)^n$ betyde, at de n numerisk ligestore Faktorer, hvori A er opløst, skulle multipliceres med hinanden. Altsaa

$$\left(\frac{n}{A}\right)^n = a_1 a_2 \dots a_n = \text{et} \dots \dots \dots I$$

Sættes i denne Ligning $n = \text{et ulige Tal } 4p + 1$, udkommer

$$\left(\frac{4p+1}{A}\right)^{4p+1} = a_1 a_2 \dots a_{4p+1} \quad (1)$$

$$= a_1 a_2 \dots a_{4p-1} (-a)_1 (-a)_2 \quad (2)$$

$$\vdots$$

$$= a_1 a_2 \dots a_{2p+1} (-a)_1 (-a)_2 \dots (-a)_{2p} \quad (p+1) \quad I_1$$

$$\vdots$$

$$= a_1 (-a)_1 (-a)_2 \dots \dots \dots (-a)_{4p} \quad (2p+1)$$

Altsaa naar A opløses i $4p + 1$ numerisk ligestore Faktorer, saa lader sig af disse ved Tegnskifte udbringe $2p + 1$ ligegjældende Sæt, hvert leverende et Produkt = A .

Sættes i Ligningen I $n = 4p - 1^*$), udkommer

$$\left(\frac{4p-1}{A}\right)^{4p-1} = a_1 a_2 \dots \dots \dots a_{4p-1} \quad (1)$$

$$= (-a)_1 (-a)_2 a_1 \dots \dots \dots a_{4p-3} \quad (2)$$

$$\vdots$$

$$= (-a)_1 (-a)_2 \dots (-a)_{2p} a_1 a_2 \dots a_{2p-1} \quad (p+1) \quad I_2$$

$$\vdots$$

$$= (-a)_1 (-a)_2 \dots \dots \dots (-a)_{4p-2} a \quad (2p)$$

Sættes i Ligningen I $n = 4p$, udkommer

$$\left(\frac{4p}{A}\right)^{4p} = a_1 a_2 \dots \dots \dots a_{4p} \quad (1)$$

$$= a_1 a_2 \dots \dots \dots a_{4p-2} (-a)_1 (-a)_2 \quad (2)$$

$$\vdots$$

$$= a_1 a_2 \dots a_{2p} (-a)_1 (-a)_2 \dots (-a)_{2p} \quad (p+1) \quad I_3$$

$$\vdots$$

$$= (-a)_1 (-a)_2 \dots \dots \dots (-a)_{4p} \quad (2p+1)$$

Sættes fremdeles i Ligningen I $n = 4p - 2^{**})$, udkommer

*) $4p \pm 1$ repræsenterer alle ulige hele Tal.
 **) $4p$ og $4p - 2$ repræsenterer alle lige hele Tal.

$$\begin{aligned}
 \left(\sqrt[4p-2]{A}\right)^{4p-2} &= a_1 a_2 \dots a_{4p-2} & (1) \\
 &= (-a)_1 (-a)_2 a_1 \dots a_{4p-4} & (2) \\
 &\vdots \\
 &= (-a)_1 (-a)_2 \dots (-a)_{2p} a_1 a_2 \dots a_{2p-2} & I_4 \\
 &\vdots \\
 &= (-a)_1 (-a)_2 \dots (-a)_{4p-2} & (2p)
 \end{aligned}$$

§ 5.

Lad $\sqrt[n]{-A}$ i operativ Forstand betyde, at $-A$ skal opløses i n numerisk ligestore Faktorer, selvfølgelig med saadanne Fortegn, at Faktorenes Produkt bliver $= -A$, og lad $\sqrt[n]{-A}$ i kvantitativ Forstand forestille Talværdien, a , som optræder i hver af disse Faktorer, hvilken Talværdi er $=$ Talværdien af $\sqrt[n]{A}$. Lad $\left(\sqrt[n]{-A}\right)^n$ betyde at de n numerisk ligestore Faktorer, hvori $-A$ er opløst, skulle multipliceres med hinanden. Altsaa

$$\left(\sqrt[n]{-A}\right)^n = (-a)_1 (-a)_2 \dots (-a)_n = -A \quad I$$

Sættes i denne Ligning $n = 4p + 1$ udkommer

$$\begin{aligned}
 \left(\sqrt[4p+1]{-A}\right)^{4p+1} &= (-a)_1 (-a)_2 \dots (-a)_{4p+1} & (1) \\
 &= (-a)_1 (-a)_2 \dots (-a)_{4p-1} a_1 a_2 & (2) \\
 &\vdots \\
 &= (-a)_1 (-a)_2 \dots (-a)_{2p+1} a_1 a_2 \dots a_{2p} & (p+1) \quad I_1 \\
 &\vdots \\
 &= (-a)_1 a_1 \dots a_{4p} & (2p+1)
 \end{aligned}$$

Sættes i samme Ligning $n = 4p - 1$, udkommer

$$\begin{aligned}
 \left(\sqrt[4p-1]{-A}\right)^{4p-1} &= (-a)_1 (-a)_2 \dots (-a)_{4p-1} & (1) \\
 &= a_1 a_2 (-a)_1 (-a)_2 \dots (-a)_{4p-3} & (2) \\
 &\vdots \\
 &= a_1 a_2 \dots a_{2p} (-a)_1 (-a)_2 \dots (-a)_{2p-1} & (p+1) \quad I_2 \\
 &\vdots \\
 &= a_1 a_2 \dots a_{4p-2} (-a) & (2p)
 \end{aligned}$$

Sættes i Ligningen I $n = 4p$, udkommer

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{4p}{-A}\right)^{4p} &= a(-a)_1(-a)_2 \dots \dots \dots (-a)_{4p-1} & (1) \\
 &= a_1 a_2 a_3 (-a)_1 (-a)_2 \dots \dots \dots (-a)_{4p-3} & (2) \\
 &\vdots \\
 &= a_1 a_2 \dots a_{2p+1} (-a)_1 (-a)_2 \dots \dots (-a)_{2p-1} & I_3 \\
 &\vdots \\
 &= a_1 a_2 \dots \dots \dots a_{4p-1} (-a) & (2p)
 \end{aligned}$$

Sættes endelig i samme Ligning $n = 4p - 2$, udkommer

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{4p-2}{-A}\right)^{4p-2} &= a(-a)_1(-a)_2 \dots \dots \dots (-a)_{4p-3} & (1) \\
 &= a_1 a_2 a_3 (-a)_1 (-a)_2 \dots \dots (-a)_{4p-5} & (2) \\
 &\vdots \\
 &= a_1 a_2 \dots a_{2p-1} (-a)_1 (-a)_2 \dots \dots (-a)_{2p-1} & (p) \quad I_4 \\
 &\vdots \\
 &= a_1 a_2 \dots \dots \dots a_{4p-3} (-a) & (2p-1)
 \end{aligned}$$

§ 6.

Af § 4 og § 5 fremgaar, at i jo flere numerisk ligestore Faktorer $\pm A$ bliver opløst, desto flere med $\pm A$ ligegjældende Sæt Faktorer lader sig ved Skifte af Faktoreernes Fortegn udbringe deraf. Hertil kommer, at ethvert Sæt, hvori ikke hver Faktor har samme Fortegn, lader sig for flere ved Faktoreernes eller egentlig Fortegnenes Omsætning, Permutation. Antallet af de med $\pm A$ ligegjældende, af n numerisk ligestore Faktorer bestaaende Sæt, af hvilke ethvert finder sit Udtryk i $\left(\frac{n}{\pm A}\right)^n$ løber saaledes lettelig op til en Flerhed, som er ikke lidet større end n .

Ethvert under $\left(\frac{n}{\pm A}\right)^n$ hørende Sæt kan tænkes forkortet ved Borttagelse af en eller flere af dets Faktorer, og for hver Faktor, som man borttager, har man tilbage et nyt Sæt numerisk ligestore Faktorer, indtil der er kun to Faktorer igjen. Ethvert under $\left(\frac{n}{\pm A}\right)^n$ hørende Sæt kan ogsaa tænkes forlænget ved Tilsætning af flere eller færre Faktorer, der have samme Talværdi og følge paa hinanden i samme

Orden, som Faktorerne i det oprindelige Sæt, og for hver tilføiet Faktor udkommer et nyt Sæt numerisk ligestore Faktorer. De saaledes forkortede og forlængede Sæt finde deres Udtryk i $\left(\sqrt[n]{\pm A}\right)^m$, de første, naar $m < n$, de sidste, naar $m > n$.

Iblandt den Mangfoldighed af Sæt, bestaaende af numerisk ligestore Faktorer, som rummes i $\left(\sqrt[n]{\pm A}\right)^n$ og $\left(\sqrt[n]{\pm A}\right)^m$, gives der endel, hvori hver Faktor har samme Fortegn. Et generelt Udtryk for disse Sæt er henholdsvis $\left(\sqrt[n]{V \pm A}\right)^n$ og $\left(\sqrt[n]{V \pm A}\right)^m$. Den ved $\left(\sqrt[n]{V \pm A}\right)^n$ betegnede Størrelse kaldes, som bekendt, n^{te} Potents af n^{te} Rod af $\pm A$, kan ligesaa snart siges at være Produktet af de n identiske Faktorer, hvori $\pm A$ er blevet opløst. $\left(\sqrt[n]{V \pm A}\right)^m$ kaldes m^{te} Potents af n^{te} Rod af $\pm A$, hvilket kommer ud paa det samme som Produktet af m identiske Faktorer, af hvilke n levere Produktet $\pm A$. $\left(\sqrt[n]{V \pm A}\right)^n$ og $\left(\sqrt[n]{V \pm A}\right)^m$ repræsenterer saaledes henholdsvis en særegen Afdeling af de under $\left(\sqrt[n]{\pm A}\right)^n$ og $\left(\sqrt[n]{\pm A}\right)^m$ hørende Sæt numerisk ligestore Faktorer.

Idlandt de Sæt Faktorer, som finde deres Udtryk i $\left(\sqrt[n]{\pm A}\right)^n$ eller i $\left(\sqrt[n]{\pm A}\right)^m$, kan man dernæst mærke sig dem, hvori Fortegnet forandres fra Faktor til Faktor, hvori Faktorerne altsaa danne Følgerækken: $(+a)(-a)(+a)\dots$ der begynder og ender med +, eller $(-a)(+a)(-a)\dots$ der begynder og ender med -, eller $(+a)(-a)(+a)(-a)\dots$ der begynder med + og ender med -, eller endelig $(-a)(+a)(-a)(+a)\dots$ der begynder med - og ender med +; hvilke Følgerækker man kan kalde Alternationsrækker. Naar et Antal Faktorer

skal kunne ordnes efter den første Alternationsrække, saa maa dets positive Faktorer beløbe sig til 1 mere, end de negative. Denne Betingelse er tilstede baade i det under I_1 § 4 og i det under I_2 § 5 med Ordenstallet $(p + 1)$ mærkede Sæt. Betingelsen for at et Antal Faktorer skal kunne ordnes efter den anden Alternationsrække, er, at dets negative Faktorer beløbe sig til 1 mere, end de positive. Denne Betingelse finder Sted i det under I_2 § 4 med Ordenstallet $(p + 1)$ mærkede Sæt, samt i det med samme Ordenstal mærkede Sæt under I_1 § 5. Bestaar et Sæt af lige mange positive og negative Faktorer, saa lade disse sig ordne baade efter den tredie og fjerde Alternationsrække. Et saadant Sæt findes under I_3 § 4, mærket med Ordenstallet $(p + 1)$, ligeledes under I_4 § 5, mærket med Ordenstallet (p) . Det sees saaledes, at der iblandt de $\left(\sqrt[+]{A}\right)^n$ hørende Sæt altid findes et, hvis Faktorens Fortegn lade sig ordne i en Alternationsrække, undtagen naar n er $= 4p - 2$: et lige Tal, som ikke er deleligt med 4. Det sees ligeledes, at der iblandt de under $\left(\sqrt[-]{A}\right)^n$ hørende Sæt altid findes et, hvis Faktorens Fortegn lade sig ordne efter en Alternationsrække, undtagen naar n er $= 4p$. Med disse Undtagelsers relative Sjældenhed for Øie lader det sig tænke, at det hyppig kan træffe sig saa, at en Størrelse, $\pm A$, er et Produkt af et Sæt numerisk lige store Faktorer, hvis Fortegn danner en Alternationsrække, — med saameget større Grund lader dette sig tænke som der er de samme Chancer for Alternationsæt under $\left(\sqrt[\pm]{A}\right)^m$ som under $\left(\sqrt[\pm]{A}\right)^n$. Det ligger da ogsaa nær, at tænke sig, at der oftere kan blive Spørgsmaal om at udfinde, af hvilket eller hvilke Alternationsæt $\pm A$ er fremkommet.

Som bekjendt gives der en Opgave: At finde Potentsen, naar Roden og Potentsexponenten er givet, ligeledes: At

finde Roden, naar Potentsen og Rodexponenten er givet. Den første af disse Opgaver kommer ud paa det samme som: At finde Produktet af et under $\left(\sqrt[n]{\pm A}\right)^n$ eller $\left(\sqrt[n]{\pm A}\right)^m$ hørende Sæt identiske Faktorer, naar den enkelte Faktor og dissers Antal er givet, medens den anden Opgave kommer ud paa det samme som: At finde den enkelte Faktor i et under $\left(\sqrt[n]{\pm A}\right)^n$ eller $\left(\sqrt[n]{\pm A}\right)^m$ hørende Sæt idensiske Faktorer, naar Sættets Produkt og Antallet af dets Faktorer er givet. Hermed analoge Opgaver kan man opstille med Hensyn til hvilket som helst af de Faktorsæt, som høre under $\left(\sqrt[n]{\pm A}\right)^n$ og $\left(\sqrt[n]{\pm A}\right)^m$. Og hvis man vil udvide Begrebsomfanget af de Kunstord, som ere vedtagne for de under $\left(\sqrt[n]{\pm A}\right)^n$ og $\left(\sqrt[n]{\pm A}\right)^m$ hørende Faktorsæts Vedkommende saaledes, at de kunne høre for ethvert under $\left(\sqrt[n]{\pm A}\right)^n$ og $\left(\sqrt[n]{\pm A}\right)^m$ forekommende Sæt, saa maa det hede:

En Potents er et Produkt af et Sæt numerisk ligestore Faktorer (hvad enten alle disse have samme Fortegn eller ikke), en Rod er den Talværdi, som optræder i enhver af disse Faktorer. Antallet af Sættets Faktorer kaldes Potents-exponent, naar Roden er givet og Potentsen søges, Rodexponent, naar Potentsen er givet, og Roden søges. Den Operation, formedelst hvilken man finder Potentsen eller Produktet af et givet Sæt numerisk ligestore Faktorer, kaldes Potentsation eller Ophøielse af Roden, medens den Operation, hvorved man finder Roden i et Sæt numerisk ligestore Faktorer, naar man kjender dets Produkt, Faktorernes Antal, samt Følgerækken af dissers Fortegn, kaldes Roduddragning. Man faar saaledes Potentsation og Potents baade af Rod med konstant Fortegn, og af Rod med foranderligt Fortegn, og saamange Afændringer af Potentsation, som der gives forskjel-

lige Sæt numerisk ligestore Faktorer. Ligeledes faar man Uddragning af Rod med konstant Fortegn, samt Uddragning af Rod med foranderligt Fortegn, og saamange Afændringer af Roduddragning, som der gives forskjellige Sæt numerisk ligestore Faktorer. Ere Fortegnene i et Sæt numerisk ligestore Faktorer ordnede efter en Alternationsrække, saa kan man kalde Sættets Produkt en Potents af en Rod med alternerende Fortegn, eller af en Alternationsrod.

Potents, Potentsation, Uddragning af Rod med foranderligt Fortegn har ikke vundet Borgerret paa det matematiske Feldt, skjønt det skulde synes, at der fra logisk Synspunkt Intet er at erindre derimod. Og besynderligt vilde det være, om Potentsation og Uddragning af Rod med konstant Fortegn skulde have faaet Monopol paa at komme i Anvendelse, medens alle andre tænkelige Potentsations- og Roduddragningsmaader skulde forblive liggende brak. Man skal idetmindste ikke kunne siges at være saa saare vel hjulpen i alle Tilfælde med den vanlige Potentsations- og Roduddragningsmaade, saalænge man er nødsaget til at lade som om man potenserede og ekstraherede Rødder, der ikke ere til, og til at tage tiltakke med at se Satsen retfærdiggjorte a posteriori i Stedet for begribeliggjorte a priori.

Iblandt de mange mindre omfattende Udtryk, som rummes i $(\sqrt[n]{\pm A})^m$, gjøres i det følgende $(\sqrt[2]{\pm A})^m$ til Gjenstand for nærmere Betragtning i den Hensigt, at paavise, at $(\sqrt[2]{\pm A})^m$ kan gjøre Tjeneste for $(\sqrt[2]{\pm A})^m$, hvorved en Kvadratrod, som ikke eksisterer, bliver overflødig.

§ 7.

Tegnet, $\sqrt[2]{}$, kræver den derunder staaende Størrelse opløst i to Faktorer med samme Talværdi og lige Fortegn. Dette Krav lader sig fyldestgjøre, naar bemeldte Størrelse er

positiv, derimod ikke, naar den er negativ. Tegnet, $\sqrt{\quad}^2$, kræver den derunder staaende Størrelse opløst i to Faktorer med samme Talværdi, men overlader det til Størrelsen selv, at bestemme Faktorernes Fortegn. Dette Krav lader sig fyldestgjøre, baade naar Størrelsen er positiv og naar den er negativ. Den positive Størrelse leverer de samme to numerisk ligestore Faktorer med de samme lige Fortegn, hvad enten den stilles under $\sqrt{\quad}^2$ eller under $\sqrt{\quad}$. Sætter man saaledes

$$A = aa = (-a)(-a),$$

udkommer
$$\sqrt{A}^2 = \left(\sqrt{a^2}\right)^m = \pm a$$

og
$$\left(\sqrt{A}\right)^m = \left(\sqrt{a^2}\right)^m = (\pm a)^m = \pm a^m \quad . . . 1$$

$\left(\sqrt{A}\right)^2$ betyder, at A skal opløses i to numerisk ligestore Faktorer og at disse skulle multipliceres med hinanden
Altsaa

$$\left(\sqrt{A}\right)^2 = A.$$

Sættes
$$A = aa = (-a)(-a),$$

saa faar man
$$\left(\sqrt{A}\right)^2 = \left(\sqrt{a^2}\right)^2 = aa$$

$$= (-a)(-a),$$

og, overensstemmende med $\left(\sqrt{\pm A}\right)^m$ § 6.

$$\left(\sqrt{a^2}\right)^m = a_1 a_2 \dots a_m = (+a)^m$$

$$\left(\sqrt{a^2}\right)^m = (-a)_1 (-a)_2 \dots (-a)_m = (-a)^m$$

altsaa
$$\left(\sqrt{a^2}\right)^m = (\pm a)^m \quad 2$$

Følgelig
$$\left(\sqrt[2]{a^2}\right)^m = \left(\sqrt[2]{a^2}\right)^m$$

I Lighed med at man sætter $\sqrt[2]{}$ i Stedet for $\sqrt[2]{}$, kan man sætte $\sqrt{}$ i Stedet for $\sqrt[2]{}$. Altsaa

$$\left(\sqrt{a^2}\right)^m = \left(\sqrt[2]{a^2}\right)^m \dots \dots \dots 3$$

Denne Ligning viser at Tegnet, $\sqrt{}$, kan sættes i Stedet for $\sqrt[2]{}$, naar den under $\sqrt[2]{}$ staaende størrelse er positiv.

§ 8.

Er $A = a^2$

altsaa $-A = -a^2 = a(-a) = (-a)a$

saa er $\sqrt{-A} = \sqrt{-a^2} = \pm a \dots \dots \dots 1$

Thi naar en negativ Størrelse opløses i to Faktorer, saa er den ene positiv, den anden negativ. Udtrykket $\sqrt{-A}$ og $\sqrt{-a^2}$ har altsaa i kvantitativ Forstand to modsatte Betydninger, hvorfor man kan kalde $\sqrt{-A}$ og $\sqrt{-a^2}$ dobbeltydige eller modsattydige Udtryk, medens man i Modsætning hertil kan kalde ethvert Udtryk enkelttydigt, som kun lader sig tyde paa én Maade. Da $\sqrt[2]{a^2} = \pm a$, og $\sqrt[2]{a^2} = \pm a$, saa ere ogsaa $\sqrt[2]{a^2}$ og $\sqrt[2]{a^2}$ dobbeltydige Udtryk. Men medens $+a$ og $-a$ ikke ere tilstede i a^2 paa samme Tid, er baade $+a$ og $-a$ samtidig tilstede i $-a^2$, eller medens det beror paa en Hypothese, om $\sqrt[2]{a^2}$ og $\sqrt[2]{a^2}$ skal tages i Betydningen $+a$ eller $-a$, kan man uden Hypothese lade $\sqrt{-a^2}$ gjælde $+a$ eller $-a$. $\sqrt[2]{a^2}$ og $\sqrt[2]{a^2}$ er saaledes dobbeltydige med betinget Valg af Værdi, hvorimod $\sqrt{-a^2}$ er dobbeltydigt med frit Valg af Værdi.

Sættes i Ligningen 1, $a = 1$, udkommer

$$\sqrt{-1} = \pm 1 \dots \dots \dots 2$$

Da $(\sqrt{-a^2})^2$ betyder at $-a^2$ skal opløses i to numerisk lige-

store Faktorer, og at disse skulle multipliceres med hinanden, saa er

$$(\sqrt{-a^2})^2 = -a^2 \dots\dots\dots 3$$

Sættes i denne Ligning $a = 1$, altsaa $-a^2 = (\pm 1)(\mp 1) = -1$, saa udkommer

$$(\sqrt{-1})^2 = -1 \dots\dots\dots 4$$

Ifølge Ligningen 1 i § 1 er ogsaa

$$(\sqrt{-1})^2 = -1.$$

Altsaa

$$(\sqrt{-1})^2 = (\sqrt{-1})^2$$

og

$$\sqrt{-1} = \sqrt{-1}.$$

Følgelig maa Algorithmen for $\sqrt{-1}$ være den samme som Algorithmen for $\sqrt{-1}$, med andre Ord: Kan man bygge en Lære paa $\sqrt{-1}$ under den falske Forudsætning, at $(\sqrt{-2})^2$ er $= -1$, saa maa den samme Lære — under et andet Navn — kunne bygges paa $\sqrt{-1}$, hvis Kvadrat, $(\sqrt{-1})^2$, virkelig er $= -1$. Den eneste tænkelige Forskjel mellem Algorithmen for $\sqrt{-1}$ og Algorithmen for $\sqrt{-1}$ er, at hvor den første leverer en imaginær Størrelse, leverer den sidste en dobbelttydig Størrelse. At saa er Tilfældet søges godtgjort ved endel Exempler.

§ 9.

Følgende Sætser udgjør en væsentlig Del af Læren om den imaginære Kvadratrod:

$$(\sqrt{-1})^2 = -1 \dots\dots\dots 1$$

er
saa er
og

$$\left. \begin{aligned} a + b\sqrt{-1} &= \alpha + \beta\sqrt{-1} \\ a &= \alpha \\ b &= \beta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots 2$$

Er $a + b \sqrt{-1} = 0$ } 3
 saa er $a = 0$ }
 og $b = 0$ }

$(a + b \sqrt{-1}) + (\alpha + \beta \sqrt{-1}) = (a + \alpha) + (b + \beta) \sqrt{-1}$. 4

$(a + b \sqrt{-1}) - (\alpha + \beta \sqrt{-1}) = (a - \alpha) + (b - \beta) \sqrt{-1}$. 5

$(\pm \sqrt{-a^2})^{2m} = (\pm a \sqrt{-1})^{2m} = (-a^2)^m$ 6

altsaa $(\pm \sqrt{-a^2})^4 = (\pm a \sqrt{-1})^4 = a^4$ 7

$(\pm \sqrt{-a^2})^8 = (\pm a \sqrt{-1})^8 = a^8$ 8

$(\pm \sqrt{-a^2})^{12} = (\pm a \sqrt{-1})^{12} = a^{12}$ 9

O. S. V.

$(\pm \sqrt{-1})^4 = 1$ 10

$(\pm \sqrt{-1})^8 = 1$ 11

$(\pm \sqrt{-1})^{12} = 1$ 12

O. S. V.

$(\pm \sqrt{-a^2})^2 = (\pm a \sqrt{-1})^2 = -a^2$ 13

$(\pm \sqrt{-a^2})^6 = (\pm a \sqrt{-1})^6 = -a^6$ 14

$(\pm \sqrt{-a^2})^{10} = (\pm a \sqrt{-1})^{10} = -a^{10}$ 15

O. S. V.

$(\pm \sqrt{-1})^2 = -1$ 16

$(\pm \sqrt{-1})^6 = -1$ 17

$(\pm \sqrt{-1})^{10} = -1$ 18

O. S. V.

$(\pm \sqrt{-a^2})^{2m+1} = (\pm a \sqrt{-1})^{2m+1} = (-a^2)^m (\pm a \sqrt{-1})$. 19

altsaa $(\pm \sqrt{-a^2})^3 = (\pm a \sqrt{-1})^3 = \mp a^3 \sqrt{-1}$. . . 20

$(\pm \sqrt{-a^2})^5 = (\pm a \sqrt{-1})^5 = \pm a^5 \sqrt{-1}$. . . 21

$(\pm \sqrt{-a^2})^7 = (\pm a \sqrt{-1})^7 = \mp a^7 \sqrt{-1}$. . . 22

O. S. V.

$$(\pm \sqrt{-1})^3 = \mp \sqrt{-1} \dots \dots \dots 23$$

$$(\pm \sqrt{-1})^5 = \pm \sqrt{-1} \dots \dots \dots 24$$

$$(\pm \sqrt{-1})^7 = \mp \sqrt{-1} \dots \dots \dots 25$$

o. s. v.

$$(\alpha \pm \beta \sqrt{-1})(\alpha \mp \beta \sqrt{-1}) = \alpha^2 + \beta^2 \dots \dots \dots 26$$

$$(\pm \alpha \pm \beta \sqrt{-1})^m = \pm A \pm B \sqrt{-1}, \dots \dots \dots 27$$

hvor A og B ere reelle Størrelser; og naar $B = 0$,

$$(\pm \alpha \pm \beta \sqrt{-1})^m = \pm A \dots \dots \dots 28$$

Er
$$\frac{\alpha + b \sqrt{-1}}{\alpha + \beta \sqrt{-1}} = p + q \sqrt{-1}$$

saa er
$$\frac{\alpha + b \sqrt{-1}}{\alpha + \beta \sqrt{-1}} = \frac{\alpha a + \beta b}{\alpha^2 + \beta^2} + \frac{\alpha b - \beta a}{\alpha^2 + \beta^2} \sqrt{-1} \dots \dots \dots 29$$

$$\frac{e^{x \sqrt{-1}} - e^{-x \sqrt{-1}}}{2} = \cos . x \dots \dots \dots 30$$

$$\frac{e^{x \sqrt{-1}} - e^{-x \sqrt{-1}}}{2 \sqrt{-1}} = \sin . x \dots \dots \dots 31$$

Af disse 31 Sats'er er Ingen bevist, Ingen lader sig bevise. De bygge alle paa den Usandhed, at der gives en Kvadratrod af den negative Størrelse.

$$(\sqrt{-1})^2 = -1. \quad (\S 8, 4) \dots \dots \dots (1)$$

Er
$$\left. \begin{aligned} a + b \sqrt{-1} &= \alpha + \beta \sqrt{-1} \\ \text{saa er} \quad a &= \alpha \\ \text{og} \quad b &= \beta \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (2)$$

Thi da $\sqrt{-1}$ ifølge Ligningen § 8, 2 med samme Føie kan tages i Betydningen -1 som $+1$, saa indbefatter Ligningen, $a + b \sqrt{-1} = \alpha + \beta \sqrt{-1}$, to Ligninger, nemlig

$$a + b (+1) = \alpha + \beta (+1)$$

$$a + b (-1) = \alpha + \beta (-1)$$

Altsaa $2a = 2\alpha$

og $a = \alpha$

Ligeledes $2b = 2\beta$

og $b = \beta$.

Er $a + b \sqrt{-1} = 0$
 saa er $a = 0$
 og $b = 0$ } (3)

Thi er $a + b \sqrt{-1} = a + b (+1) = 0,$

saa er $a + b \sqrt{-1} = a + b (-1) = 0.$

Altsaa $2a = 0$

$$2b = 0$$

$$a = 0$$

$$b = 0.$$

$$(a + b \sqrt{-1}) + (\alpha + \beta \sqrt{-1}) = (a + \alpha) + (b + \beta) \sqrt{-1} \quad . . \quad (4)$$

$$(a + b \sqrt{-1}) - (\alpha + \beta \sqrt{-1}) = (a - \alpha) + (b - \beta) \sqrt{-1} \quad . . \quad (5)$$

Satserne (4) og (5) ere øiensynlig sande, hvad enten man lader $\sqrt{-1}$ gjælde + 1 eller - 1.

Ifølge Ligningen 3, § 8 er

$$\begin{aligned} (\sqrt{-a^2})^2 &= a(-a), \\ &= (-a)a, \end{aligned}$$

og overensstemmende med $\left(\sqrt{\pm A}\right)^m$, § 6, naar $-A = -a^2$, og $m > n$.

$$\begin{aligned} (\sqrt{-a^2})^{2m} &= a_1 (-a)_1 a_2 (-a)_2 \dots a_m (-a)_m \\ &= (-a)_1 a_1 (-a)_2 a_2 \dots (-a)_m a_m \end{aligned}$$

Altsaa $(\sqrt{-a^2})^{2m} = (\pm a)_1 (\mp a)_1 \dots (\pm a)_m (\mp a)_m$

og $(\pm \sqrt{-a^2})^{2m} = [\pm(\pm a)]_1 [\pm(\mp a)]_1 \dots [\pm(\pm a)]_m [\pm(\mp a)]_m.$

Produktet af det første Par af disse Dobbeltparentheser er

$= -a_2$, hvilket ogsaa er Tilfældet med hvert af de følgende Par, hvoraf der i det Hele er m . Altsaa

$$(\pm \sqrt{-a^2})^{2m} = (-a^2)^m$$

$$(\pm a \sqrt{-1})^2 = (\pm a \sqrt{-1})(\pm a \sqrt{-1}) = a^2 (-1^2) = -a^2$$

$$[(\pm a \sqrt{-1})^2]^m = (\pm a \sqrt{-1})^{2m} = (-a^2)^m$$

altsaa $(\pm \sqrt{-a^2})^{2m} = (\pm a \sqrt{-1})^{2m} = (-a^2)^m \quad (6)$

og naar man giver m Værdierne: 2, 4, 6 o. s. v. udkommer

$$(\pm \sqrt{-a^2})^4 = (\pm a \sqrt{-1})^4 = a^4 \quad (7)$$

$$(\pm \sqrt{-a^2})^8 = (\pm a \sqrt{-1})^8 = a^8 \quad (8)$$

$$(\pm \sqrt{-a^2})^{12} = (\pm a \sqrt{-1})^{12} = a^{12} \quad (9)$$

O. S. V.

Og, naar $a = 1$, altsaa $-a^2 = -1^2 = -1$,

$$(\pm \sqrt{-1})^4 = 1 \quad (10)$$

$$(\pm \sqrt{-1})^8 = 1 \quad (11)$$

$$(\pm \sqrt{-1})^{12} = 1 \quad (12)$$

O. S. V.

Giver man i Ligningen (6) m Værdierne 1, 3, 5 o. s. v. udkommer

$$(\pm \sqrt{-a^2})^2 = (\pm a \sqrt{-1})^2 = -a^2 \quad (13)$$

$$(\pm \sqrt{-a^2})^6 = (\pm a \sqrt{-1})^6 = -a^6 \quad (14)$$

$$(\pm \sqrt{-a^2})^{10} = (\pm a \sqrt{-1})^{10} = -a^{10} \quad (15)$$

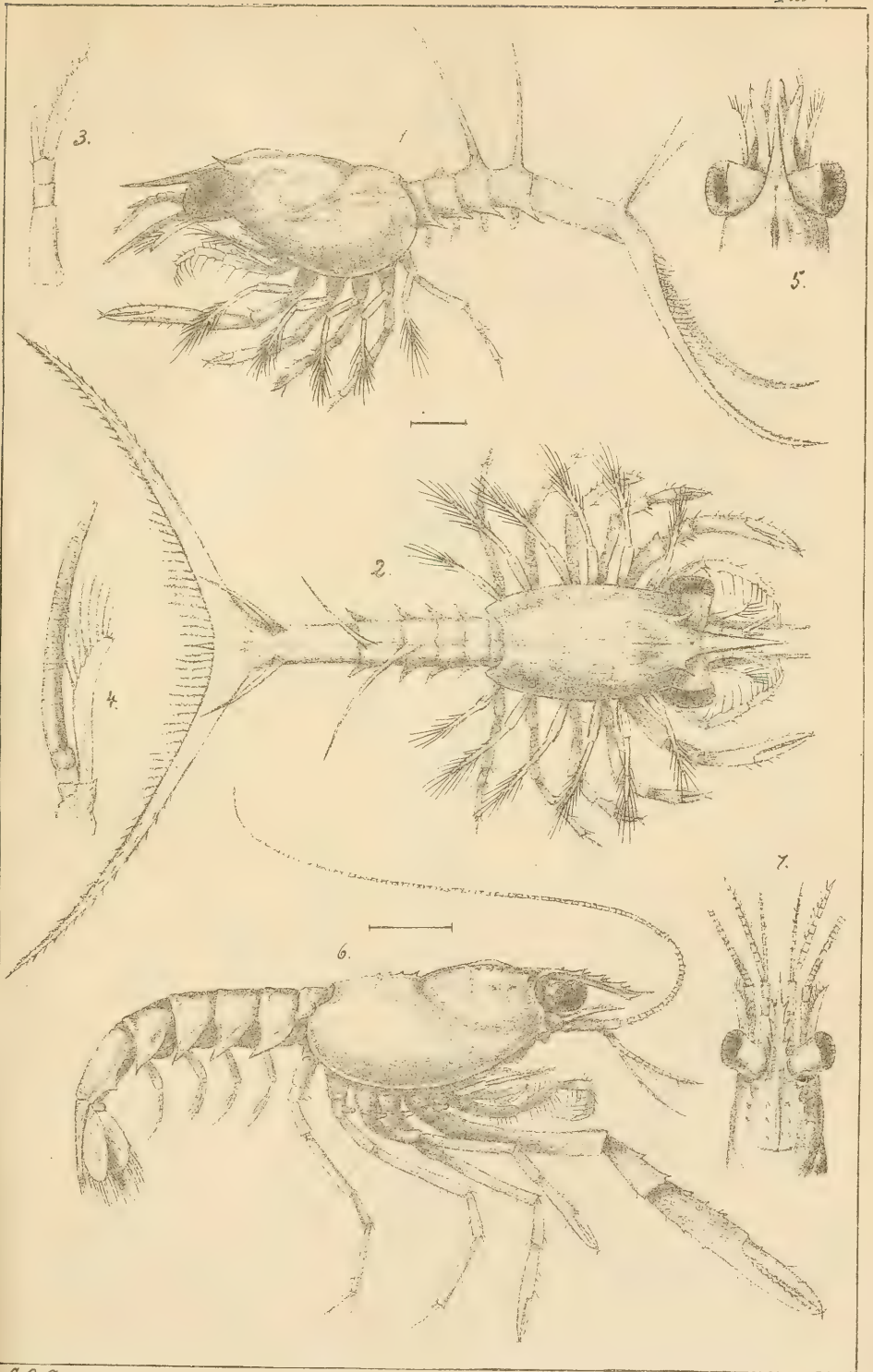
O. S. V.

$$(\pm \sqrt{-1})^2 = -1 \quad (16)$$

$$(\pm \sqrt{-1})^6 = -1 \quad (17)$$

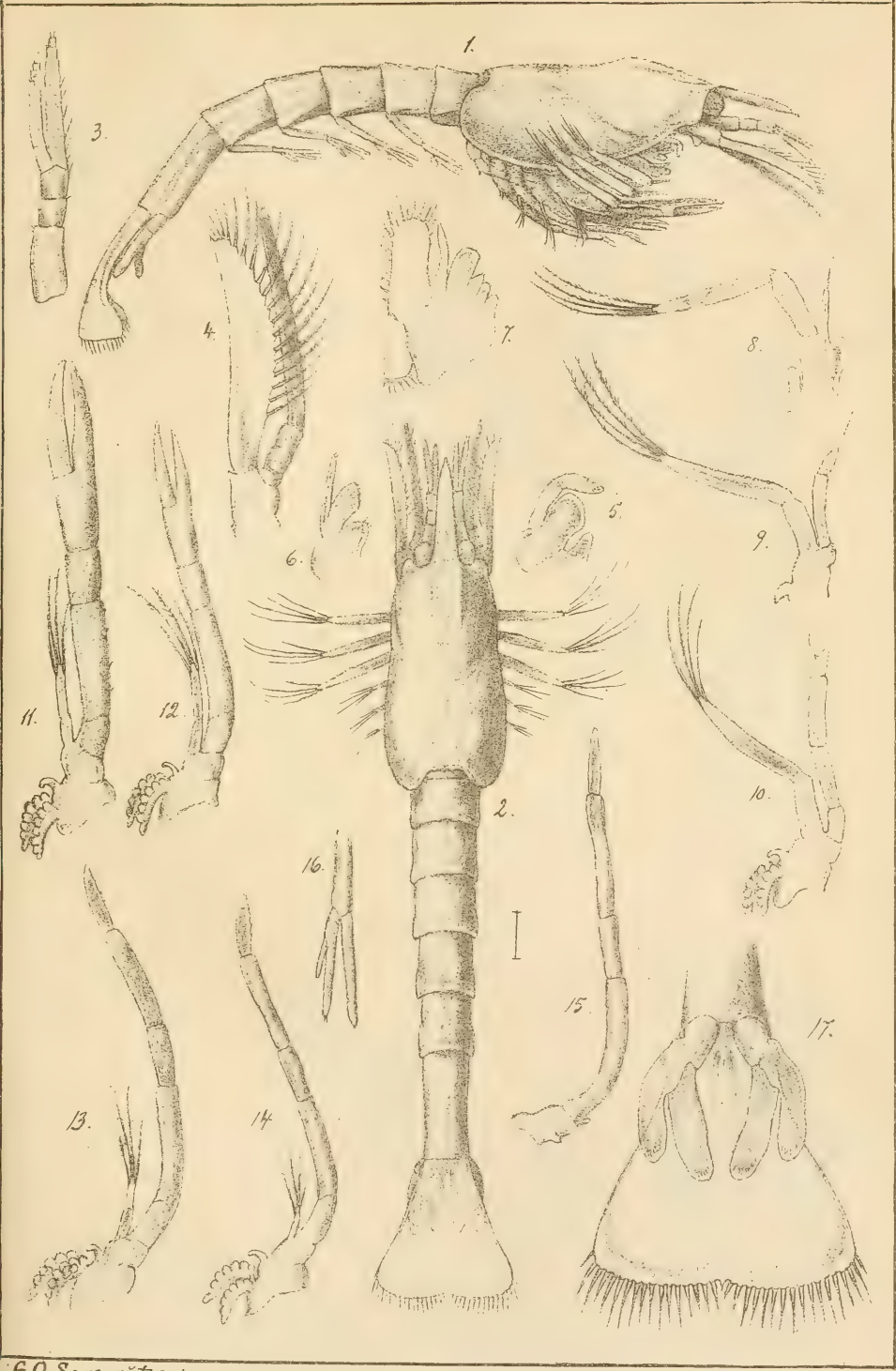
$$(\pm \sqrt{-1})^{10} = -1 \quad (18)$$

O. S. V.



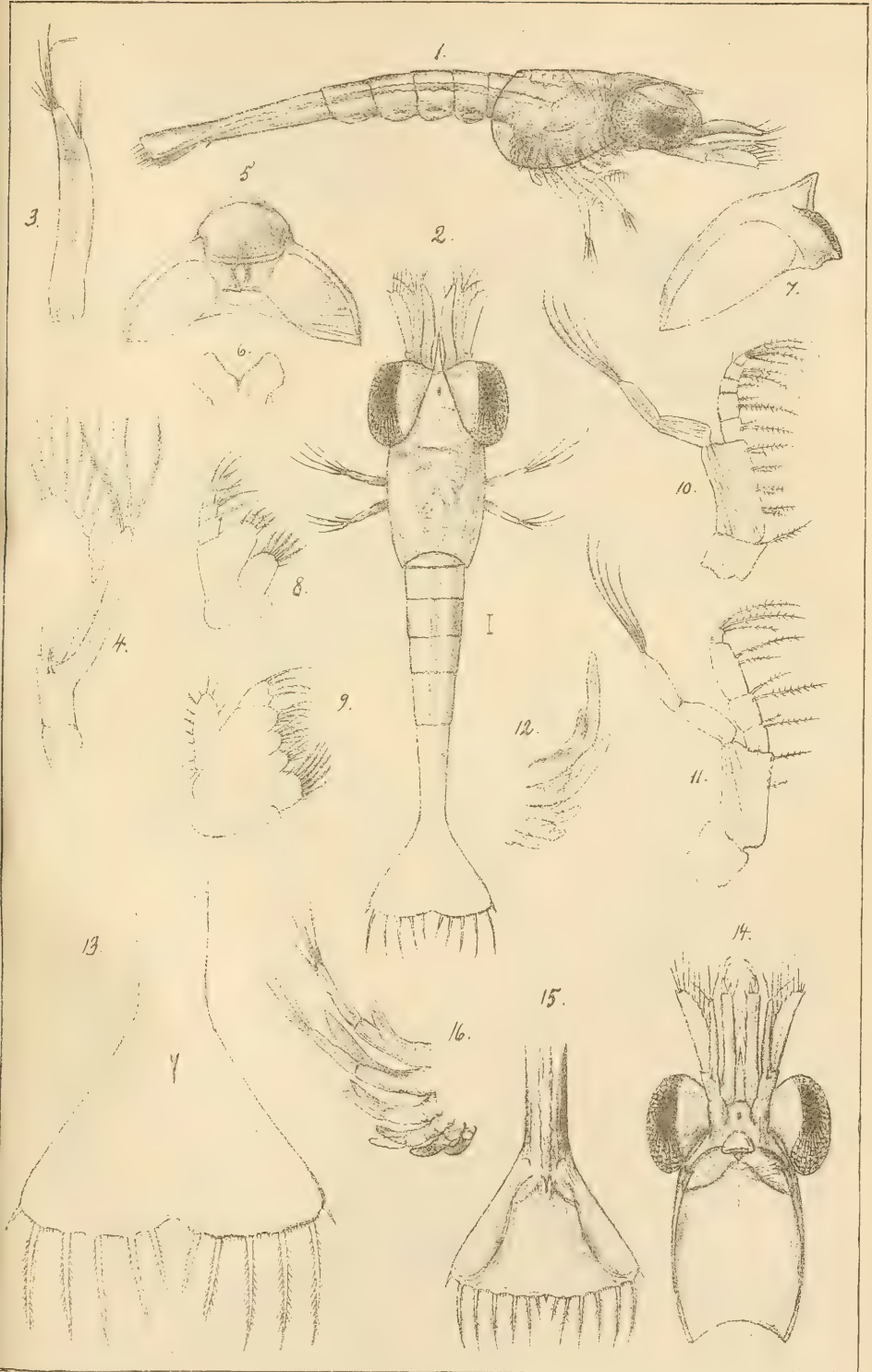
G.O. Sars auctogr.

Nephrops norvegicus, Lin.



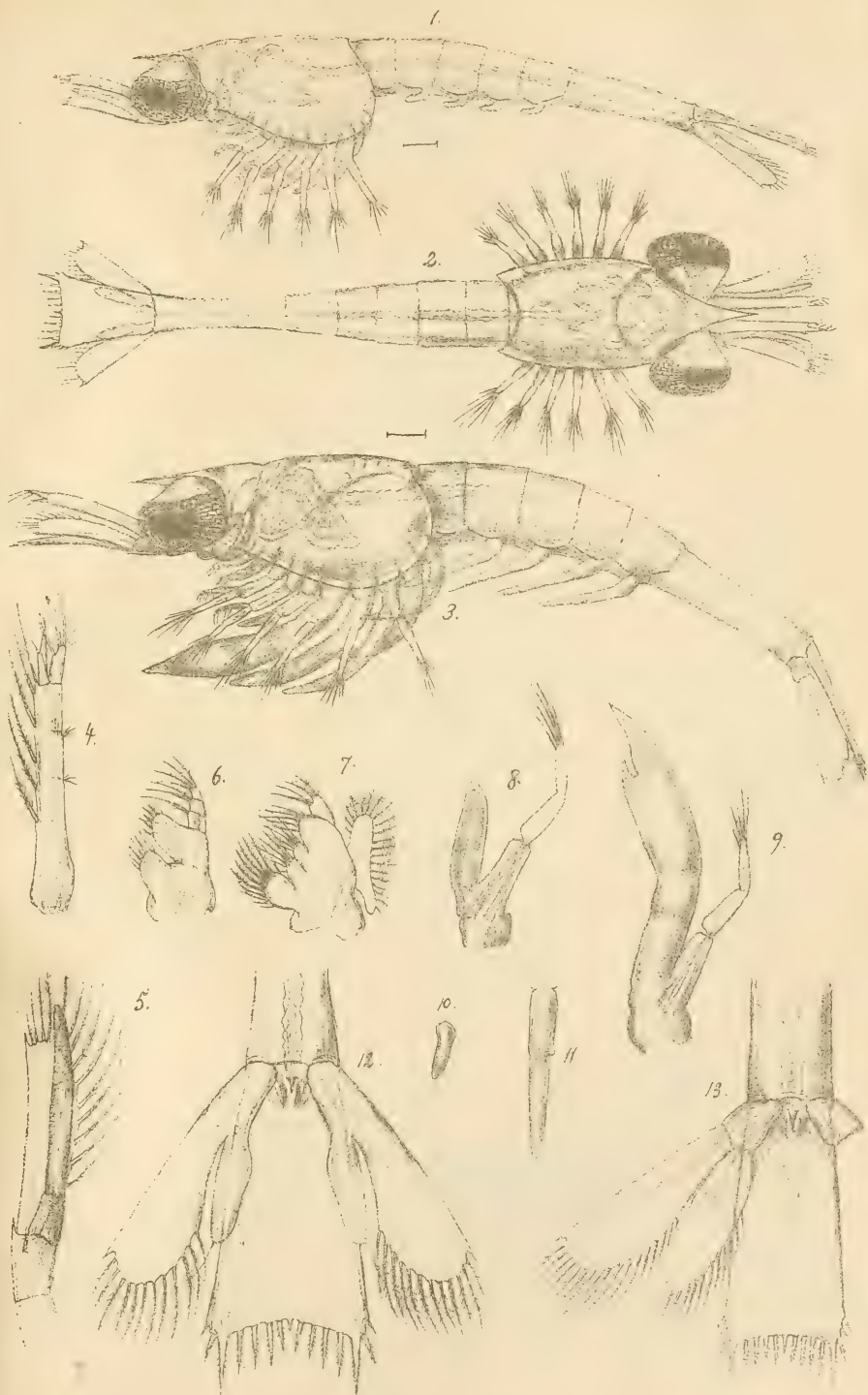
G.O. Sars auctogr.

Calocaris Macandrea, Bell.



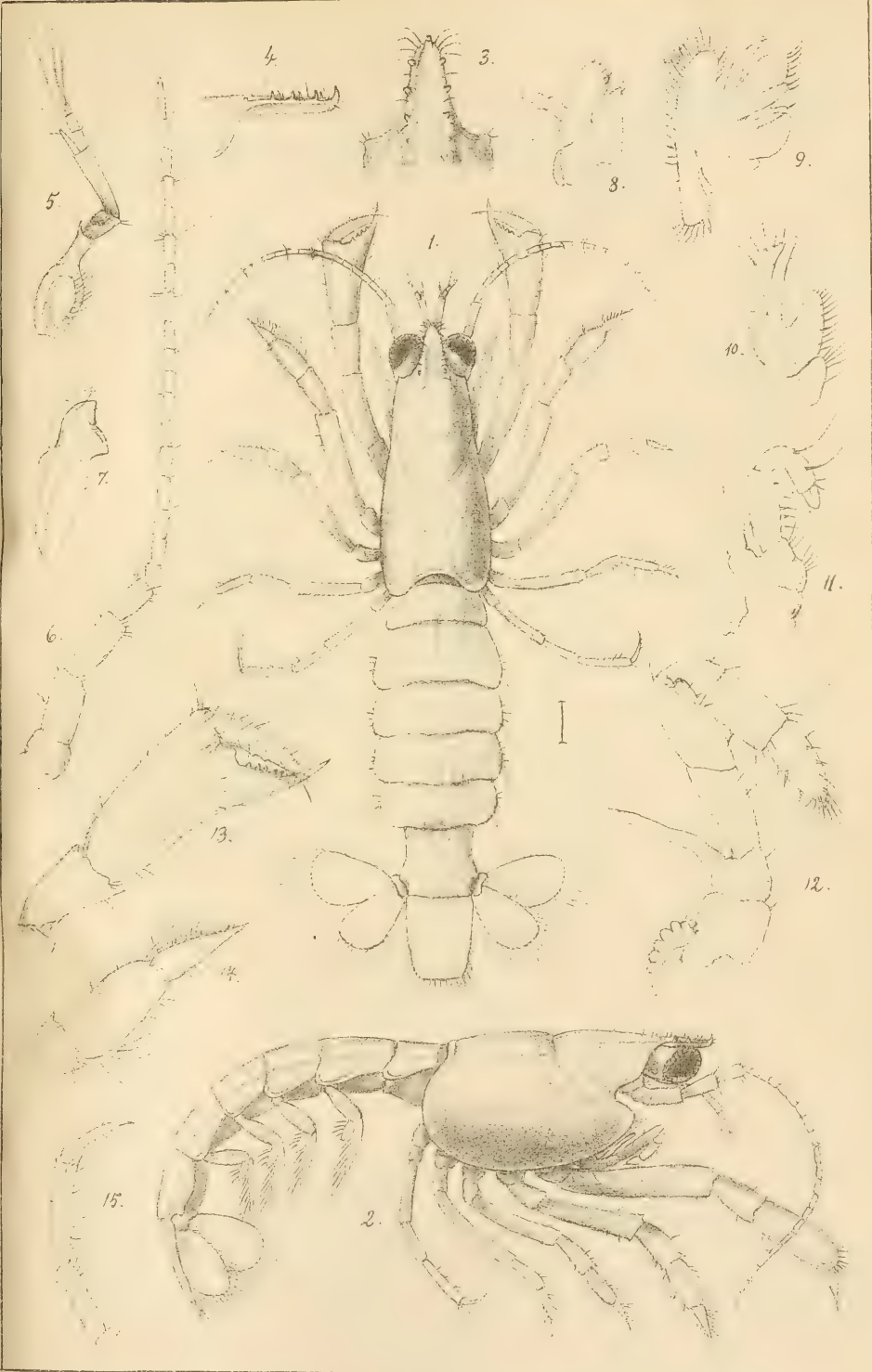
G. O. Sars auctogr.

Gebia littoralis, Risso.



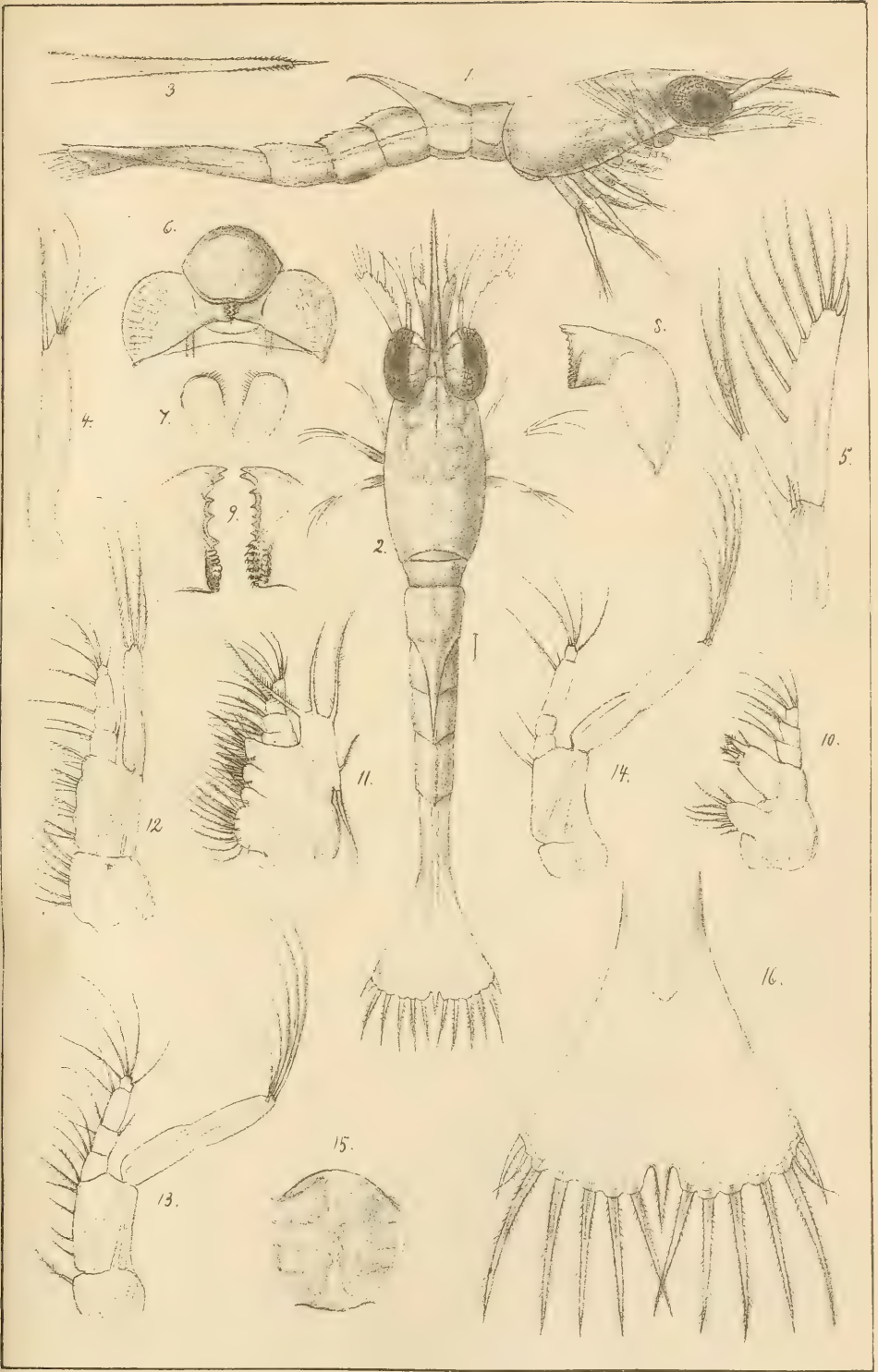
G.O. Sars autogr.

Gebia littoralis, Risso.



G.O. Sars auctogr.

Gebia littoralis, Risso.



G.O. Sars autogr.

Calocaris Macandrea, Bell.



G.O. Sars autogr.

Calocaris Macandrea, Bell.

$$(\pm \sqrt{-a^2})^{2m+1} = (\pm a \sqrt{-1})^{2m+1} = (-a^2)^m (\pm a \sqrt{-1}) \dots (19)$$

Giver man i denne Ligning m Værdierne: 1, 2, 3, o. s. v. udkommer

$$(\pm \sqrt{-a^2})^3 = (\pm a \sqrt{-1})^3 = \mp a^3 \sqrt{-1} \dots (20)$$

$$(\pm \sqrt{-a^2})^5 = (\pm a \sqrt{-1})^5 = \pm a^5 \sqrt{-1} \dots (21)$$

$$(\pm \sqrt{-a^2})^7 = (\pm a \sqrt{-1})^7 = \mp a^7 \sqrt{-1} \dots (22)$$

o. s. v.

$$(\pm \sqrt{-1})^3 = \mp \sqrt{-1} \dots (23)$$

$$(\pm \sqrt{-1})^5 = \pm \sqrt{-1} \dots (24)$$

$$(\pm \sqrt{-1})^7 = \mp \sqrt{-1} \dots (25)$$

o. s. v.

$$(\alpha \pm \beta \sqrt{-1})(\alpha \mp \beta \sqrt{-1}) = \alpha^2 + \beta^2 \dots (26)$$

Ved Hjælp af Newtons Binominelformel og Specialværdierne af Ligningen (6) og (19) finder man

$$(\alpha \pm \beta \sqrt{-1})^m = \pm A \pm B \sqrt{-1} \dots (27)$$

hvor A og B have de samme Værdier som i Ligningen 27, og naar $B=0$, $(\alpha \pm \beta \sqrt{-1})^m = \pm A \dots (28)$

Er
$$\frac{a + b \sqrt{-1}}{\alpha + \beta \sqrt{-1}} = p + q \sqrt{-1}$$

saa lader sig ved Hjælp af Læresætningen (2) bevise, at

$$p = \frac{\alpha a + \beta b}{\alpha^2 + \beta^2}$$

$$q = \frac{\alpha b - \beta a}{\alpha^2 + \beta^2}$$

altsaa
$$\frac{a + b \sqrt{-1}}{\alpha + \beta \sqrt{-1}} = \frac{\alpha a + \beta b}{\alpha^2 + \beta^2} + \frac{\alpha b - \beta a}{\alpha^2 + \beta^2} \sqrt{-1} \dots (29)$$

Som bekendt er

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{1 \cdot 2} + \frac{x^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{x^4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{x^5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{x^6}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} \text{ etc.}$$

Sættes i denne Ligning $x\sqrt{-1}$ i Stedet for x , saa findes ved Hjælp af Specialværdierne af Ligningerne (6) og (19) at

$$e^{x\sqrt{-1}} = 1 + x\sqrt{-1} - \frac{x^2}{1.2} - \frac{x^3\sqrt{-1}}{1.2.3} + \frac{x^4}{1.2.3.4} \\ + \frac{x^5\sqrt{-1}}{1.2.3.4.5} - \frac{x^6}{1.2.3.4.5.6} \text{ etc.}$$

Sættes i samme Ligning $-x\sqrt{-1}$ i Stedet for x , udkommer

$$e^{-x\sqrt{-1}} = 1 - x\sqrt{-1} - \frac{x^2}{1.2} + \frac{x^3\sqrt{-1}}{1.2.3} + \frac{x^4}{1.2.3.4} \\ - \frac{x^5\sqrt{-1}}{1.2.3.4.5} - \frac{x^6}{1.2.3.4.5.6} \text{ etc.}$$

altsaa
$$\frac{e^{x\sqrt{-1}} + e^{-x\sqrt{-1}}}{2} = 1 - \frac{x^2}{1.2} + \frac{x^4}{1.2.3.4} \\ - \frac{x^6}{1.2.3.4.5.6} \text{ etc.} = \cos. x \dots (30)$$

og
$$\frac{e^{x\sqrt{-1}} - e^{-x\sqrt{-1}}}{2\sqrt{-1}} = x - \frac{x^3}{1.2.3} + \frac{x^5}{1.2.3.4.5} \text{ etc.} \\ = \sin. x \dots (31)$$

Sammenholder man ethvert No. af denne Paragrafs første 31 Sæts med det samme No. i Parenthese af de følgende Sæts, saa finder man at $\sqrt{-1}$, sat i Stedet for $V\sqrt{-1}$, overalt fører til samme Resultat, som $V\sqrt{-1}$, undtagen hvor $V\sqrt{-1}$ leder til et imaginært Resultat, i hvilket Fald $\sqrt{-1}$ fører til et dobbelttydigt Resultat.

§ 10.

Læresætning: Multiplicerer man med hinanden to Tal, hvoraf ethvert er en Sum af to hele Kvadrattal, saa

bliver ogsaa Produktet en Sum af to hele Kvadrattal*).

Til denne Læresætning kommer man i Læren om imaginære Størrelser paa følgende maade: $(\alpha^2 + \mathcal{Z}^2)$ og $(\alpha_1^2 + \mathcal{Z}_1^2)$ være de to Summer, medens α , \mathcal{Z} , α_1 , \mathcal{Z}_1 ere hele Tal. Man faar da

$$(\alpha + \mathcal{Z} \sqrt{-1})(\alpha_1 + \mathcal{Z}_1 \sqrt{-1}) = \alpha\alpha_1 - \mathcal{Z}\mathcal{Z}_1 + (\alpha\mathcal{Z}_1 + \alpha_1\mathcal{Z})\sqrt{-1} \dots 1$$

$$(\alpha - \mathcal{Z} \sqrt{-1})(\alpha_1 - \mathcal{Z}_1 \sqrt{-1}) = \alpha\alpha_1 - \mathcal{Z}\mathcal{Z}_1 - (\alpha\mathcal{Z}_1 + \alpha_1\mathcal{Z})\sqrt{-1} \dots 2$$

og, naar man multiplicerer med hinanden disse Ligningers paa samme Side af Lighedstegnet staaende Dele,

$$(\alpha^2 + \mathcal{Z}^2)(\alpha_1^2 + \mathcal{Z}_1^2) = (\alpha\alpha_1 - \mathcal{Z}\mathcal{Z}_1)^2 + (\alpha\mathcal{Z}_1 + \alpha_1\mathcal{Z})^2 \dots 3$$

Lader man α_1 og \mathcal{Z}_1 bytte Plads med hinanden i den første del af Ligningen 1 og 2, udkommer

$$(\alpha^2 + \mathcal{Z}^2)(\alpha_1^2 + \mathcal{Z}_1^2) = (\alpha\mathcal{Z}_1 - \alpha_1\mathcal{Z})^2 + (\alpha\alpha_1 + \mathcal{Z}\mathcal{Z}_1)^2 \dots 4$$

Alle disse Ligninger ere ubegribelige, theoretisk falske. Thi de ere baserede paa den usande Forudsætning, at der gives en Kvadratrod af -1 . Ligningerne 3 og 4 ere imidlertid faktisk sande. Thi sætter man f. Ex. $\alpha = 2$, $\mathcal{Z} = 1$, $\alpha_1 = 3$, og $\mathcal{Z}_1 = 2$ i Ligningerne 3 og 4, udkommer

$$(2^2 + 1^2)(3^2 + 2^2) = (2 \cdot 3 - 1 \cdot 2)^2 + (2 \cdot 2 + 3 \cdot 1)^2 = 4^2 + 7^2.$$

$$(2^2 + 1^2)(3^2 + 2^2) = (2 \cdot 2 - 3 \cdot 1)^2 + (2 \cdot 3 + 2 \cdot 1)^2 = -1^2 + 8^2.$$

Bemeldte Læresætning lader sig bevise paa følgende Maade:

$$(\alpha + \mathcal{Z} \sqrt{-1})(\alpha_1 + \mathcal{Z}_1 \sqrt{-1}) = \alpha\alpha_1 - \mathcal{Z}\mathcal{Z}_1 + (\alpha\mathcal{Z}_1 + \alpha_1\mathcal{Z})\sqrt{-1} \dots (1)$$

$$(\alpha - \mathcal{Z} \sqrt{-1})(\alpha_1 - \mathcal{Z}_1 \sqrt{-1}) = \alpha\alpha_1 - \mathcal{Z}\mathcal{Z}_1 - (\alpha\mathcal{Z}_1 + \alpha_1\mathcal{Z})\sqrt{-1} \dots (2)$$

multipliserer man med hinanden disse Ligningers paa samme Side af Lighedstegnet staaende Dele, udkommer

$$(\alpha^2 + \mathcal{Z}^2)(\alpha_1^2 + \mathcal{Z}_1^2) = (\alpha\alpha_1 - \mathcal{Z}\mathcal{Z}_1)^2 + (\alpha\mathcal{Z}_1 + \alpha_1\mathcal{Z})^2 \dots (3)$$

Lader man α_1 og \mathcal{Z}_1 bytte Plads med hinanden i den første Del af Ligningen (1) og (2), udkommer

*) Cauchy's Cours d'analyse 1ste partie pag. 181.

$$(\alpha^2 + \mathcal{Z}^2)(\alpha_1^2 + \mathcal{Z}_1^2) = (\alpha\mathcal{Z}_1 - \alpha_1\mathcal{Z})^2 + (\alpha\alpha_1 + \mathcal{Z}\mathcal{Z}_1)^2 \dots (4)$$

Af Ligningerne 1, 2, 3, 4 fremgaar, at der af Operationer med imaginære Størrelser kan resultere Ligninger, hvor $\sqrt{-1}$ er bortfaldt paa begge Sider af Lighedstegnet. Af Ligningerne (1), (2), (3), (4) fremgaar, at naar man i bemeldte Størrelser ombytter $\sqrt{-1}$ med $\overline{-1}$, saa føre de samme Operationer til det samme Resultat.

Til de i denne og i den forudgaaende § anførte 33 dels kvantitativ, dels kvalitativ forskjellige Exempler paa, hvorledes Algorithmten for $\overline{-1}$ svarer til Algorithmten for $\sqrt{-1}$, kan endnu føies de mange ligeledes dels kvantitativ, dels kvalitativ forskjellige Exempler, som ere fremhævede i §§ 9, 10 og 11 i den i dette Archivs 7de Bind indrykkede Opsats med Overtkrift: »Skulde der ikke lade sig finde et reelt matematisk Udtryk, der kunde overtage de imaginære Størrelsers Rolle eller gjøre den samme Tjeneste, som disse Størrelser?» Med de omhandlede Exempler for Øie kan man vel fastslaa som almengjældende Regel:

Alternationsroden, $\overline{-1}$, gjør den samme Tjeneste, som den ikke eksisterende Rod, $\sqrt{-1}$, paa det nær, at den leverer en dobbelttydig Størrelse, hvor $\sqrt{-1}$ giver Anvisning paa en imaginær Størrelse. Forskjellen mellem disse Størrelser bestaar med Hensyn til Formen blot deri, at den første indeholder $\overline{-1}$, hvor den sidste indeholder $\sqrt{-1}$. Algorithmten for $\overline{-1}$ er altsaa forsaaavidt righoldigere, end Algorithmten for $\sqrt{-1}$, som $\overline{-1}$ leverer en virkelig Størrelse, hvor $\sqrt{-1}$ leverer en Størrelse, som ikke er til.

Ved at optage $\overline{-1}$ i Stedet for $\sqrt{-1}$ vilde man altsaa undgaa de imaginære Størrelser paa den Maade, at man gjorde dem reelle. Som et nærliggende Exempel herpaa, og paa at $\overline{\pm A}$ kan gjøre Fyldest for $\sqrt{\pm A}$, kan maaske endnu tilføies:

tænker sig at $\pm y$ under Passagen gennem bemeldte Punkt slaar over til $\mp y$ eller ikke.

Hvad der i det forudgaaende er fremhævet angaaende Algorithmen for $\sqrt{-1}$ og Algorithmen for $\sqrt{-1}$ lader sig sammenfatte saaledes:

Algorithmen for $\sqrt{-1}$ bestaar af tre Slags Ligninger: a Ligninger, hvori $\sqrt{-1}$ optræder paa begge Sider af Lighedstegnet, b Ligninger, hvori $\sqrt{-1}$ optræder kun paa den ene Side af Lighedstegnet, og c Ligninger, hvori $\sqrt{-1}$ er bortfaldt paa begge Sider af Lighedstegnet. Algorithmen for $\sqrt{-1}$ bestaar ligeledes af tre Slags Ligninger: (a) Ligninger, hvori $\sqrt{-1}$ optræder paa begge Sider af Lighedstegnet, (b) Ligninger, hvori $\sqrt{-1}$ optræder kun paa den ene Side af Lighedstegnet og (c) Ligninger, hvori $\sqrt{-1}$ er bortfaldt paa begge Sider af Lighedstegnet. Enhver Ligning af Klassen a og b gjenfindes henholdsvis i Klassen (a) og (b) paa det nær, at $\sqrt{-1}$ er traadt i Stedet for $\sqrt{-1}$. Enhver Ligning af Klassen c gjenfindes uforandret i (c). Enhver Ligning i Algorithmen for $\sqrt{-1}$ er en Fiktion, af Klassen a og b endog en meningsløs Fiktion. Thi enhver Operation med $\sqrt{-1}$, et non-ens, er non-sens. Enhver Ligning i Algorithmen for $\sqrt{-1}$ er en bevist, virkelig Sats, Læresætning. Det træffer sig altsaa saaledes, at det ved Hjælp af $\sqrt{-1}$ frembragte Digt i visse Tilfælde svarer til Virkeligheden. f. Ex. Ligningerne 3 og 4 i § 10. Og herpaa beror Brugbarheden af de imaginære Størrelser, eller rettere: af den imaginære Kvadratrod.

Norske ertsforekomster.

AF

I. H. L. VOGT.

I.

Jernertser m. m. ved yngre granit og syenit.

Studiet af de i de krystallinske skifere optrædende ertsforekomster danner en af de vanskeligste brancher inden geologien; jeg har derfor anseet det for ønskeligt eller endog næsten nødvendigt at begynde den følgende svite undersøgelser over de mange grupper, hvortil de norske ertsforekomster samler sig, med en oversigt over de i de yngre, siluriske skifere optrædende ertser (nemlig de ertsgrupper, som er knyttede til vore yngre eruptiver, granit og syenit paa den ene side, diabas, diorit, m. m. paa den anden). Det er nemlig meget lettere at udrede forholdene ved disse forekomster end ved de i grundfjeldet optrædende, idet den geologiske forskning i sin almindelighed har kunnet give et nogenlunde klart billede af de forhold, som vedrører de fossilførende skiktens historie, medens derimod vort kjendskag til grundfjeldet og dets dannelse er overmaade ringe.

Allerede prof. *B. M. Keilhau*¹⁾ beskæftigede sig med studiet af de til den yngre granit bundne forekomster; han forstod dem for en del, idet han kom til det resultat, at de stod i en eller anden relation til graniten, men et nøjere indblik i deres geologi kunde han ikke faa, idet han fuldstændig misforstod graniten og dens dannelse. Som bekjendt antog han, at graniten var fremkommet ved en hemmelighedsfuld omdannelse af de siluriske skifere; da alle de hidhørende forekomster optræder i de forhærdede skiferes zone, altsaa i det formodede »overgangsled« mellem graniten og siluren, opfattede han jernertsen som en ejendommelig kontaktdannelse, født ved transmutationen mellem de to hovedled. — Prof. *Th. Kjerulf*²⁾ har senere nøjere klargjort forbindelsen mellem graniten og ertsen; han har for det første fremholdt, at ertsen altid holder sig i nærheden af granitgrænsen, og dernæst paavist, at den optræder i alle mulige etager, hvoraf følger, at ertsen ikke er bundet til noget bestemt niveau i skiferrækken, men at den forekommer aldeles uafhængig af denne; af det generelle forhold mellem ertsen og eruptiven drages den slutning, at hin er en direkte affødning af denne, eller at

»ertserne, som ikke tilhøre etagerne, er som fuldkommen fremmede indkomne med eruptiverne«.

Det var mit ønske, fornemmelig for at kunne drage sammenligninger med andre eruptive ertsgrupper, at foretage en noget mere detailleret undersøgelse af de her behandlede forekomster. Det maa forøvrigt bemærkes, at en skarpt indgaaende granskning af disse kun kan foretages i forbindelse med en chemisk-petrografisk undersøgelse af de forskellige skiferes kontakt-metamorfose — en opgave, som for det første forudsætter et meget nøjere kjendskab til de siluriske skifere,

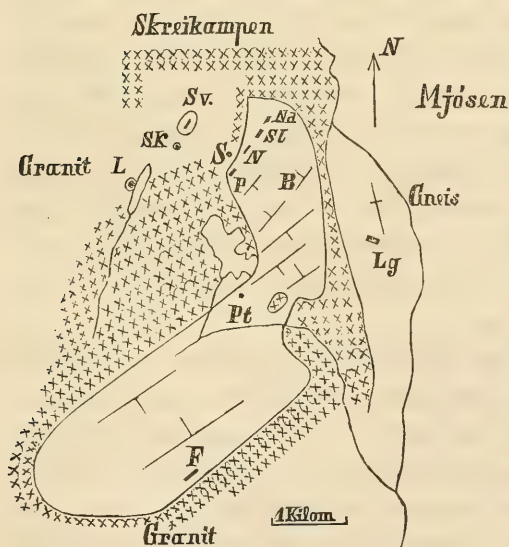
¹⁾ Se *Gæa norvegica*. Kristiania-Territorium.

²⁾ Se *Udsigt over det sydlige Norges geologi*. Ertser, pag. 62.

end vi for øjeblikket besidder, og som dernæst fuldstændig laa udenfor min plan. I det følgende gjengives derfor kun de observationer, som angaar selve ertsen og dens dannelse.

Tager vi for os et oversigtskart over det N. og V. for Kristiania værende granit- (og syenit) felt, f. ex. *Keilhaus* kart i Gæa norvegica (hvor de vigtigste af gruberne er afsatte), saa sees det, at der næsten overalt langs grænsen findes en mængde gamle gruber og skjærp, som i regelen fører jernertser, sjældnere kobberertser, blyglans m. m. Et meget stort antal af forekomsterne er samlede i to store hovedfelt, det ene beliggende ved Skreikampen (pr. Mjøsæn),

Fig. 1.



(Maalestok 1 : 100.000.)

Kart over Skreia grubefelt.

Jerngruber i det store silurfelt.

Nd. Nordgruben.

Sl. Salomon.

N. Nyberg.

P. Pauls' grube.

B. Bækkergruben.

Pt. Put grube.

F. Flesvig grube.

Jerngruber i de smaa, i graniten liggende brudstykker.

S. Stiger skjærp.

Sv. Svenske-skjærpet.

Sk. Skjærpet.

L. Langtjærn grube.

Jerngrube inde i grundfjeldet.

Lg. Langgaards grube.

det andet paa V.- og S.-siden af Drammen, men ogsaa overalt ellers ved grænsen er der en hel del, oftest isoleret lig-

gende ertsbrud. Vi skal begynde den følgende fremstilling med en kort, generel oversigt over forholdene ved de to hovedfelt.

Ved Skreikampen ligger de allerfleste af forekomsterne inde i et meget stort skiferfelt (silurisk etage 4—7), som paa alle sider omgives af granit, se den medfølgende kartskitse (fig. 1). Paa V.- og S.-siden støder skiferfeltet op mod den store granitmasse, som strækker sig i vestlig retning henimod Randsfjorden og i sydlig henimod Kristiania; paa O.-siden derimod adskilles feltet ved en liden granitkile, hvis bredde paa det smaleste kun er ca. 100 m., fra det grundfjeldsparti, som her gaar langs Mjøsens strand. Det sees heraf, at silurfeltet, hvis længde er ca. 7 kilom. og bredde 1—2 kilom., oppe i dagen viser sig som en af graniten fuldstændig begrænset skifer-ø. Der kan her gives to muligheder: enten er silurfeltet et løsrevet flag eller brudstykke, som ligger inde i selve graniten, eller det er kun ganske tilfældig bleven omkranset af granit, idet det hviler paa de underliggende etager 3, 2 (og 1) og disse igjen paa grundfjeldet.

Med sikkerhed at afgjøre lejningsforholdene kan man paa det nuværende standpunkt ikke; vi skal derfor indskrænke os til kortelig at omtale et par punkter, som efter min mening gjør det sandsynligt, at det store felt kun er at opfatte som et løst flag.

Inde i graniten har man altid langs grænsen en mængde brudstykker (af siluriske skifere, grundfjeldsbergarter, m. m.), som i regelen vistnok er ganske ubetydelige, men som dog undertiden kan antage ganske anseelige dimensioner (adskillige 100 m.). Af meget store brudstykker kan nævnes følgende: brudstykket i Hamrefjeld pr. Ekernsjøen, hvorfra de bekjendte vesuvianer hentes; størrelsen af dette maa regnes efter 100 m. og ikke efter 1 m., om end nøjagtige tal ikke kan angives; paa selve Skreikampen, lidt S.O. for toppen, findes, i afstand ca. 1 kilom. fra granitgrænsen, et brud-

stykke, som er ca. 300 m. langt og ca. 150 m. bredt; ca. 15 kilom. V. for Hurdaleus kirke er et brudstykke af længde og bredde oppe i dagen ca. 1—2 kilom. Det sees heraf, at der, med hensyn til dimensionerne, er gradvise overgange mellem de ordinære, smaa brudstykker og det store, her omhandlede skiferfelt, hvoraf fremgaar, at det i og for sig ikke er nogen umulighed, at vort felt kun er et løsrevet flag.

Det viser sig meget jævnlig, f. ex. ved Oslo, ved Slemmestad og Nersnæs i Røken, ved Feiring kirke pr. Mjøsen, at direkte fra dybet stammende eruptiver har trængt sig frem mellem det faste grundfjeld paa den ene side og de løse, siluriske skifere paa den anden — et forhold, som ikke kan forklares paa anden maade, end at modstanden mod eruptivens fremtrængen var mindst ved selve grænsen. I analogi hermed er det sandsynligt, at den smale granitgang, som adskiller de siluriske skifere i vort felt fra grundfjeldet, ogsaa er kommet direkte op fra dybet, og at den ikke kun er bleven tilfældig injiceret fra siden. Hvis det sidste skulde være tilfælde, maatte man antage, at granitgangen skulde adskille etage 4 i skiferfeltet fra de direkte under samme hørende etager, altsaa fra etage 3, 2 (og 1), idet disse neppe kunde være blevne aldeles opslugte af en liden, fra siden injiceret gang, men vi finder dog, at graniten deler mellem grundfjeldet paa den ene side og etage 4 paa den anden.

Paa flere steder paa O.-siden af skiferfeltet kan man i de steile fjeldvægge direkte iagttage granitens forhold til silurfeltet; profilerne viser altid, at graniten paa dybet stikker ind under siluren, paa samme maade som f. ex. ved Narverud grube, se profil, fig. 3; ikke noget sted sees graniten som dække at hvile paa siluren.

Inde i silurfeltet er skiferen foldet om axelinjer, hvis retning er ONO.—VSV. eller O. 35° til N.—V. 35° til S. I feltets søndre del har man kun en enkelt mulde, i den nordre del derimod to mulder, forbundne ved en sadel, se profilræk-

ken i min indberetning til den geol. undersøgelse, 1882¹⁾. I mulden i feltets søndre del optræder, saavidt det kan afgjøres, silurisk etage 4; i bunden af den samme fold har man derimod længere mod ONO. (ved Sandvikbækken) de højere liggende etager 5, 6 og 7 og først i større dyb kommer etage 4. Da de punkter, hvor de øvre etager (ved Sandvikbækken) findes, ikke ligger i større, men snarere i mindre højde over havet end det udgaaende af etage 4 i foldens fortsættelse mod VSV., kan axelinjen neppe ligge aldeles horizontal, men maa hælde ud mod Mjøsen (mod ONO.).

Vi skal, paa grundlag af de foretagne undersøgelser, forsøge nøjere at illustrere forholdet ved granitens frembrud. — Granitens bænkning har paa mange steder i Skreikampen og i de store granitfjelde paa O.-siden af vort silurfelt et meget decideret fald ud mod Mjøsen, aldeles som tilfældet er f. ex. ved Idefjorden. Det er efter dette sandsynligt²⁾, at graniten oprindelig hævede sig som en mur langs Mjøsen; denne store indsænkning skulde altsaa — i det sydlige parti — i alle fald for en del skyldes den oprindelige konfiguration. Med denne opfatning stemmer ogsaa forholdene længere mod S. i omegnen af Feiring kirke: langs Mjøsens strand er grundfjeldet næsten overalt dækket af alunskifer, selve grundfjeldets overflade ligger altsaa her paa de fleste steder dybere end Mjøsens niveau, men lidt længere mod V. (mellem Røisie og landevejen Hurdal—Feiring) stikker grundfjeldet op i dagen, i højde antagelig ca. 150 m. over Mjøsen. Hvis vi ikke vil forudsætte hævnings eller dislokationer af

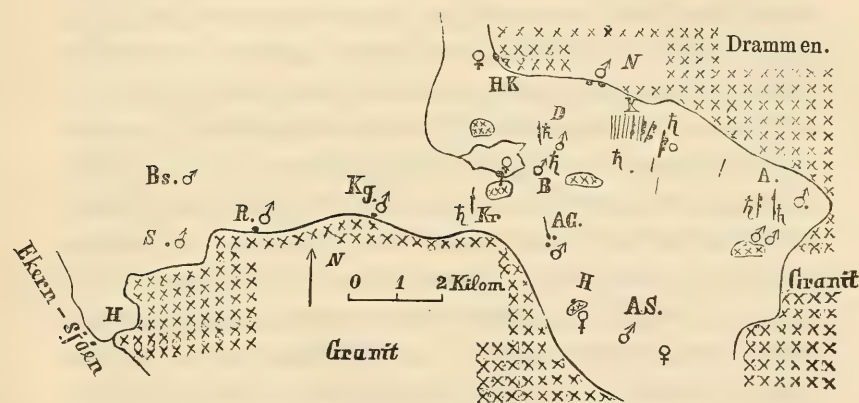
¹⁾ Nyt mag. f. naturv. 1883.

²⁾ Cfr. »Nogle bemærkninger om granit«, Kristiania videnskabs-selskabs forh. 1881. Jeg benytter her anledningen til at indskyde, at ogsaa ved hele den nordre del af Ekernvandet danner granitens bænke en meget regelmæssig indsænkning, i det hele og store svarende til den nuværende overflade

ynge dato, maa selve grundfjeldets overflade her tidlig have dannet en dalside ud mod Mjøsen.

Skreikampen danner det yderste (NO.-ligste) punkt i hele det store granitfelt; eruptiven maa altsaa her — efter al sandsynlighed — være kommet fremvæltende fra S. eller O., hvorefter den tilslut har stanset i en mur foran Mjøsen; det er da meget naturligt, at det skiferlag, som den løsrev og bar paa sin ryg, maatte blive løftet op i den indre (SV.-stre) ende. Nogen større omdrejning eller omvæltning af feltet har forøvrigt ikke fundet sted, idet nemlig skiferens strøg er

Fig. 2.



Kart over det Drammen'ske ertsfelt.

♂ jerngrube. ♀ kobbergrube. h blygrube. | grønstengang.

Jerngruber ved graniten.

- Bs. Besseberg.
- S. Saasen.
- R. Røkeberg (Krambodol).
- Kg. Korsegaard.
- B. Bjørnegruben.
- D. Dalemyr.
- A.G. Aaserud grube.
- A.S. Aaserud skjærp.
- N. Narverud grube.
- A. Austad grube.
- H.K. Henckels kisgrube.

Blyglansgruber m. m. ved grønstengange.

- K. Konerud gruber } Wedels-
- O. Oran grube } værk.
- A. Austad gruber.
- D. Dalemyr gruber.
- Kr. Krogsæter skjærp.

H. Hauksæter (ved granitgang).

det samme saavel inde i silur-øen som i det øvrige silur-territorium.

Det andet hovedfelt (se kart, fig. 2), nemlig omegnen af Drammen, har været gjort til gjenstand for indgaaende undersøgelser af prof. *Th. Kjerulf*¹⁾, som er kommet til det resultat, at graniten her ligger som en fod under silur-partierne. Det store, ca. 20 kilom lange silurfelt, hvori vore jerngruber ligger, mellem Jarlsberg kirke i O. og Ekernsjøen i V., omgives paa meget store strækninger af den yngre granit, nemlig paa hele S.- og O.-siden — naar undtages et sted ved Jarlsberg kirke, hvor graniten er afbrudt i en længde af et par kilom. — samt for en stor del ogsaa paa N.-siden. Midt inde i feltet viser der sig desuden paa flere steder (f. ex. ved Austad i O., ved Oran grube, saavel S. som N. for Haketjærn) temmelig store partier af granit, hvilke lidt nøjere skal omtales. Bergarten fra disse steder stemmer i petrografisk henseende overens med den ordinære type for Drammens-graniten, hvoraf sluttes, at graniten saavel inde i silurfeltet som udenfor samme maa skrive sig fra den samme eruption. Inde i feltet optræder graniten i store, isoleret liggende og runde eller ellipsoidiske partier og ikke i de vanlige, snorlige granitgange; vi maa heraf som det sandsynlige resultat kunne uddrage, at graniten paa de omtalte punkter er kommet direkte op fra dybet σ : at den paa dybet — under silurfeltet — forener sig med selve hovederuptiven. Man har nemlig vanskelig for at forestille sig, at smaa, fra siden injicerede gange pludselig skulde kunne udvide sig og svulme op til store, uregelmæssigt begrænsede kupper.

Med den opfatning, at graniten stikker paa dybet ind under siluren, stemmer ogsaa de smaa profiler, hvor man direkte kan undersøge granitens stilling (se profil fra Narverud grube, fig. 3).

¹⁾ Se Uds. over det sydl. Norges geologi, Drammens-graniten, pag. 55.

Vi skal senere se, at ogsaa beliggenheden af de i siluren optrædende ertsforekomster synes at antyde, at ertsen maa være kommet op fra dybet af σ : at graniten i de omtalte felter maa existere paa dybet under de siluriske skifere.

Den ved alle de hidhørende forekomster hyppigst optrædende erts er *magnetit*, som i regelen viser sig tæt eller meget finkornig; kun i en enkelt grube, nemlig Nordgruben under Skreikampen, forekommer den i frit udviklede krystaller (oktaedere). *Jernglans* er temmelig sjelden; kun paa et par steder, nemlig ved Aaserud skjærp og ved Austad grube, begge i Drammens-feltet, er den den eneste optrædende erts, og kun ved en eller et par gruber (deriblandt Flesvig grube ved Skreia) findes den i større mængde ved siden af magnetitene. Jernglansen er altid krystallinsk udviklet; i regelen sidder den i store, radierende blade, som tilsammen danner en kugle. Undertiden (f. ex. ved Narverud jerngrube, Drammens-feltet) findes den i de typiske magnetit-forekomster som smaa, næsten mikroskopiske blade, siddende paa fine sprækker i magnetiten og den medfølgende bergart. Den indre årsag til, at de oprindelige jern-forbindelser paa enkelte steder dannede sig til magnetit, paa andre derimod til jernglans, kan ikke angives; et moment, som muligens kan have en vis betydning, bestaar deri, at ved jernglans-forekomsterne optræder der i regelen eller altid en hel del flusspath, et mineral, som sjelden eller aldrig findes i magnetit-forekomsterne.

Svovlkis og *magnetkis* optræder ved alle de til graniten bundne jernerts-forekomster, men derimod, saavidt jeg har kunnet se, aldrig ved de forekomster, hvor kobberglans eller brogetkobber er tilstede i større mængde (som tilfældet er ved Grorud-forekomsterne); se nøjere om dette forhold under gennemgaaelsen af ertserne i den Thelemark'ske gangfor-

mation. Paa enkelte steder, f. ex. ved »Henckels« kisgrube og et par smaa skjærp i nærheden af Aaserud (i Drammensfeltet) samt ved Rødnabben, en grube paa toppen af Mistberget, Eidsvold, optræder magnetkis som hovederts; paa andre steder, f. ex. ved Nordgruben under Skreikampen, er den tilstede i store mængder ved siden af magnetiten. Svovlkis derimod optræder aldrig som den dominerende erts, et forhold, som visselig staar i forbindelse med, at der i det hele og store taget var relativt lidet svovl tilstede ved dannelsen af ertserne.

Da magnetkis jævnlig paa de steder, hvor den optræder i eller ved gabbro, indeholder ganske betydelige mængder af nikkell, har publikum faaet den forestilling, at magnetkisen altid som saadan er »nikkelerts«, og af denne grund er der gjentagne gange bleven foretaget analyse af nikkellgehalten i magnetkis fra forekomster, bundne til den yngre granit. Efter velvillig meddelelse holder den rene

magnetkis fra skjærp no. I pr. Aaserud	$\frac{1}{2}$ ‰ Ni (& Co.)
— » » no. II -	— $\frac{1}{2}-\frac{3}{4}$ ‰ » —
— » Henckels kisgrube	$\frac{1}{2}$ ‰ » —
— » Nordgruben, Skreia	0.56 ‰ Ni & Co., fornemmelig Co.

Svovlkis er som bekjendt en af de ordinære bestanddele af de siluriske skifere og kalkstene, om den end altid kun forekommer i ringe mængde (små terninger), hvor den er oprindelig hjemmehørende i skikterne. Paa et sted i umiddelbar nærhed af granitgrænsen, nemlig ved chausséen pr. Fjeldhoug (Mjøsen, under Skreia¹⁾) indeholder skiferen (etage 2, alunskifer) en del magnetkis, som optræder paa en saadan maade, at den gjør indtryk af oprindelig at have tilhørt de sedimentære lag. Den sidder nemlig fortrinsvis, kun i ringe

¹⁾ Se Indberetning til den geologiske undersøgelse, sommeren 1882. Nyt mag. f. naturv. 1883.

grad blandet med uren kalksten eller lersubstans, inde i ellipsoidiske boller, som fuldstændig synes at svare til de ellers i alunskiferen saa ordinære boller af svovlkis og antrakonit; desuden forekommer den, om end kun sparsomt, i smaa, fine striber mellem skiferens lagflader. Naar man ved denne lokalitet følger alunskiferen i retning normalt paa granitgrænsen, viser det sig, at den paa de langt fra graniten liggende punkter indeholder svovlkis som ellers; det er først i nærheden af grænsen paa de steder, hvor skiferen er bleven stærkt metamorfoaseret (omvandlet til chiasolitskifer), at svovlkisen er bleven ombyttet med magnetkis. Det synes heraf at maatte fremgaa, at det er selve svovlkisen, som i nærheden af granitgrænsen er gaaet over til magnetkis. En saadan proces er meget naturlig og kan godt tænkes at have fundet sted: naar nemlig svovlkis (FeS_2) ophedes i lukkede kar (altsaa uden lufttilgang), afgiver den en del svovl, saa forbindelsen gaar over til magnetkis (Fe_7S_8 , cfr. *Rammelsbergs* undersøgelser: Ueber die Schwefelungsstufen des Eisens etc. Pogg. Ann. CXXI).

Man finder meget jævnlig, at de metamorfoserede skifere i umiddelbar nærhed af granitgrænsen indeholder svovlkis paa den ordinære maade, og det maa derfor betones, at den nys beskrevne overgang ikke er vanlig, men ekstraordinær. Man vil af hele denne fremstilling kunne se, at man ved undersøgelse af svovlkis- og magnetkis-forekomster, optrædende i siluren nær granitgrænsen, maa være meget omhyggelig. Ved de forskellige her nævnte steder (»Henckel«, Aaserud, Rødnabben, Nordgruben), som vi har opført blandt de til graniten bundne forekomster, har kisen overalt, naar undtages ved de to smaa skjærp ved Aaserud, været ledsaget af magnetit eller kobberkis, altsaa forbindelser, som er typiske for de »indblæste« ertser.

Af kobberertser optræder i den her omhandlede erts-

gruppe saavel *kobberglans* og *brogetkobber* som *kobberkis*; de to første findes, saavidt vides, udelukkende i feltet Grorud-Alunsjøen (lidt N. for Kristiania), kobberkisen derimod er overalt temmelig vanlig, om den end i større mængde kun findes i det nys nævnte felt og i feltet ved Gjellebæk, Lier.

Blyglans og *zinkblende* er i regelen tilstede, om end altid kun i relativt meget ringe mængde (naar undtages ved en langs en granitgang optrædende forekomst ved Hauksæter, Drammens-feltet). — *Vismuthglans* og *antimonglans* optræder ogsaa hist og her, den første i Narverud jerngrube og i flere af kobberkis-forekomsterne ved Gjellebæk¹⁾, den sidste i en grube ved Gjellebæk eller i Asker²⁾.

Af egentligt »gangberg« eller gangmineraller findes der i vore forekomster altid kun meget lidet, nemlig kun lidt kvarts, kalkspath og flusspath, hvilke samtlige gjerne optræder i smaa, men vakre krystaller.

I det følgende skal vi gennemgaa de forskjellige geologiske underafdelinger, hvortil de til graniten bundne ertsforekomster samler sig; vi begynder med de forekomster, som optræder inde i de siluriske skifere.

I regelen plejer ertsen ved disse steder, saavel i det store som i det smaa, at følge skiferens skiktning; forekomsterne faar derved meget ofte lighed med lejer eller rettere med falbaand, idet ertsen sjelden eller aldrig danner

¹⁾ Ifølge Uds. over det sydl. Norges geologi.

²⁾ Mineralkabinettet har et større stykke antimonglans, som ifølge *B. M. Keilhau* (Gæa norvegica, I, pag. 83) er fra en af disse gruber eller skjærp.

rene, sammenhængende partier, men kun smaa, isolerede punkter. Selve de rent lokale lejningsforholde giver dog, som vi skal se, paa enkelte steder en antydning til, at ertsen, trods den tilsyneladende lejeformige optræden, alligevel ikke oprindeligt hørte hjemme i skiferen, men at den er senere indkommet. Ved de i umiddelbar nærhed af granitgrænsen værende gruber optræder ertsen altid lejeformig mellem skikterne, uanseet disse stilling (se f. ex. profil fra Narverud grube, fig. 3, hvor skiferens fald kun er ca. 10° ; lignende forholde ogsaa ved Flesvig grube). Naar man kommer længere bort fra grænsen, hersker derimod den regel, at gruberne altid gaar nogenlunde ret paa dybet; det vanlige er, at skiferen paa disse steder staar foldet under steile vinkler, og da følger ertsen slavisk efter skikterne, men hvor lagstillingen er flad eller svarende, gaar gruben (o: ertsen) alligevel omtrent ret paa dybet, skjærer altsaa skikterne under en vis vinkel. Det sidste forhold kan studeres ved f. ex. Aaserud skjærp og ved flere af de egentlige Aaserud gruber (se profil, fig. 7 og 10); paa førstnævnte sted er ertsen fulgt ca. 30 m. ned gennem skikterne. Vi faar altsaa allerede paa dette punkt en forestilling om, at det principielle ved forekomsternes geologi bestaar deri, at ertsen gaar paa dybet, det sekundære, at den følger skikterne.

Som allerede tidligere omtalt, optræder ertserne dels i de forskellige siluriske etager (se henvisning til prof. *Th. Kjerulf*, Uds. o. d. sydl. Norges geologi) og dels i de øvrige, til graniten opstødende bergarter. Den følgende oversigt støtter sig dels paa *Kjerulfs* undersøgelser¹⁾, dels paamin e egne.

¹⁾ Mærkede med *).

O. Thoten. Skjærp, N.-siden af Skreia, optræder i etage 3

Skreikam- pens felt.	Storgruben Stiger grube	} »	4—5
	Bække grube	} »	5
	Putgruben			
	Flesvig grube	} i grundfjeldet]	
	[Langaards grube			
	Stiger skjærp »Skjærpet«	}		
	Svenske skjærpet			
	Langtjærn grube	}		

[Flere kobberkis-gange ved Stefferud i grundfjeldet¹⁾].

V. for Feiring kirke.	}	Skurven skjærp, brudstykke	i granit.		
				Flere magnetit-skjærp mellem Braa- gaa-vandene og Almerli	etage 2
Hurdalen.	}	Ødemark	} magnetit-gruber i granit samt i silu- riske brudstykker inde i granit.		
		Rognlid			
Mistberget, Eidsvold.	}	Rødnabben, magnetkis-grube.	} Mellem- og oversilur.		
		Lykkens grube		} magnetit- gruber.	
		Mistbergets skjærp			
Nannestad.	Aamundrud grube	etage 3			
Hakedal.	}	Skjelbreia	} magnetit- » 2		
		Erpestad		gruber » 3	
Nitedal.	»Skjærpet« pr Grevevejen, i silur-brudstykke inde i granit.				

¹⁾ Det er tvivlsomt, om disse forekomster skal henregnes til den her omhandlede ertsgruppe.

	{ Grussletten med flere smaa skjærp, i silurbrud- stykke inde i granit Nedre Grorud Houerud Linderud samt en mængde smaa skjærp rundt Alunsjøen }		
Grorud-			
feltet.			dels i porfyr,
			dels i por-
			fyrtof.
N. for	{ Vettakollen skjærp*) / etage 4(?) Sognsvands grube*) » }		
Kristiania.			
	{ Kjenner » 5 Store Opsjø » 5 Buttedal ved Norddal » 6(?) Gamle Gjellebæk » 5-6 Ny Gjellebæk eller Auri }		
Lier-			
dalen *).			
Hols-	{ Hørtekollen. Solberg. }		
fjorden *).			
	{ Austad grube *) » 8 Aaserud grube » 8 Aaserud skjærp *) » 8 Narverud grube *) » 8 Drammens- Dalemyr » 8 feltet. } Bjørnegruben » 8 (Jarlsberg Hakekjærn skjærp » 8 —Eker.) »Henckels« *) kisgrube » 8 Korsegaard *) Krambodal *) Besseberg *) Saasen *) } i oversilur		
Sande-	{ Borgen skjærp » 8 Veberg » 9 med flere. }		
dalen *).			

Her er medtaget de fleste af de hidtil kjendte, til graniten knyttede, ertsforekomster langs granitgrænsen paa stykket Skreikampen—Kristiania—Drammen (af længde ca. 120 kilom.); ogsaa udenfor dette strøg følger der altid langs grænsen en svite forekomster (f. ex. paa Hadeland, i Skiensdalen), men disse har jeg desværre ikke havt anledning til at besøge.

At give en detailleret beskrivelse af hver enkelt af de mange, her omhandlede gruber vilde være af liden interesse, da de fleste af forekomsterne er smaa og ubetydelige. Kun nogle faa, nemlig Narverud, Aaserud grube og skjærp, Krambodalen (eller Røkeberg) i Drammens-feltet og Storgruben, Nyberg og Pauls grube i Skrei-feltet, har været gjenstand for nogen større drift, fornemmelig i forr. aarh. og i begyndelsen af dette; nu er samtlige jerngruber forlængst nedlagte, men i de senere aar har der været gjort en del forsøgs-arbejde i flere af kobbergruberne.

Fra jerngruberne, som paa en enkelt undtagelse nær ligger inde i de siluriske skifere, leveredes der i fordums dage malm til de mange smaa jernværk, som tidligere blev drevne paa østlandet (langs granitgrænsen, nemlig Vik, Feiring og Eidsvolds jernværk ved Skrei-feltet, Hakedalens og Bærums jernværk nær Kristiania, Eidsfos, Hassel og Kongsbergs jernværk ved Drammens-feltet). Om malmens kvalitet faar man i de gamle beskrivelser den oplysning, at beskikningen i det hele og store taget neppe leverede 30 % jern¹⁾; da tilmed jernmalmen altid var temmelig stærkt forurennet med forskellige kise (svovlkis og kobberkis, m. m.) samt jævnlig med en del zinkblende, blyglans, vismuthglans m. m., er det en selvfølge, at gruberne umulig i længden kunde lønne sig. I de sidste aar, de forskjellige masovne var i gang, hentede man endog, trods de vanskelige kommunikationsforholde, malm fra Kra-

¹⁾ Nu er 42—44 % det yderste minimum i Skandinavien.

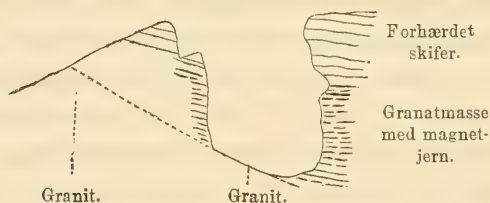
gerø- og Arendals-felterne. Allerede i tiden omkring 1814 blev de forskellige jerngruber i Skrei-feltet nedlagte, medens flere af Drammens-feltets gruber holdt sig adskillig længere; de to, som længst var gjenstand for drift, var Aaserud og Røkeberg (stanset i resp. 1870 og 1866). Før at man kan faa en idé om produktionens størrelse α : malmens kvantitet, kan anføres, at i 1866 leverede Aaserud grube 4560 tons malm med 77 mands belæg og Røkeberg grube 330 tons med 16 mands belæg. Det fremgaar af disse tal, at der i alle fald paa flere steder har været koncentreret ganske betydelige ertsmængder.

Det karakteristiske ved de i de siluriske skifere optrædende jernforekomster er, som allerede *B. M. Keilhau* saa smukt har paavist, tilknytningen til granitgrænsen, idet samtlige hid hørende forekomster enten ligger lige paa grænsen eller i kort afstand fra samme. *Keilhau* anmærker herom (se *Gæa norvegica*, pag. 82), at »af 60 paa magnetjern drevne egentlige gruber, mindre skjærp fraregnede, ligger 4 i granit og i syenit, 12 i haarde skifere eller marmor, 19 paa selve grænsen« — og han tror, at de fleste af de øvrige ogsaa ligger paa selve grænsen eller meget nær samme. Da man af en saadan summarisk sammenstillen faar en meget god oversigt over de punkter, hvor ertsen banede sig vej og tilslut afsatte sig, vil ogsaa jeg meddele resultatet af mine undersøgelser over det rent topografiske forhold mellem gruberne og granitgrænsen. Af de af mig besøgte forekomster ligger 9 paa selve grænsen eller kun et par, i højden 5—10, m. fra samme; ca. 25 ligger i de forhærdede skiferes zone, oftest et par 100 m. fra grænsen, i max. 1,5 kilom. borte; 10-12 ligger i smaa, siluriske brudstykker inde i graniten, oftest paa grænsen mellen graniten og brudstykket (se f. ex. fig. 8, — hvilke forekomster godt kunde henregnes til de paa selve grænsen liggende). Desuden ligger Langgaards grube og

nogle smaa gruber og skjærp ved Stefferud¹⁾ inde i grundfjeldet, og inde i porfyren N. for Grorud er der et helt felt af gange. Lige ved granitgange (eller kvartsporfyrgange) har vi ogsaa et par forekomster (Hauksæter, Besseberg og Nedre Grorud), som ogsaa kunde henregnes til de paa grænsen liggende, idet granitgangene rimeligvis kun er apofyser af hovederuptiven.

Som typus for de lige ved grænsen liggende forekomster vil vi tage Narverud magnetit-grube (pr. Drammen), hvilken grube overhovedet er en af de største i de her omhandlede felter. Det er her det lige paa selve graniten hvilende lag (se profil, fig. 3), som — i en mægtighed af ca. 5 m. —

Fig. 3.



Profil over Narverud magnetit-grube (Drammensfeltet).
(Grubens dybde ca. 12 m.)

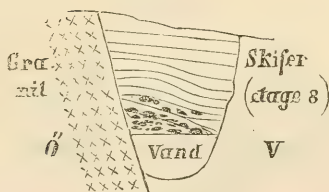
er ertsførende, idet det udelukkende bestaar af en veksling af magnetit og granat, hvilken sidste jævnlig optræder i gode krystaller ($\infty 0.202$), med lidt glimmer, hornblende m. m.; som senere skal omtales, er silikaterne rimeligvis kun at opfatte som den metamorfoserede skifer. Grænsen mellem »ertslejet«, som ved grubeafbygningen er fulgt i en samlet længde af ca. 130 m. og i en dybde, regnet efter faldet, af ca. 30—40 m., og de omgivende, uholdige lag er temmelig skarp. Saavidt det i den paa mange steder gjenrasede grube kan sees, har ertsen overalt holdt sig i nøjagtig det samme lag. Foruden magnetit findes der en del svovlkis og lidt jernglans,

¹⁾ Disses stilling er tvivlsom.

hvilken sidste sidder i smaa blade paa forskjellige sprækker, samt lidt vismuthglans; desuden er der tilstede noget kvarts, kalkspath og muligens ogsaa spor af flusspath, hvilke mineraler dog alle optræder i meget ringe mængde.

»Henckels« kisgrube (se profil, fig. 4) pr. Mjøndalen, Drammen, omtales paa grund af dens analogi med forekomsterne af nikkelholdig magnetkis ved gabbro. Ertsen bestaar fornemmelig af magnetkis, som blev mig opgivet at skulle holde ca. $\frac{1}{2}$ % nikkel (og kobolt); desuden findes der lidt svovlkis, kobberkis og magnetit¹⁾. Gruben, hvis dyb kun er 8–10 m., ligger mellem granit paa den ene side og siluriske skifere (etage 8) paa den anden; som profilet viser, er det kun et bestemt skiferlag, som er impregneret med erts; eftersom man fjerner sig granitgrænsen, taber impregnationen

Fig. 4.



Profil over Henckels kisgrube (Drammens-feltet).

Grubens dybde 8–10 m.

sig lidt efter lidt. Selve graniten, som ved grænsen er meget fin Kornig, indeholder ogsaa lidt svovlkis og magnetkis.

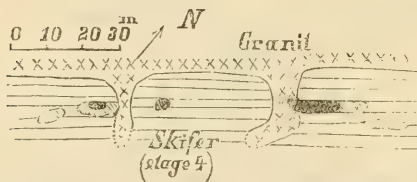
Ved flere af de lige ved grænsen optrædende forekomster (f. ex. Krambodalen pr. Vestfossen, Pauls grube pr. Skreia, se kart, fig. 5) stikker graniten frem i uregelmæssige forgreninger (apofyser); det er muligt, at disse gange kan have

¹⁾ Angaaende ertsens kvalitet kan meddeles, at kis fra denne grube ifølge gamle beretninger tidligere blev brugt som kis-tilsats ved raastens-smeltningen ved Kongsberg smeltehytte; heraf fremgaar, at kisens svovlgehalt ikke kan have været aldeles ubetydelig.

været af en vis genetisk betydning for selve ertsforekomsterne, se herom senere.

Som kartet over Pauls grube viser, er det i det hele og store taget et og samme lag (af mægtighed henimod 10 m.), hvorpaa de forskellige anbrud har været anlagte; ertsen er magnetit, som sidder i den stærkt metamorfoserede skifer. Ved skridt for skridt at gennemkrydse ertsfeltet kan man her, som paa saa mange andre steder, overbevise sig om, at der med hensyn til metamorfosens grad, saavel efter lagenes strøg som lodret samme, er en successiv overgang mellem de særdeles stærkt forandrede skiferpartier, hvori ertsen sidder, og den omgivende skifer; ogsaa denne er altid en del metamorfoseret, idet, som oftere omtalt, de her omhandlede forekomster altid optræder i nærheden af granitgrænsen.

Fig. 5.

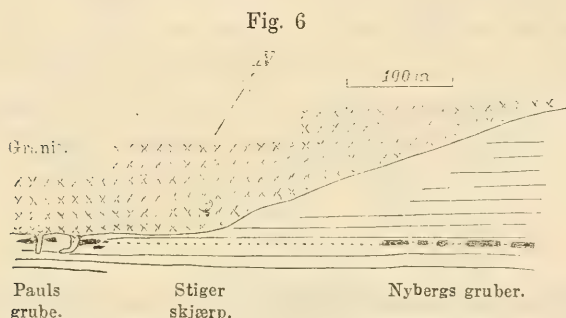


Kartskitse over Pauls grube (Skreikampen).

Sort og schrafferet er gruberum af forskjellig dybde.

De ordinære observationer, man kan gjøre ved de i større afstand fra graniten liggende gruber, bestaar deri, at man ser for sig en som falbaandsmæssig impregnation optrædende ertsmasse, som i almindelighed følger skikterne, og som sidder inde i et bælte af stærkt metamorfoseret skifer. Da alle disse forekomster næsten i enhver henseende er indbyrdes lige, skal vi indskrænke os til nøjere at omtale kun en enkelt af dem; vi vælger dertil en forekomst, hvor forholdene er meget typiske.

Ved Nyberg grube under Skreikampen (se kart, fig. 6) ligger de forskjellige gruberum, som næsten uden afbrydelse strækker sig i en længde af ca. 130 m., paa nøjagtig samme niveau i skiferrækken (etage 4), hvilket man kan overbevise sig om ved oppe i dagen skridt for skridt at kontrollere lagstillingen; skiferen, og med den ogsaa gruberne, har et omtrent vertikalt fald. Paa flere steder overskjæres gruben eller »ertslejet« af kvartsporfyrr σ : apofyser fra den nærliggende granit. Det indtryk, man i det hele faar af forekomster, bestaar ved første undersøgelse deri, at ertsen paa grund af den lejeformige optræden maa være dannet



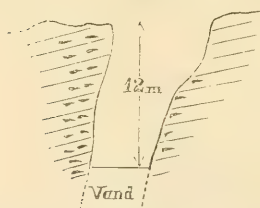
Kartskitse over ertsdraget Pauls grube—Nyberg grube
(Skreikampen).

samtidig med de omgivende skifere, og denne anskuelse be- styrkes endvidere foreløbig derved, at den nys omtalte Pauls grube synes at ligge paa nøjagtig samme niveau som Ny- berg grube; afstanden mellem de to gruber er ca. 270 m. Man er her meget stærkt fristet til at slutte, at det er et bestemt lag i skiferrækken, som over en større strækning er ertsførende, men vi skal senere se, at saaledes kan det ikke forholde sig.

Ved Aaserud gruber og skjærp skjærer afbygnings-rum- mene σ : ertsen, sig ned gennem de fladt faldende skifere, antagelig til ca. 30 m.s dyb (se profil, fig. 7 og 10). En

detailleret beskrivelse af disse forekomster kan desværre ikke leveres, da gruberne, som blev nedlagte for lang tid siden, nu staar fulde af is og vand. Saavidt det kan sees, ligger flere af de enkelte smaagruber, som tilsammen danner Aaserud grubefelt, aldeles isolerede fra hinanden \circ : ertsen har trængt op i flere af hinanden uafhængige kanaler. Hvor man nu i de gjenstaaende, fattige partier kan undersøge ertsens forhold lige over for skiferen, viser det sig næsten altid, at ertsen i det smaa er indkilet mellem skikterne (se fig. 10), om end hvert enkelt lag kun over en kort strækning indeholder erts; kun paa et sted (ved Aaserud grube) kan man

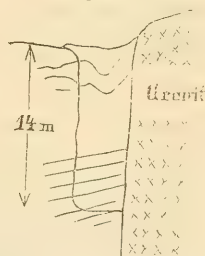
Fig. 7.



Profil over en af Aaseruds gruber
(Dammens-feltet).

Sort betyder erts.

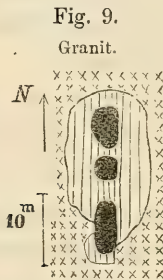
Fig. 8.



Profil over Grussletten
skjærp pr. Grorud.

se større, næsten rene partier af magnetit skjære sig ned gennem lagene. Det sidste skulde tyde paa, at der i midten af oprudsfladerne fremkom en slags gang, som blev fyldt med erts; fra den paa denne maade dannede hovedaare maatte i tilfælde de lejeformige forgreninger være udgaaede. -- Ved en af Aaseruds gruber sees en liden grønstengang (»blaa-bestgang«), som dog neppe staar i noget genetisk forhold til ertsen. Grønstengange er, som bekjendt, meget vanlige saavel i Drammens-feltet som i det øvrige silur-territorium; men da man aldrig kan paavise, at disse gange har ført magnetit med sig, er der al grund til at antage, at den ved Aaserud grube optrædende grønstengang er aldeles tilfældig.

Som den summariske oversigt viser, ligger et paafaldende stort antal af forekomsterne inde i siluriske brudstykker, der er fuldstændig omsluttede af granit. Ogsaa paa disse steder optræder ertsen jævnlig netop paa grænsen mellem skiferen og graniten, altsaa paa samme maade som ved de nys beskrevne forekomster (dette er tilfælde med følgende til brudstykker bundne forekomster: Grussletten med flere nærliggende skjærp pr. Grorud; »Skjærpet« pr. Grevevejen, Nitedal; Ødemark i Hurdalen; Stiger skjærp, »Svenske skjærpet« og Langtjern grube pr. Skreikampen). Ved den førstnævnte af disse gruber eller skjærp gaar ertsen, nemlig blyglans og zinkblende m. m. — hvilke vistnok kun er tilstede i meget ringe mængde — i en fattig impregnation tvert gennem skikterne, men med nøjagtighed følgende langs efter granitgrænsen (se profil, fig. 8). Ved Stiger skjærp, mellem Pauls og Nyberg gruber, beliggende kun ca. 20 m. fra gra-



Kartskitse over „Svenske skjærpet“, (Skreikampen),
liggende i silurisk brudstykke inde i graniten.

nitgrænsen, er de brudstykker, hvortil ertsen er fæstet, kun ganske smaa (oppe i dagen med tværsnit kun et par m.); selve gruberummene blev for en stor del udminerede inde i graniten (hvad man kan se af de paa berghalden liggende stykker), men alligevel var det næsten udelukkende inde i selve silur-brudstykket, at ertsen sad. Kun i et par af de paa berghalden liggende granitstykker fandt jeg aarer af

magnetit. Ved »Svenske skjærpet« (Skreikampen), hvor brudstykket har en længde af ca. 24 m., (se kart, fig. 9) er det et bestemt niveau, som er impregneret med erts; det samme er ogsaa tilfælde med den nærliggende forekomst »Skjærpet«, hvor brudstykket har en længde af ca. 300 m. Ved Langtjærn grube pr. Skreia og Ødemarks grube¹⁾ i Hurdalen sidder ertsen (overalt magnetit) næsten udelukkende inde i de siluriske brudstykker; impregnationen holder sig paa begge steder langs med granitgrænsen; selve graniten gennemskjæres hist og her af nogle magnetit-aarer, som dels er ganske rene, dels blandede med hornblende.

De med ertser impregnerede siluriske brudstykker ligger undertiden i betydelig afstand fra granitgrænsen, Langtjærn grube saaledes ca. 1.5 kilom. fra grænsen, »Skjærpet« ved Grevevejen, Nitedal, 2 kilom., Ødemarks grube, Hurdalen, 3—4 kilom. og Rognlid grube (ogsaa i Hurdalen), — som jeg vistnok ikke selv har besøgt, men som efter opgivende ogsaa skal optræde i et silurisk brudstykke, — endnu mere, nemlig ca. 8 kilom. fra grænsen.

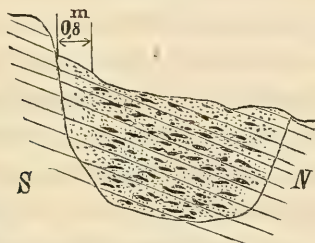
Som allerede tidligere fremholdt, ligger alle de i silurfeltet optrædende forekomster inde i de forhærdede skiferes zone (o: ertsen har aldrig fjernet sig længere fra graniten, end dennes metamorfoserende virkninger har gjort sig gjældende). De her omhandlede forekomster omgives altsaa overalt af forhærdede skifere; hertil kommer endvidere, at den zone, hvori selve ertsen sidder, altid er endnu stærkere forhærdet end de nærliggende, ertstomme lag. Dette kan neppe noget sted studeres bedre end ved Aaserud skjærp (se profil, fig. 10), hvor lagfladerne, som tegningen viser, kan følges fra de ertstomme partier tvert gennem de ertsførende. Saalangt impregnationen varer, er skiferen næsten fuldstændig gaaet

¹⁾ som ifølge *Legangers* beskrivelse (i *Topografisk journal*, 1ste bind, 1792—93) skal have leveret malm med 36 % jern.

over til granat; dernæst har man paa hver side i ikke fuldt 1 m.s bredde en haard, temmelig stærkt omvandlet skifer, hvori der hist og her ligger vel udviklede granat-krystaller, og først derpaa faar man den vanlige, urene kalkskifer, som paa grund af granitens nærhed ogsaa er en del forhærdet¹⁾.

Den forstærkede metamorfose, som ertsen (ved sit frembrud) fremkaldte, har i det hele og store taget gaaet før sig paa den maade, at hvert lag er bleven omvandlet ifølge sin kemiske sammensætning. Ikke en eneste observation ved nogen af de mange ertsforekomster antyder, at der til selve skifer-substancen maa have fundet sted en tilførsel af frem-

Fig. 10.



Profil fra Aaserud skjærp (Drammensfeltet).

Sort betyder erts. Punkteret bet. omvandlet skifer.

med materiel, men saa kan jo alligevel hist og her have været tilfælde. Hvor gruberne optræder i urene, kalkrige skifere (i etage 8, saaledes som tilfældet er med de fleste af

¹⁾ Det var mit ønske at kunne paavise denne overgang ved kemiske analyser, og derfor medtoges prøver fra forskellige steder (svagt og stærkt metamorfoserede) af et og samme lag, som kunde følges gennem hele profilet.

Granatmassen i midten leverede:

34.53 % SiO_2 , 34.24 % $\text{Al}_2\text{O}_3 + \text{Fe}_2\text{O}_3$, 30.15 % CaO og 1.53 % MgO , altsaa en typisk granat-sammensætning. Ved nøjere undersøgelse viste det sig desværre, at den urene kalkskifer paa siden var saa stærkt forvitret, at der ikke kunde bygges paalidelige resultater paa en analyse af den; den indeholdt temmelig store mængder af CaCO_3 .

Drammens-forekomsterne), er skiferen gaaet over til granat, som kan være mere eller mindre krystallinsk udviklet. Hvor ertsen trængte frem i nogenlunde ren kalksten (som f. ex. ved Aamundrud og et sted ved Røkeberg), har vi nu for os en ren marmor. En mængde forekomster (deriblandt de fleste i Skreifeltet) optræder inde i vanlig lerskifer (kiselsyre-rig), og makroskopisk kan paa disse steder sees, at ertsen er blandet med hornblende og glimmer, hyppig desuden med granat. Inde i etage 2 har vi flere skjærp eller smaa gruber (2 skjærp V. for Feiring kirke samt en liden grube ved Erpestad, Hakedal); alunskiferen er her, som ellers, gaaet over til chiastolitskifer.

En detailleret granskning, baseret paa chemisk-petrografiske undersøgelser, af disse forholde har, som allerede berørt, ligget udenfor min plan; det er en opgave, som kun kan studeres i forbindelse med hele silur-systemets metamorfose.

Der er efter denne fremstilling to aldeles forskjellige faktorer, som er de principielt bestemmende for metamorfosens grad, nemlig afstanden mellem vedkommende punkt og granitgrænsen paa den ene side og den forhaanden-værende ertsmasse paa den anden; desuden har tilfældige, lokale omstændigheder ogsaa ofte spillet en vis rolle. For nøjere at paavise disse forholde skal vi gennemgaa en del eksempler: Intetsteds i det hele silur-territorium er, saavidt vides, skiferen saa stærkt forhærdet som ved Narverud grube; grunden hertil maa være at søge deri, at de to principielle faktorer ved denne lokalitet har kunnet optræde med saa stærk intensitet som mulig, idet for det første det ertsførende lag direkte hviler paa selve graniten, afstanden fra samme er altsaa saa liden som mulig, og idet dernæst ertslejet har stor udstrækning og mægtighed samtidig med, at malmens jerngehalt er relativ stor. Ved Røkeberg (Krambodol), som ligger i nogle m.s afstand fra grænsen, og som ogsaa førte temmelig meget erts (gruben først nedlagt i 1866), er skife-

ren (og kalkstenen) ligeledes meget stærkt metamorfoseret, men dog ikke i den grad som ved Narverud; ved Pauls grube, som ogsaa ligger i nærheden af grænsen, men som indeholdt daarlig erts (at dømme efter de gamle beskrivelser og udsagn, lejestedets udgaaende samt de paa berghalden liggende stykker), er omvandlingen adskillig svagere end ved Røkeberg. Den betydeligste af de i større afstand fra granitgrænsen optrædende ertsmasser har vi, saavidt vides, ved Aaserud gruber og skjærp; i overensstemmelse hermed finder vi, at skiferen paa disse steder er meget stærkt forhærdet (omtrent som f. ex. ved Røkeberg), endskjønt forekomsterne ligger temmelig langt fra grænsen (ca. 1 kilom., horizontalt regnet). Ved de i lignende afstand liggende forekomster, hvor der kun er lidet erts tilstede (som tilfældet er f. ex. med Bjørnemyr, Dalemyr, Aamundrud, flere i Mistberget etc.), er omvandlingen ganske svag. Paa steder, som førte saa fattig erts, at minerings-arbejdet stansedes allerede efter et par dages eller ugers forløb (som tilfældet var ved flere smaa skjærp i Feiring, Ø. Thoten m. m.), er det med erts impregnerede skiferbælte ikke, saavidt det kan sees, mere omvandlet end de nærliggende lag.

Selv i haandstykker kan man jævnlig øjne den forøgede metamorfose, som metalforbindelserne fremkaldte. Allerede ved den første af de hidhørende gruber, jeg overhovedet besøgte (nemlig Krambodalen eller Røkeberg), lagde jeg saaledes mærke til, at ertsen næsten overalt omgiver sig med en tynd zone ¹⁾ af rød granat (efter makroskopisk bestemmelse ²⁾,

¹⁾ Oftest et par mm. til 1 cm. bred.

²⁾ I et mikroskopisk præparat, skaar det lodret paa en ertsaaere af bredde ca. 5 mm., sees, at den forhærdede skifer bestaar af granat, blandet med et lysegrønt, næsten ikke pleochroitisk mineral, som i enkelte snit (\neq c'axen) viser sig gjennemsat af spaltbarhed i en retning, i andre derimod (\perp c'axen) i to retninger, som staar omtrent lodret paa hinanden. I de første slags snit maalttes udslukningsvinkler i forhold til

medens man først i større afstand fra de forskellige erts-aarer træffer den vanlige, forhærdede skifer (den i tidligere dage saakaldte »allochroitmasse«), og aldeles lignende observationer kan man gjøre ved næsten samtlige i kalkrige skifere optrædende forekomster.

Inde i grundfjeldet lige ved granitgrænsen er der ogsaa et par ertsforekomster, som efter al sandsynlighed i genetisk henseende maa stilles i samme gruppe som de øvrige, her omhandlede ertsbrud. — Langgaards grube (pr. Stigersand, Mjøsen) hører i topografisk henseende med til Skreifeltet (se kart, fig. 1); afstanden fra granitgrænsen er kun 0.5—1 kilom. Efter opgivende i *Legangers* beskrivelse over Eidsvold¹⁾ har gruben en længde af ca. 100 lagter (200 m.) og dybde ca. 10 lagter (20 m.); selve gangens bredde angives til 1 lagter (2 m.). Nu staar gruben næsten fuld af vand, er altsaa ikke tilgængelig; vi er saaledes indskrænkede til observationer oppe i dagen. Vi ser, at grubens dagaabninger i en længde af ca. 70 m. strækker sig i retning VNV. (ø: normalt paa granitgrænsen), medens de omgivende grundfjeldsskikter (navnlig bestaaende af hornblendeskifer) har strøg NNV. à N. Det fremgaar heraf, at ertsdraget i det store overskjærer gneisens lag; hermed stemmer ogsaa, at paa det eneste sted, hvor man nu i dagen direkte kan studere forholdet mellem ertsen (magnetit) og den omgivende bergart, viser ertsen sig i en ren og typisk gang, der krydser skik-

spaltbarheden: 34, 37, 37^{1/2}, 37^{1/2} og 39¹; i det andet slags snit sees de optiske axers plan at ligge symetrisk mod spaltbarhedsretningerne. Mineralet maa efter dette med næsten fuld sikkerhed kunne bestemmes som augit. I præparatet sees, at de enkelte individer er størst i nærheden af ertsaaeren.

¹⁾ Se Topografisk journal for Norge, 1ste bind. (1792—93).

terne. Paa berghalden ligger der en hel del stykker af næsten ren magnetit, medens man ved samtlige de i siluriske skifere optrædende gruber kun finder meget fattig erts paa berghaldene. Efter de opgaver, jeg lejlighedsvis har faaet, skal ogsaa malmen fra Langgaards grube i det hele have været rigere end fra de øvrige steder, og af denne grund var det vel ogsaa, at gruben blev gjort til gjenstand for en efter forholdene ganske betydelig drift (efr. de tal, som *Le-ganger* opgiver). Efter en handelsanalyse, som jeg har havt adgang til at se, skal malmen være temmelig titanrig.

Ved Stefferud, ca. 10 kilom. S. for Langgaards grube, findes et system af kvartsgange, der fører kobberkis, svovlkis og magnetkis; gangene, som skjærer tvært gennem gneisens skikter, gaar i et lidet ertstog, den ene gang efter den anden, normalt paa granitgrænsen; afstanden fra samme er 1.5—2 kilom.

Paa strækningen mellem Grorud skydsstation og Alun-sjøen (ca. 12 kilom. NO. for Kristiania) ligger der en utal-lighed af smaa gruber og skjærp, hvoraf jeg har besøgt en hel del, dels alene og dels i fællesskab med prof. *W. C. Brøgger*. Ertserne i dette distrikt (hvis længde er ca. 5 kilom.) bestaar af blyglans (lidt sølvholdig), kobberglans, brøgetkobber og kobberkis, zinkblende, svovlkis, jernglans m. m.; magnetit, den ellers saa vanlige erts, har jeg her ikke fundet. Paa enkelte steder har man de rige kobberertser og jernglans, snart hver for sig, snart i intim blanding med hin-anden; paa andre steder derimod er blyglans og zinkblende de dominerende ertser, kun lidt blandede med svovlkis, kobberkis etc. Flere af de hidhørende forekomster blev drevne i midten af det forrige aarh., i hvilken tid man havde en liden kobberhytte i nærheden af Alun-sjøen; i de senere aar

har der været udført en del temmelig udstrakte forsøgsarbejder, hvoraf de fleste eller muligens samtlige har endt med negativt resultat.

I det her omhandlede ertsfelt støder vor yngre granit op mod siluriske skifere og mod porfyr¹⁾ og porfyrtuf. Ved observationer paa forskellige punkter er det med sikkerhed bleven afgjort²⁾, at graniten er yngre end porfyren; langs grænsen mellem de to bergarter stikker udgreninger af graniten ind i porfyren, og brudstykker af den sidste ligger uden orden inde i graniten; midt inde i porfyr-feltet træffer man desuden temmelig jævnlig gange af granit eller kvarts-porfyr. For opfatningen af de her optrædende ertsforekomster har man altsaa at skille mellem siluriske skifere og porfyr (med porfyrtuf) som de ældre bergarter paa den ene side og granit som den yngre eruptiv paa den anden.

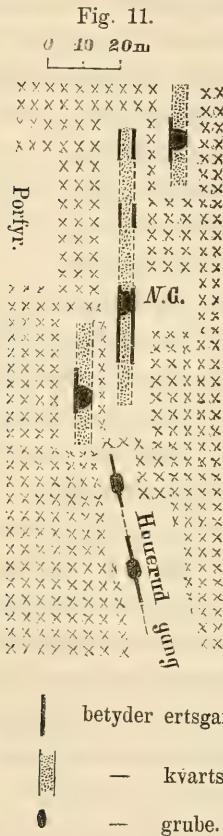
I nærheden af landevejen Grorud—Stenbruvand findes en del gamle gruber og skjærp, beliggende inde i siluriske brudstykker, der fuldstændig omsluttet af granit. Ved et af brudstykkerne (af længde ca. 150 m.) holder de fleste af de smaa anbrud sig netop paa grænsen mellem skiferen og graniten, se f. ex. profil over Grussletten grube eller skjærp, fig. 8; ertsen (nemlig blyglans, zinkblende, kobberkis m. m.) sidder fint og sparsomt impregneret i de fladt faldende lag, medens selve afbygningen, følgende granitgrænsen, gaar ret paa dybet.

Den vigtigste af de hidtil kjendte forekomster inde i porfyren er den saakaldte Nedre Grorud grube med fortsættelse Houerud grube (se kartskitse, fig. 11). Porfyren gjenemsættes her af tre parallelle (NNO.—SSV.-strygende) bergartgange, som ved mikroskopisk undersøgelse viser sig at

¹⁾ *Th. Kjerulfs* angitporfyr; en nøjere beskrivelse af denne ved en senere anledning.

²⁾ Dels ved *W. C. Brøgger* og dels ved mig.

bestaa af kvartsporfyrr med kugleformig afsondring¹⁾; gangene, som gaar i en indbyrdes afstand af 6—7 m. fra hinanden, er 1—2 m. mægtige. Af den petrografiske sammensætning maa med temmelig stor sikkerhed kunne slutes, at kvartsporfyrr-



Kartskitse over gangene ved Nedre Gyorud (N. G.) og Hoyerud (pr. Alunsjoeen).

gangene er udløbere af den yngre granit; det erindres, at porfyren temmelig ofte gennemkrydses af granitgange samt af apofyser, der direkte sees at udspringe fra den yngre eruptiv.

¹⁾ noget, hvorpaa *W. C. Br.* først henlede min opmærksomhed.

Netop paa grænsen mellem kvartsporfyrgangen og den omgivende porfyr ligger vore ertsgange, som bestaar af kvarts med brogetkobber og kobberkis, og som har en højst veksende mægtighed og ertsføring. I hovedgruben, som arbejder paa det midterste af de tre gang-systemer, udsender kvartsporfyrgangen et sted paa dybet en apofyse lodret paa den ordinære strøgretning; ogsaa her følger ertsgangene med paa grænsen mellem den eruptive gang og sidestenen. Makroskopisk kunde paa et sted sees, at selve kvartsporfyren indeholdt en del erts (kobberkis og brogetkobber); ved mikroskopisk undersøgelse viste det sig, at ertsen ikke optraadte paa spalter eller punkt-rækker inde i kvartsporfyren — altsaa ikke paa en saadan maade, som tilfældet temmelig jævnlig er med nikkelholdig magnetkis i gabbro, se herom senere —, men derimod i isolerede partier inde mellem bergartens ordinære bestanddele. Det maa heraf være berettiget at slutte, at ertsen staar i direkte genetisk forhold til kvartsporfyren, se den kommende udvikling.

Omtrent i fortsættelsen af den midterste af de tre kvartsporfyrgange strækker der sig en lang og smal ertsgang (længde mindst ca. 200 m.), hvorpaa de forskellige Houerudgruber er anlagte. Saavel af det rent topografiske forhold som af den omstændighed, at vore ertser ogsaa her bestaar af brogetkobber og kobberkis, fremgaar det, at Houerudgangen maa være dannet ved de samme processer som Nedre Grorud-gangene.

Rundt omkring i porfyren og i porfyruffen ved Alun-sjøen findes endelig en hel del smaa ertsgange, hvoraf enkelte kan følges i temmelig betydelig længde (flere 100 m.); de her oprædende ertser er jernglans med brogetkobber og kobberglans, altsaa omtrent de samme som i Nedre Grorud- og Houerud-gangene.

Den sidste afdeling, hvortil de til graniten bundne forekomster samler sig, dannes af de ertsanvisninger, som optræder inde i selve graniten eller syeniten. Allerede *B. M. Keilhau* anfører, at 4 af de af ham kjendte gruber og skjærp laa i »granit eller syenit«, og senere har vi faaet en aldeles lignende oplysning af *T. Dahll* i »Ueber die Geologie des südlichen Norwegens«, *Nyt mag. f. naturv.* no. 9, 1857, pag. 327—328, hvoraf vi citerer følgende: »Mitunter enthält der Syenit kleine Massen von Magneteisen, so in der Nähe von Flittig, bei Teigen, bei Meisholtene und in Slemdal¹⁾. An den zwei erstgenannten Orten hat man das Erz ganz weggeschossen; nur aus der Form der kleinen Gruben kann man jetzt auf die Erstreckung der Erzmassen schliessen.

Bei Meisholtene kommt eine körnige Magneteisenstein-Masse von nicht bedeutenden verticalen und horizontalen Dimensionen vor. Ein Trappgang streicht durch den Syenit und über den Schurf hin. Bei Teigen ist das Verhältnisz ein ähnliches gewesen. Das Erz war hier mit Kalkspath gemengt«.

I de grænsepartier, jeg selv har havt anledning til at undersøge (strækningen Skreikampen—Eidsvold—Kristiania—Drammen), kjendes derimod, saavidt vides, ikke en eneste hermed aldeles analog forekomst, idet samtlige i det egentlige granit-territorium liggende ertsbrud er knyttede til siluriske brudstykker. Paa flere af disse steder (Stiger skjærp, Langtjærn grube, Ødemark grube) optræder vistnok magnetit i smaa aarer gennem graniten, men hovedmassen af ertsen sidder dog altid inde i selve brudstykket, om dette end er nok saa lidet (kun et par m. hver vej, som tilfældet er ved Stiger skjærp).

¹⁾ Samtlige i Skiens-distriktet. Meisholt grube ligger i nærheden af syenit-grænsen.

Samtlige de her omhandlede ertsforekomster¹⁾ maa efter al sandsynlighed tilhøre en fælles ertsgruppe α : ertsen maa overalt være dannet efter et og samme hovedprincip. De i de siluriske skifere optrædende jernertsforekomster er indbyrdes i den grad lige, at det følger af sig selv, at de alle, rimeligvis uden undtagelse, maa være fremkomne ved de samme processer; dette er noget, som baade *B. M. Keilhau* og *Th. Kjerulf* uden videre gaar ud fra. Anderledes synes det derimod ved en foreløbig betragtning at maatte forholde sig med de i grundfjeldet (ved Langgaard) eller i porfyren (ved Grorud) værende erts, idet disse viser sig under ganske andre lokale omgivelser; vi skal dog se, at vi ogsaa her maa forudsætte den samme geologiske tilblivelses-historie.

Ved Skreikampen har man et vel begrænset ertsfelt, idet der i et vist bælte (af længde ca. 6 kilom., bredde ca. 4 kilom., se kartet), optræder en svite gruber og skjærp, alle førende den samme slags erts (magnetit med lidt jernglans m. m.), medens der i de tilstødende distrikter (i Hedemarken og paa Thoten etc.) ikke findes en eneste analog forekomst²⁾. Ved vore samtlige anvisninger er ertsen en yngre dannelse, hvilket dels fremgaar af den senere udvikling, dels — for Langgaards grubes vedkommende — sees deraf, at ertsen overskjærer skikterne. Hvis den sidstnævnte forekomst var dannet ved en aldeles isoleret staaende proces, vilde vi møde to paafaldende, af hinanden aldeles uafhængige tilfældigheder — 1) at den kom til at ligge lige ved de øvrige gruber og skjærp — og 2) at ertsen paa begge steder var bleven den samme. Det sees heraf, at det er det naturligste kun at antage en enkelt dannelses-periode (eller en enkelt erts-emanation). Ogsaa de rent lokale forholde taler for, at

¹⁾ Muligens med undtagelse af Stefferud-gangene.

²⁾ Naar fraregnes de til graniten bundne forekomster i den søndre del af Feiring, i Eidsvold etc.

ertsgangen ved Langgaards grube staar i en eller anden afhængighed til graniten; vi finder nemlig, at afstanden fra gruben til graniten kun er ganske liden (0.5—1 kilom.¹⁾, og at gangen gaar normalt paa grænsen.

Stefferd-gangene stiller sig i geologisk henseende meget tvivlsomme; gangene krydser grundfjeldets skikter og gaar normalt paa granitgrænsen, hvilket taler for, at ertsen ogsaa her skyldes eruptiven, men paa den anden side har vi her ikke nogen i mineralogisk henseende tilsvarende forekomst inde i de siluriske skifere eller inde i selve graniten. Forøvrigt henvises til behandlingen af Brotshoug-gangene i næste afsnit.

Distriktet ved Grorud-Alunsjøen giver sig ogsaa tilkjende som et i topografisk henseende sluttet ertsfelt; de paa de forskellige steder optrædende ertser er endvidere i det hele og store taget overalt de samme, nemlig kobberertser med jernglans og blyglans m. m. Den ene del af de til dette distrikt hørende forekomster er bundet til brudstykker af siluriske skifere, beliggende inde i granit, viser sig altsaa paa nøjagtig samme maade som saa mange af de øvrige i dette afsnit omhandlede anvisninger. Den vigtigste af de inde i porfyren liggende gruber (Nedre Grorud grube) er paa en meget smuk maade knyttet til gange af kvartsporfyr, hvilke efter al sandsynlighed er at opfatte som apofyser af graniten; ertsen maa altsaa her rimeligvis staa i afhængigheds-forhold til det store granitfelt. De øvrige gange i porfyren og porfyrtuffen stemmer samtlige overens med Høuerud-gangen, og denne igjen staar i nøje forbindelse med gangene ved Nedre Grorud, se kart fig. 11. At ertsen paa disse steder sandsynligvis skyldes graniten, slutter vi dels deraf, at

¹⁾ Hermed er det ikke min mening at ville fremholde, at enhver i nærheden af granitgrænsen optrædende forekomst som saadan skal tilhøre den her omhandlede ertsgruppe.

vi har for os et saavel i topografisk som mineralogisk henseende begrænset ertsfelt, hvis ene halvdel utvivlsomt afhænger af graniten, og dels deraf, at vi ved Nedre Grorud grube har et mellemed, hvor ertsen direkte synes at være fremkaldt ved granitens virkninger.

Som det fremgaar af den senere udvikling, maa ogsaa de inde i selve graniten eller syeniten optrædende ertser henhøre til den fælles, store ertsgruppe; et geologisk mellemled mellem de nævnte forekomster og de i siluren værende har vi ved flere af de til brudstykker bundne ertser, idet vi har seet, at i nærheden af skifer-stykkerne sidder ertsen undertiden i fine aarer og klumper inde i selve eruptiven.

I henhold til de tidligere refererede detail-undersøgelser skal vi, saa indgaaende som det paa det nuværende stadium er mulig, forsøge at danne os en forestilling om ertsernes genesis. — Det første indtryk, man næsten overalt faar af de i de siluriske skifere optrædende forekomster, bestaar deri, at man antager ertsen for at være lejeformig eller være bundet til et bestemt skikt, altsaa for at være dannet samtidig med skiferen; vi skal se, hvad en saadan hypothese vilde føre til. Som det allerede er bleven paavist af *Th. Kjerulf*, viser vore forekomster sig i alle mulige forskjellige etager; man maatte altsaa i tilfælde forudsætte en utallighed af ertsførende niveauer, næsten ligesaa mange som der overhovedet er ertsfund. Endvidere maatte hvert enkelt lag kun indeholde metalforbindelser paa visse steder (begrundet i de lokale omstændigheder, hvorunder ertsen i tilfælde maatte være bleven afsat), idet vi finder, at lejestederne hurtig kiler sig ud i strøg (og fald?). Da det er umulig at tænke, at samtlige de ertsførende partier ved skiferens foldning netop skulde have stillet sig ind i en smal, uregelmæssig forløbende zone

langs den linje, som tilfældigvis senere kom til at blive grænselinjen mellem graniten og de siluriske skifere, maatte den uundgaaelige følge af den opstillede hypothese blive, at man ogsaa midt inde i silurfelterne maatte træffe erts, — men det gjør man ikke¹⁾. Det kan bemærkes, at det kun er en relativ liden del af silurfeltet, som ligger i den ertsførende zone langs graniten, endvidere, at tildækningen med løst terrain er omtrent lige stærk overalt.

Da det, hvad allerede *B. M. Keilhau* indsaa, ikke kan være nogen tilfældighed, at man i det temmelig smale bælte (bredde i max. 1.5—2 kilom.) langs granitgrænsen kjender en mængde, antagelig ca. et par hundrede, forekomster, udenfor samme inde i siluren derimod ikke en eneste, slutter vi, at ertsen maa staa i et eller andet afhængighedsforhold til graniten. Da det saa ofte er bleven fremholdt, at kontaktforekomsternes tilknytning til eruptiverne jævnlige kun er tilsyneladende, nemlig begrundet deri, at eruptiverne ved sit frembrud rejste skiferne paa ende, saa »ertslejerne« kom til at stikke frem i dagen, kan her bemærkes, at de siluriske skifere overalt er foldede i omtrent lige stærk grad.

Ertsforekomsternes afhængighed af granitgrænsen fremgaar endnu tydeligere, naar det erindres, at eruptiven omgiver sig med kontaktdannelser ikke alene paa de steder, hvor den støder op mod siluriske skifere, men ogsaa der, hvor den støder op mod hvilkesomhelst andre, ældre bergarter (grundfjeld, ældre porfyr og porfyrtuf). Endelig indeholder ogsaa selve graniten undertiden de samme ertser, som er indstrøede i de tilgrænsende bergarter.

Forholdet til eruptiven kan tænkes at være enten et direkte, hvorved forstaaes, at selve ertsens bestanddele skri-

¹⁾ Her tager vi selvfølgelig ikke hensyn til de forekomster, som er knyttede til grønstengange; se næste afsnit. Disse optræder forøvrigt ogsaa fortrinsvis i nærheden af granitgrænsen.

ver sig fra graniten, eventuelt granit-eruptionen, — eller et indirekte, hvorved forstaaes, at ertsen er fremkommet ved processer, som graniten ved sin fysikalske indvirkning fremkaldte i de tilstødende bergarter. — For at løse dette problem vil vi indtil videre kun fæste os ved de anvisninger, der optræder inde i siluren, da disse danner den mest typiske klasse. De indeholder, som tidligere omtalt, fornemmelig jernforbindelser; da skiferen altid fører en større eller mindre jerngehalt, er vor første tanke, at ertsen skyldes den selve skiferen oprindelig iboende jernmængde. Ved metamorfosen har der fundet en omkrystallisation sted; jernmængden kunde derved først være bleven taget ud af de oprindelige forbindelser og senere have konstitueret sig som magnetit eller jernglans. At saa undertiden muligens kan have været tilfælde, kan man ved de smaa, ubetydelige skjærp ikke uden videre modbevise; ved de store forekomster derimod maa der ubetinget have fundet sted en tilførsel af fremmed material. Skiferens jerngehalt er, efter de hidtil foretagne analyser, altid temmelig liden, medens vore gruber, om de vistnok ikke har været særdeles rige, dog altid (uden nogen særdeles betydelig skeidning) har leveret malm med ca. 30 % jern \varnothing : ca. 37 % jernoxydul. Skulde skiferen blot ved en enkel omkrystallisation have kunnet levere jernmalm, saa maatte man ogsaa hvorsomhelst kunne afbygge den, men saaledes forholder det sig ikke.

Nogen fuldstændig omsmeltning af et større parti, hvorved jerngehalten kunde være bleven koncentreret i et relativt lidet felt, har ikke fundet sted, idet vi nemlig overalt inde i vore gruber kan øjne stratifikationens spor. Vi maa efter dette slutte, at vore forekomster er dannede ved en direkte tilførsel af fremmede metalforbindelser; vor næste opgave er at forsøge at bestemme, hvorledes dette kan have gaaet for sig.

Idet vi tænker os ind i den gamle Werner'ske skole, vil

vi begynde med at undersøge, om de forskjellige slags metalforbindelser — paa grund af granitens indvirkning — kan være blevne udludede paa et sted og senere afsatte paa et andet. — En saadan proces kunde neppe have gaaet for sig uden at efterlade tydelige spor (f. ex. derved, at de udludede partier var blevne løse og porøse), men hertil kan vi intet mærke; der er saaledes ingen omstændighed, som tvinger os til at antage den fremsatte hypothese.

Vore forskjellige ertsfelt udmærker sig ved en vekslende mineralogisk karakter; i regelen er jernertser dominerende (ved Skreia, Mistberget, Drammen etc.), paa enkelte steder derimod kobberertser (nemlig ved Gjellebæk, Lier og ved Grorud-Alunsjøen). Efter vor hypothese maatte skiferen i enkelte distrikter have afgivet en større jerngehalt, i andre derimod en større kobbergehalt; nogen grund til en saadan vilkaarlighed kan ikke øjnes. Overhovedet skulde jeg være tilbøjelig til at tro, at de siluriske skifere ikke kan have været istand til at afgive material til kobberforekomsterne, idet deres gehalt paa kobber er nul eller mikroskopisk liden; heller ikke kan det antages, at skiferen indeholder tilstrækkelige kvanta af bly, zink, vismuth, antimon etc

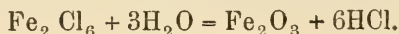
Vi vil, med det her omhandlede problem for øje, vende os til de gruber, som optræder inde i de smaa, i graniten liggende silur flag. Under de gjorte forudsætninger maatte skiferen i hvert enkelt brudstykke (se den senere udvikling) have leveret material til den erts, som skulde danne sig; dette kunde dog paa enkelte steder neppe have gaaet for sig af den simple grund, at brudstykkerne ofte er ganske smaa, medens ertsmængden kan være forholdsvis betydelig (saaledes som tilfældet er f. ex. ved Langtjærn grube og Stiger skjærp).

En endelig afsætning af eventuelle opløsninger maatte ogsaa være meget vanskelig at forklare; navnlig kan vi ikke fatte, hvorledes graniten inde i sin masse kunde komme til

at blive impregneret med de samme slags ertser, som findes i sidestenen, og heller ikke, hvorfor forekomsterne saa ofte skulde komme til at ligge i umiddelbar nærhed af grænse-linjen mellem graniten og siluren eller paa selve grænsen mellem granitgange (kvartsporfyrgange) og den omgivende bergart. Da overhovedet den hele udludnings-hypothese er unaturlig, og da den ikke finder nogen støtte i de forhaandenværende kjendsgjæringer, opgiver vi den uden videre som uholdbar.

Som resultatet af denne udvikling faar vi, at ertsen paa en eller anden maade direkte maa skyldes granit-eruption (cfr. *Th. Kjerulfs* fremstilling, Uds. o. d. sydl. Norges geologi).

Forinden vi gaar videre, vil vi ganske kortelig drage en parallel mellem de tidligere granit-eruptioner og de moderne vulkanske udbrud. Ved de sidste kan som bekjendt, se f. ex. *Elie de Beaumonts* klassiske fremstilling¹⁾, de fremkomne produkter deles i to store hovedgrupper, hvoraf den ene fremtræder i smeltet, flydende tilstand (med typus »lava«), den anden i flygtig, gas- eller dampformig (med typus »svovl«). Til den sidste gruppe hører de forskellige flygtige metalforbindelser (clorider og fluorider m. m.), borater samt de vanlige gasarter, der altid ledsager eruptionerne. Hvor metalforbindelser m. m. paa den ene side støder sammen med vanddampe, svovlvandstof m. m. paa den anden, indtræder en vevselvirkning, der som resultat leverer den færdige erts, f. ex. efter formel



Da disse forhold spille en principiel rolle ved de moderne eruptioner, maa man ogsaa kunne vente, at de gjorde det ved de tidligere. I og for sig kan man ikke øjne nogen grund til, at den fysikalske beskaffenhed af de produkter,

¹⁾ Sur les émanations métallifères. Bulletin de la Société géol. de la France 1849.

som leveres ved de forskjellige eruptioner, skulde være aldeles afhængig af de geologiske tidsperioder. Vi maa saaledes paa forhaand kunne gaa ud fra, at hver enkelt af vore mange eruptiver førte med sig forskjellige metalforbindelser, og at vi i den anledning maa vente at finde erts-ansamlinger, som vistnok i kvantitativ henseende kan tænkes at være højst ubetydelige, i nærheden af grænserne; vor opgave i det følgende er kritisk at gjenneemgaa vore eruptive bergart-grupper samt de ertsforekomster, som muligens kan være knyttede til samme.

Da vor yngre granit (og syenit) kom frem som en smeltet, ild- (og vand-)flydende masse, maa vor første forestilling være, at ogsaa ertsen oprindeligt eksisterede i smeltet tilstand. I saa fald maatte man dog ubetinget vente, at ertsen var bleven holdt tilbage af eruptiven og fuldstændig bleven indsmeltet i samme¹⁾ o: at vore forekomster maatte optræde inde i graniten, omtrent som forholdet er ved f. ex. Meisholt grube; de i siluren værende anvisninger maatte i tilfælde kun være at opfatte som apofyser, udsendte af moderstenen.

Undersøgelse af vor ertsgruppe oplyser dog om, at forekomsterne optræder paa en ganske anden maade; vi slutter heraf, at ertsen ikke kan have trængt frem i smeltet tilstand, men i en anden aggregations-form, altsaa enten som gas (ertsen dannet ved sublimation) eller i opløst form. Forholdene ved de moderne lavaer lærer os, at overhedet vand spiller en principiel rolle ved de forskjellige udbrud; at saa

¹⁾ Det erindres, at de eruptive bergarter altid indeholder større eller mindre mængder af den erts (magnetit), som danner hovedbestanddelen i vore gruber, hvoraf fremgaar, at magnetit uden videre kan blande sig med silikater, der befinder sig i smeltet tilstand, noget, som f. ex. ogsaa studium af slagger lærer os.

ogsaa var tilfælde ved de gamle granit-eruptioner, bestyrkes som bekjendt bl. a. derved, at granitens kvarts altid indeholder store mængder af vædske-indeslutninger. Endvidere vil vi her ogsaa minde om, at granitens ejendommelige struktur og dens metamorfoserende virkninger jævnlig tilskrives en stor vandgehalt. — Som resultat heraf faar vi, at vore oprindelige metalforbindelser, hvorledes man end vil forestille sig disse, rimeligvis ved udbruddet maa have staaet i en eller anden forbindelse til granitens vandmængde. Den temperatur, som maa have hersket ved granit-eruptionen, maa ubetinget have været højere end vandets kritiske temperatur¹⁾ (ca. 625° —, over hvilken vand kun kan existere i gas- eller dampform); vi maa derfor, idet vi henholder os til den nys fremstillede hypothese, kunne slutte, at vore metalforbindelser oprindelig rimeligvis maa have befundet sig i gas- eller dampformig opløsning.

I hvilke chemiske forbindelser, de ertsdannende elementer oprindelig befandt sig, kan ikke nøjagtig angives, men vi skal dog forsøge at redegjøre for forholdet, saavidt som det nu er mulig. Da jern, dels inde i selve jernertserne og dels inde i kobberkisen og brogetkobberen, ved vore samtlige forekomster spiller en principiel rolle, maa vore metalforbindelser overalt have indeholdt betydelige mængder af dette element. Endvidere maa de have ført en vekslende procent kobber samt lidt bly, zink, vismuth, antimon, arsen(?) og spor af nikkel, kobolt m. m. Svovl maa overalt have medfulgt, i regelen dog kun i ringe mængde og aldrig i aldeles overvejende rigdom i forhold til de øvrige elementer, idet vi, som omtalt, finder, at vore forekomster aldrig udmærker sig ved nogen særdeles betydelig svovlgehalt eller ved store

¹⁾ Temp. ved denne antages i alm. at have været temmelig lav, men den maa dog have været over 625° (o: mellem mørk og lys rødglødhede), thi under denne temp. smelter neppe noget silikat.

mængder af stærkt svovlbundne mineraler. En forbindelse, som med lethed har kunnet afgive surstof, maa overalt eller i regelen have været tilstede. Det er enkelt og naturligt at antage, at vore metaller optraadte som clorider eller fluorider; vi ved nemlig for det første, at netop disse forbindelser altid optræder ved de moderne lavaer, og dernæst, at de med vor ertsgruppe saa analoge tinsten-forekomster kan forklares ved at forudsætte emanationer af haloider¹⁾. Endvidere maa der altid have været noget H₂O tilstede og rimeligvis større eller mindre mængder af H₂S. — I de forskjellige ertsdistrikter existerede der et vekslende forhold mellem de enkelte elementer; som vore karter viser, omgiver graniten sig nemlig paa de fleste steder med nogenlunde rene jernertser, i enkelte distrikter (ved Gjellebæk i Lierdalen, i feltet Grorud-Alun-sjøen og muligens feltet Brotshoug-Stefferud(?)) derimod med forekomster, der fortrinsvis fører kobberertser. Vi kan altsaa i mineralogisk henseende dele de til graniten bundne forekomster i erts-grupper; noget aldeles lignende kan gøres med den Thelemark-Sæterdalske ertsformation, se herom senere.

At vore metalforbindelser, rimeligvis ledsagende det i overhovedet tilstand existerende vand, har optraadt meget hyppig og ikke kun paa enkelte, tilfældige lokaliteter, ledes vi for det første til at antage af den rent theoretiske baggrund, idet der, som tidligere berørt, hersker en meget intim forbindelse mellem de to slags produkter, som følges ad ved de eruptive udbrud; dernæst kan vi uden videre aflæse det af vore karter, idet disse viser, at der overalt langs granitgrænsen ligger en mængde gruber og skjærp. Tager vi f. ex. for os grænselinjen mellem granit og silur, grundfjeld m. m. paa stykket Skreikampen—Eidsvold—Nitedal—Kristiania—Drammen (af samlet længde ca. 120 kilom.), saa finder vi, at der

1) Cfr. *Daubrée*: Géologie expérimentale.

neppe noget sted er et mellemrum, hvor vi ikke kjender gruber eller skjærp, af en længde (regnet langs grænsen) saa stor som 8—10 kilom.¹⁾ Endvidere maa det erindres, at der selvfølgelig for det første er mange, relativt store forekomster, som man endnu ikke har opdaget, og dernæst, at der findes en mængde aldeles ubetydelige anbrud, som man aldrig har gjort til gjenstand for noget slags grubearbejde.

Af vore forekomsters geologiske optræden fremgaar det, at der maa have fundet et meget nøje tids-forhold sted mellem granitens eruption og ertsens dannelse, thi ellers vilde man ikke kunne forklare, at ertsen overalt optræder i zone langs grænsen (se herom nøjere under den theoretiske udvikling i næste afsnit). Paa et par steder (ved Meisholt m. m., ved de smaa silur-brudstykker ved Stiger skjærp, Langtjærn og Ødemark gruber samt ved »Henckels« kisgrube, hvor ertsen sidder saavel inde i graniten som i skiferen) finder vi, at selve graniten indeholder erts i større eller mindre mængde inde mellem de øvrige, ordinære bestanddele; vi maa antage, at ertsen her allerede existerede inde i graniten, forinden dennes endelige udkrystallisation fandt sted. I det hele og store kommer vi dog til det resultat, at metalforbindelserne i regelen rimeligvis allerede tidligere maa have forladt eruptiven. Vore forekomster optræder næsten altid udenfor graniten; skulde metalforbindelserne have passeret moderstenen, efterat denne var bleven fast, maatte man vente hist og her at træffe gangformige dannelser inde i selve graniten, altsaa forekomster analoge med dem, som undertiden viser sig i Thelemarken (Klovereid, Gaaskjærn — Næsmark, Naper etc.), men saadanne findes aldrig i vort her omhandlede felt.

De forskjellige forholde kan paa den enkleste og natur-

¹⁾ Vi tager her ikke hensyn til de korte strækninger i Asker, Bærum m. m., hvor grænsen er dækket af yngre eruptiver.

ligste maade forklares ved at antage, at metalforbindelserne (ledsagende det i overhedet tilstand eksisterende vand) i regelen forlod graniten, forinden denne gik over fra flydende til fast form, og at de først afsatte sig (eller dannede sig til erts), hvor de traf faste legemer, som kunde optage ertsen i sig. Herved kan vi for det første forklare, at vore forekomster jævnlig ligger lige paa grænsen mellem graniten og siluren, og endvidere, at ertsen ofte optræder inde i siluriske brudstykker, der fuldstændig omsluttet af granit. Ved første øjekast vil man muligens opfatte disse som itubrukne og løsrevne rester af i selve silurfeltet oprindelig eksisterende »ertslejer«; en nøjere undersøgelse viser dog, at saaledes kan det ikke forholde sig, med mindre man vil forklare tilsyneladende lovmæssigheder som kun rene tilfældigheder. For nøjere at klargjøre dette vil vi først betone, at af 46 af mig besøgte forekomster (uvæsentlige skjærp fraregnede), hvor ertsen sidder i siluriske skifere, har ikke mindre end 10—12¹⁾ optraadt i brudstykker, beliggende i granit. Naar man betænker den i kvantitativ henseende overmaade ringe plads, som de i silur-zonen optrædende forekomster indtager, vil det indsees, at det nævnte statistiske forhold ikke kan bero paa kun tilfældige omstændigheder. Endvidere finder vi, at anvisningerne i vore brudstykker jævnlig ligger netop paa grænsen mellem skiferen og graniten, hvilket igjen maa være begrundet i forholde, som staar i direkte forbindelse med selve ertsens genesis. Tilslut kan ogsaa fremhæves, at paa flere steder (Stiger skjærp, Langtjern grube og Ødemark grube) sees erts inde i selve graniten lige ved brudstykkerne; alene af denne omstændighed maa man kunne slutte, at forekomsterne inde i skifer-flagene direkte afhænger af eruptivens indvirkning.

¹⁾ De i den store silur-ø ved Skreia værende forekomster er ikke medregnede i dette tal.

Enkelte af de ertsførende skifer-stykker ligges i større afstand (2—4, et sted endog 8 kilom.) fra grænsen, hvoraf fremgaar, at metalforbindelserne ikke udelukkende eksisterede i nærheden af granitens grænse mod de tilstødende bergarter, men at de ogsaa fandtes midt inde i selve det eruptive felt (eller hav). Grunden til, at der her kun viser sig meget faa forekomster, maa antagelig være at søge i, at metalforbindelserne her uden videre gik op i den over den eruptive magma svævende atmosfære (eller vandmasse), eller at de afsatte sig i den først stivnede skorpe, som nu er eroderet bort.

Som bekjendt antages det meget jævnlig, at den metamorfose, som skiferen i nærheden af granitgrænsen har undergaaet, egentlig skyldes overhede vanddampe, som eruptiven ved sin udkrystallisation løslod. Den forstærkede metamorfose ved vore ertsforekomster maa efter dette rimeligvis være begrundet i, at metalforbindelserne altid var ledsagede af en hel del vanddampe.

Med hensyn til forekomsternes tektonik kan vi dele den hele ertsgruppe i to underafdelinger, som temmelig let kan holdes ud fra hinanden, nemlig i de forekomster, som optræder inde i siluriske skifere σ : i bergarter, som med særlig lethed lader sig kløve op efter en vis spalteredning — og i de, som optræder inde i grundfjeldsbergarter, porfyr og porfyr-tuf σ : i bergarter, som i alm. ikke viser nogen stærkt udpræget skifrigheid. I det første slags fjeld viser ertsen sig som fattigere eller rigere, falbaandsmæssig impregnation, i det andet slags derimod optræder den i rene gange.

Grunden hertil maa være, at metalforbindelserne ved udbruddet fulgte den vei, hvor de mødte den mindste modstand. I de siluriske skifere trængte de frem langs de mangfoldige spalter og aabninger, som eksisterede mellem skiktfladerne, hvoraf følgen var, at ertsen blev spredt og fattig. Hvor metalforbindelserne paa dybet naaede frem til et bestemt

skikt, langs hvilket de med særlig lethed kunde bane sig vej, udbredte de sig til alle sider efter lagfladerne; herfor kan vi nu finde sviter af forekomster, liggende paa forskjellige steder i et og samme niveau i skiferrækken (se kart over Pauls og Nyberg grube, Skreikampen, fig. 6).

I vore to hovedfelt (ved Skreia og Drammen, se kart fig. 1 og 2) gaar granitgrænsen i det hele og store parallelt med skiferens strøg (ONO — VSV. eller O. 35° til N. — V. 35° til S.); de erts-impregnerede partier følger i regelen skikterne, gaar altsaa ogsaa omtrent ligeløbende med granitgrænsen. Skulde ertsen her uden videre have trængt frem i horizontal retning (altsaa fra siden), maatte den paa sin vej have kommet til at krydse en mængde forskjellige skikter. I saa fald maatte vi for det første vente paa enkelte steder at træffe ertsgange, gaaende normalt paa skiferens strøg, men saadanne findes ikke; endvidere maatte vi vente, at ertsen ved sin vej over skikterne strax maatte have kommet til at kile sig ind mellem lagfladerne, hvoraf altsaa vilde resultere, at samtlige forekomster vilde komme til at ligge i umiddelbar nærhed af granitgrænsen. Saa er dog ikke tilfælde, idet vi har gruber i afstand ca. 1.5 kilom. fra grænsen.

Den maade, hvorved lejningsforholdene og forekomster-nes rent topografiske beliggenhed bedst kan forklares, bestaar efter den nys gjorte udvikling i at antage, at ertsen ikke er kommet ind fra siden, men derimod direkte op fra dybet. Betingelsen for denne hypotese er, at graniten ikke hviler som dække over siluren, men derimod ligger som fod under samme. At saa rimeligvis er tilfælde ved vore to hovedfelt, har vi i de indledende bemærkninger forsøgt at godtgjøre (cfr. prof. *Th. Kjerulfs* undersøgelser over Drammens-graniten).

Det store silurfelt ved Skreia opfattes simplest som et uhyre brudstykke; de ertsforekomster, som optræder i dette,

maa derfor godt kunne stilles i samme kategori som de, der er knyttede til de vanlige, smaa silur-flag.

Ganske andre forholde møder vi, naar vi gaar over fra de løse, siluriske skifere til de faste bergarter (grundfjeld, porfyr, porfyrtuf). Der er grund til at formode, at graniten ikke gaar paa dybet ind under disse bergarter, og — i overensstemmelse hermed — finder vi, at vore ertsgange her ikke gaar parallelt granitgrænsen, men normalt paa samme (som forholdet er ved Langgaard grube, Stefferud gangene, hvis geologiske stilling vistnok er højst tvivlsom, og Nedre Grorud med Houerud) eller i aldeles vilkaarlige retninger (som tilfældet er med de fleste af gangene i porfyren og porfyrtuffen ved Alunsjøen).

Ikke paa noget sted kan vi mærke, at brudlinjer eller spaltesystemer har udøvet nogen indflydelse paa forekomsternes beliggenhed, tværtom, i de siluriske skifere har ertsen næsten overalt banet sig vej langs lagfladerne og i de andre bergarter efter et kompleks af tilsyneladende tilfældige spalter.

Til sidst skal vi kortelig omtale den betydning, som udsendelsen af apofyser kan have havt paa emanationen af vore ertsdannede elementer. Nogen direkte forbindelse mellem granit- (eller kvartsporfyr)-gange og ertsforekomster kan vi kun paavise paa et eller to steder, nemlig ved Nedre Grorud (se kart, fig. 11) og muligens desuden ved Hauksæter (pr. Aaserud, Drammens-feltet). Paa førstnævnte sted ligger ertsgangene netop paa grænsen mellem kvartsporfyr-gangene og den omgivende bergart (porfyr); ertsen har altsaa her trængt frem paa de ved apofysens injection dannede spalter¹⁾. Paa det andet sted sidder ertsen (blyglans, zinkblende med fluspath) inde i et lidet falbaand, der strækker sig langs en

¹⁾ Dette er et temmelig hyppigt forhold, se næste afsnit, f. ex. kart over Hisø, fig. 16.

granitgang; det lykkedes mig ikke at finde erts inde i selve graniten, og derfor tør det ikke paastaaes med sikkerhed, at ertsen her staar i afhængigheds-forhold til eruptiven.

Ved flere af de øvrige forekomster (f. ex. Krambodol, Besseberg og Saasen i Drammens-feltet, Pauls grube og Nyberg grube i Skrei-feltet), sees granitgange (eller kvartsporfyrgange) i nærheden af ertsen, men nogen direkte forbindelse mellem de to eruptive produkter kan intetsteds gynes. Det maa specielt betones, at vi aldrig finder nogen granitapofyse, som selv er ertsførende, naar undtages den nys omtalte kvartsporfyrgang ved Nedre Grorud, der indeholder lidt primær kobberkis og brogetkobber.

De slutninger, vi af disse omstændigheder kan uddrage, er fornemmelig af negativ art; det synes, at granitapofyserne i det her omhandlede felt (forekomster, fornemmelig i siluriske skifere, ved yngre granit) paa langt nær ikke har spillet den rolle for selve erts-emanationernes fremtrængen og udbredelse, som tilfældet var i den Thelemark-Sæterdalske ertsformation, se herom senere. I forbindelse hermed staar muligens ogsaa, at ved den yngre granit optræder forekomsterne altid inde i en meget smal zone (bredde i max. ca. 1.5 kilom.) langs grænsen, medens ertsen i det Thelemarkske felt kan fjerne sig 15—20 kilom. og muligens derover fra graniten.

I ren praktisk henseende kan meddeles følgende. — I de siluriske skifere optræder ertsen spredt, altsaa fattig, i grundfjeldsbergarter, porfyr m. m. derimod forholdsvis i koncentreret form; der er derfor paa forhaand størst sandsynlighed for, at forekomster i de sidstnævnte bergarter skulde kunne drives med fordel.

Med temmelig stor sikkerhed kan siges, at ikke en

eneste af de hidtil kjendte jernerts-forekomster kan blive gjenstand for nogen ordentlig grubedrift. Forekomsterne er vistnok undertiden af ganske betydelige dimensioner (som tilfældet er f. ex. med Narverud og Aaserud) og indeholder tilstrækkelig store erts-kvanta, men malmens kvalitet er for daarlig. For det første er ertsen overalt, hvor den sidder i de siluriske skifere, stærkt blandet med skifer-substans (i metamorfoseret stand), hvortil kommer lidt kalkspath, kvarts m. m.; resultatet heraf er, at man, selv ved udstrakt skeidning, ikke kan faa malmen op i tilstrækkelig høj gehalt. De hidtil kjendte jernerts-gange i Grorud-porfyren er samtlige højst ubetydelige, og den oftere omtalte magnetit-gang ved Langgaard pr. Skreia gjorde heller ikke indtryk af være særdeles rig eller mægtig. Endvidere er jernertsen overalt forurennet af forskjellige sulfider (svovlkis, magnetkis, kobberkis, blyglans, vismuthglans m. m.), som findes indsprængt saa jævnt og fint, at det er umulig at skeide dem bort.

Derimod kan det nok tænkes, at enkelte af kobbererts-anvisningerne i vore to kobberfelt (Grorud—Alunsjøen og Gjellebæk pr. Lier) kan drives med fordel, om jeg end maa gjøre opmærksom paa, at de forsøg, som hidtil er udførte, — saavidt vides — rimeligvis samtlige har endt med negativt resultat. I det førstnævnte felt findes en vrimmel af gange, hvoraf de allerfleste er højst ubetydelige, men da selve ertsen i og for sig er meget værdifuld, kan det nok tænkes, at man kan træffe drivværdige lejesteder.

II.

Ertsforekomster ved grønstengange.

(diabaser, proterobaser, epidioriter, dioriter m. m.)

De mange i Kristiania-territoriet optrædende eruptiver samler sig saavel i geologisk som petrografisk henseende til flere ganske vel begrænsede grupper; vi har allerede gjen-nemgaaet de ertser, som er knyttede til den vigtigste af disse, nemlig til graniten (og syeniten), og skal i det følgende vende os til dem, som er knyttede til en i det hele og store taget ligesaa karakteristisk gruppe, nemlig til vore grønstengange. Heri indbefatter vi som bekjendt de forskjellige gange af diabas og proterobas, lejlighedsvis endvidere epidiorit og diorit samt de tilhørende underafdelinger; i petrografisk henseende skulde disse bergarter egentlig deles i en mængde kategorier, men da en saadan detaillering ikke er af nogen væsentlig interesse (i alle fald ikke paa det nuværende stadium) for opfatningen af vore ertsforekomster, slaar vi dem alle sammen under et¹⁾.

Det mest bekjendte af de til vore Kristiania-grønstengange knyttede ertsfelt findes ved Konerudkollen pr. Drammen²⁾ (se kart, fig. 2), midt inde i det nys behandlede jerngrube-distrikt Drammen—Vestfossen. I Konerudkollen og

¹⁾ For at man kan faa en oversigt over grønstengangenes petrografiske natur kan anføres, at de fleste af de mange grønstene, jeg har havt anledning til at undersøge, har tilhørt to ganske karakteristiske typer, nemlig diabas paa den ene side og proterobas paa den anden. Diorit med epidiorit er sjelden. Ifølge *H. Mohl* »Die Eruptivgesteine Norwegens« (pag. 175) bestaar den saakaldte »blaabest« (fra Dalemyr grube) af diabas.

²⁾ Se Uds. over d. sydl. Norges geologi, Ertser.

nærmeste omegn optræder de siluriske etager 8 og 9; om skikternes stilling se Uds. over d. sydl. Norges geologi, pag. 57. Gjennem de forskellige foldninger skjærer et system af nogenlunde parallelle grønstengange, som ofte kan følges i temmelig betydelig længde (0.5 kilom. og derover); bredden af de enkelte gange er liden, i regelen kun ca. 1 m. Gangenes hovedretning er her som i det øvrige silur-territorium paa østlandet temmelig nøjagtig N—S.

De i feltet optrædende ertser er følgende: Blyglans, zinkblende, kobberkis, svovlkis, magnetkis, jernglans, magnetit(?), molybdænglans, arsenikkis, fahlerts(?) m. m. samt som forvittringsprodukter kobberlazar, undertiden i krystaller, og malachit. Blyglansen er altid sølvholdig, paa de forskellige steder inden distriktet i højst variabel grad; de analyser, som har staaet til min disposition, har udvist en sølvgehalt mellem 0.03 og 0.30 % sølv. I selve Konerudgruberne (hvor tidligere det saakaldte »Wedelske værk« arbejdede) er blyglans og zinkblende de væsentligste ertser; snart er den ene forherskende, snart den anden. Ved den drift, som fandt sted i forrige aarh., arbejdede man udelukkende for blyglansens skyld, ved den, som fandt sted i aarene 1866—74, derimod fornemmelig for zinkblendens. Ved enkelte af de øvrige forekomster er andre ertser undertiden dominerende; ved Kroksæter skjærp (S. for Mjøndalen) har vi saaledes svovlkis med nikkelholdig magnetkis og koboltholdig arsenikkis; ved et skjærp ved Austad (O. i feltet) har vi jernglans med lidt blyglans i og ved en grønstengang, og ved Dalemyr skjærp optræder molybdænglans, ledsaget af blyglans og zinkblende.

Da ertserne i det temmelig store felt er tilstede paa mange punkter og ofte, som f. ex. paa Konerudkollen, viser sig lige oppe i dagen, blev de første gruber her anlagte for meget lang tid siden. Ifølge en gammel detailbeskrivelse af *Gerhard Faye*, i »Topografisk journal for Norge«, 7de bind

(1799—1800), skede den første opdagelse i 1646, men først 80 aar derefter (1726) begyndte en regelmæssig drift, som vistnok ikke gik med fordel¹⁾; paa grund af det daarlige resultat nedlagdes værket i 1788. I aarene 1866—74 var gruberne igjen gjenstand for ordentligt grubearbejde; den aarlige produktion i denne termin havde gjennemsnitlig en værdi af kr. 100,000. Det fremgaar af de her meddelte tal, at ertstilgangen er ganske betydelig, om end ertsen neppe noget sted er saa ren og samlet, at en drift kan lønne sig.

Allerede i det første tidsrum, gruberne blev drevne, lagde man mærke til, at ertsen i det hele og store taget fulgte efter visse gange, de saakaldte »blaabestgange« (grønstengangene), hvilke — som det heder i den gamle beskrivelse — »som en rettesnor blev fulgt ved driften paa dyb og i felt«; »blaabestgangene« blev sammenlignet med trapgange, σ : med vore grønstengange. Ogsaa *B. M. Keilhau* var (se *Gæa norvegica*, pag. 57) opmærksom paa dette forhold, idet han kalder »blaabesten« en sand »ertsbringen«. Prof. *Th. Kjerulf* har nøjere fremholdt (se *Udsigt*, pag. 62), at den saakaldte »blaabest« kun er den vanlige, eruptive grønstengang, og at ertserne maa være indkomne med denne.

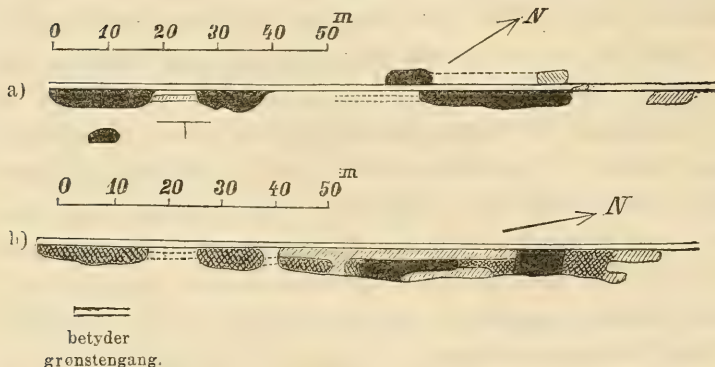
Vi skal gaa over til at give en kort redegjørelse for forekomsternes geologiske optræden. Som karter og profiler fra de forskjellige dagaabninger viser (se f. ex. karterne, fig. 12 *a* og *b*, samt profil, fig. 13), har afbygningen i det hele og store taget rettet sig efter grønstengangene og saavel i strøg som fald skaaret sig tvert gennem de omgivende siluriske skifere.

De sidste ligger i temmelig fladt bølgende lag (tilsam-

¹⁾ For at man kan faa idé om produktionens størrelse kan anføres, at i aarene 1736—51 blev der leveret 100,376 tdr. malm, hvoraf blev udvundet 16,169 mk. sølv (σ : ca. 3,800 kgr. sølv, efter den nu gjældende pris af værdi ca. $\frac{1}{2}$ million kr.) samt 132 skpd. kobber og 2,275 d. bly.

men dannende, ifølge profil i Udsigt, en inverteret fold), gruberne derimod gaar ret paa dybet, oftest med matematisk nøjagtighed ledsagende de omtrent steilstaaende, eruptive gange. Det dyb, man har naaet, altsaa den skifer-

Fig. 12.



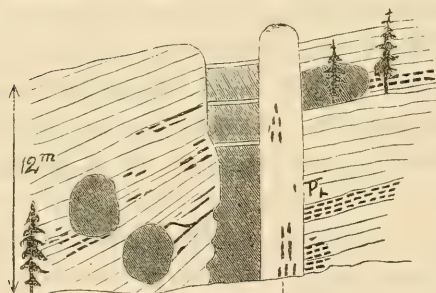
Kart over dagaabningerne ved et par gruber i og ved Konerudkollen.

a) grube i kollens NV.stre del.

b) Oran grube.

(Sort og schrafferet betyder gruberum af forskjellig dybde).

Fig. 13.



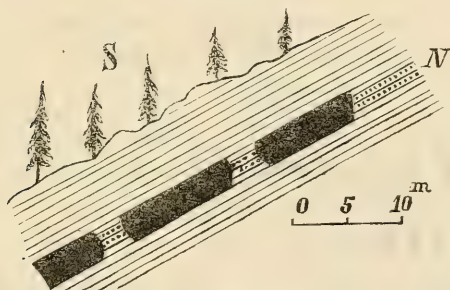
Graat er gruberum, sort er erts (zinkblende, blyglans).

Grønstengang.

Profil over en af dagaabningerne ved grube a, Konerudkollen (se kartet).

mægtighed, som er overskaaret, er, saavidt vides, henimod 100 m. Paa enkelte steder har man afbygget skiferen paa begge sider af gangene, paa andre derimod kun paa den ene; undtagelsesvis har man ogsaa medtaget selve grønstengangen, idet denne paa enkelte steder ogsaa er ertsførende (se detailtegning, fig. 15). Den største del af ertsen sidder som falbaandsmæssig impregnation inde i den tilstødende skifer, fortrinsvis i en smal zone (af bredde ca. 2—5 m.) paa begge sider af grønstengangene; kun undtagelsesvis hænder det, at ertsen, idet den holder sig i bestemte skiferlag (som i særlig grad maa have egnet sig til impregna-

Fig. 14.



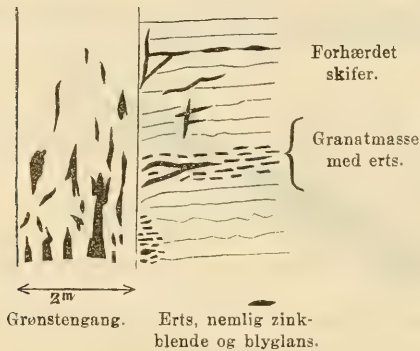
Profil over dagaabningerne ved en grube i Konerudkollen.
(Sort betyder gruberum, prikket betyder erts).

tionen) i større afstand (muligens endog op til 50—100 m.) fjerner sig fra hovedgangen (se f. ex. profil, fig. 14; det erts-impregnerede lag, som her er aftegnet, er fortsættelsen af et af falbaandene i den øvre del af profil, fig. 13). Ved ensidig at fæste sig ved disse punkter kunde man foreløbig faa det indtryk, at ertsen i virkeligheden her skulde være af sedimentær oprindelse, men følger man grubeafbygningen eller det ertsførende skikt til siden, opdager man, at ertsen udspringer fra en grønstengang, som selv holder mere eller mindre erts. Ogsaa ved studium rent i detaillien kan man ofte se, at ertsen maa være yngre end skiferen, idet denne

jævnlig gennemskjæres af uregelmæssige ertsaarer (se f. ex. fig. 15; det maa betones, at her gjengives ikke nogen af de typisk krydsende gange).

De skiferpartier, hvori ertsen har trængt frem, er blevne metamorfoserede, om end ikke i fuldt saa stærk grad, som forholdet var ved de nys behandlede jerngruber. Ogsaa ved blyglans-forekomsterne synes der at herske en vis proportionalitet mellem den forhaandenværende ertsmasse og metamorfosens grad. Konerudkollen dannes fornemmelig af kalkrige skifere (hørende til etage 8); i overensstemmelse hermed finder vi, at lagene paa de fleste steder fortrinsvis er for-

Fig. 15.



andrede til granat. Ingen mig bekjendt omstændighed taler for, at der til selve skiferen ved dens metamorfose har fundet sted en tilførsel af fremmed material. — Da afstanden fra Konerudkollen til grænsen af den yngre granit kun er temmelig liden (horizontalt regnet 1—2 kilom.), har det hele skifersystem i grubefeltets omgivelser undergaaet den ordinære, lovmæssige metamorfose, som vistnok her ikke har optraadt med stor intensitet. Man kan meget let holde ud fra hinanden den omvandling, som skyldes graniten, og den, som skyldes ertsen, idet den sidste er lokalt begrænset til de ertsførende partier.

Af egentligt »gangberg«, σ : de ertsen ledsagende mineraler, som oprindeligt ikke tilhørte skiferen, findes der ikke meget, om end mere end ved de i forrige afsnit omhandlede jernertsforekomster. Det vigtigste af de fremmede mineraler er kalkspath, dernæst kommer flusspath og kvarts; samtlige optræder jævnlig i smaa, men vakre krystaller (kalkspath dels søjleformig med former $\infty R. + \frac{1}{2}R$, dels tavleformig med former $\infty R. OR$; flusspath i O og ∞O). De forskellige ertser viser sig ogsaa ofte i ganske gode krystaller.

I selve Konerudkollen er der en utallighed af større eller mindre gruber, hvoraf hver enkelt kan henføres til en bestemt af de mange grønstengange; af de sidste har jeg ved mine gjentagne besøg talt mindst 15, rimeligvis er der det mangedobbelte antal. De i aasen gaaende gange er, saa vidt det kan sees, samtlige indbyrdes parallelle, strygende i retning N—S.; ved fjeldets fod ligger »Oran« grube, hvis grønstengang gaar i retning NNV. Den indbyrdes afstand mellem de enkelte gange er højst variabel, i regelen ca. 50—100 m. I det hele distrikt er der et ikke ubetydeligt ertskvantum tilstede; kun skade, at ertsen næsten overalt optræder saa spredt og fint indsprængt, at man, selv ved samvittighedsfuld skeidning, ikke kan faa den bragt op i tilstrækkelig høj gehalt. For at kunne levere produkterne i salgbar stand maa man lade dem gennemgaa en kostbar og vidtløftig opberedning, men herved belastes arbejds-udgifterne i altfor stærk grad. Tilmed er blyglansens sølvgehalt ikke særdeles betydelig, kun 0.03 til 0.30 %.

I umiddelbar nærhed af Konerudkollen har man en række analoge forekomster. Ved Austad (i O.) ligger der saaledes en hel del smaa anbrud (paa blyglans, zinkblende og jernglans) dels inde i og dels lige paa siderne af en lang, men smal grønstengang (længde over 320 m.). I nærheden af denne findes en ganske ejendommelig forekomst, idet de siluriske skikter i enkelte lag fører jernglans, i andre derimod

blyglans (med zinkblende); grænsen mellem de to slags ertser er saa skarp, at man ved forsigtig minering kan faa hver sort ud for sig. Her skulde man ved første øjekast tro, at man havde for sig virkelig lejeformig erts, optrædende i differente lag; men følger man erts-impregnationen lidt til siden, træffer man »blaabesten«, og ogsaa denne indeholder de samme slags ertser. Ved Kroksæter (i V.) har man svovlkis, magnetkis (Niholdig) og arsenkis (Coholdig) dels inde i og dels lige ved siden af en lang grønstengang; ved de i geologisk henseende aldeles analoge forekomster ved Dalegruben og Bjørnemyr optræder igjen nye ertser, nemlig jernglans med molybdænglans og blyglans. I Drammens-feltet har vi endvidere (ifølge opregning i Udsigt, pag. 64) følgende forekomster (af zinkblende, sølvholdig blyglans og kobberkis) ved »blaabestgange«.

Dammyr skjærp paa Eker, i over-silur.

Egholt,

Torud skjærp,

Kjeldsaas skjærp i Sandedalen

Palaker, øst ved Glomsrudkollen, i etage 5.

} i etage 8.

Udenfor det snevre felt, hvori vi hidtil har holdt os, er grønstengangene ogsaa ofte »ertsbringende«. Inde i selve Kristiania by, nemlig (ifølge *Th. Scheerer*, *Nyt mag. for naturv.*, B. 4 og 5, samt *Th. Kjerulf*, *Udsigt*, pag. 64) et sted i nærheden af gamle Akers kirke, ved »Dragehullet« og paa Bergesens løkke mellem Akersbakken og Hammersborg har man i tidligere dage brudt zinkblende¹⁾ m. m. ved grønsten-

¹⁾ *Scheerer* leverer af denne følgende analyser:

Zinkblende fra:	Zn	Cu	Fe	S	Mn	Cd
»Dragehullet«	46.45	Spor	16.88	33.76		} Ikke spor.
Gamle akers kirke . . .	51.44		14.57	32.33		
do	53.17	Spor	11.79	33.73	0.74	

gange. Aldeles analoge forekomster, samtlige vistnok højst ubetydelige, har jeg seet paa flere steder i Røken (ved Nersnæs-kysten) og Asker; grønstengangene sætter her gennem undersilur. — Fra grundfjeldet kjendes følgende forekomster: Skjærp lidt N. for Stathelle, paa vestsiden af Skiensfjorden; en grønstengang (mægtighed 0.5 m.) skjærer gennem gneisens skikter og omgiver sig paa begge sider med uregelmæssige kvartsgange, der fører zinkblende og blyglans; gangene gaar fortrinsvis netop paa grænsen mellem grønstengangen og gneisen. Aldeles lignende forekomst findes 10–12 kilom. længere i S., nemlig ved Tangvold pr. Lange-sund. I Balkeaaen paa Ø. Thoten er der flere skjærp; kobberkis med svovlkis optræder i vel markerede kvartsgange, som dels gaar paa grænsen mellem en smal grønstengang og den tilstødende gneis, dels gennemkrydser de nævnte bergarter¹⁾. — Vardeaaen skjærp (mellem Hakedal og Gjerdrum): blyglans (efter opgivende sølvrig), zinkblende m. m. i kvartsgange paa siden af en smal grønstengang, som sætter op gennem den yngre Kristiania-granit.

I forbindelse hermed vil vi omtale vismuthglans-forekomsten paa S. Sandø, Hvaløerne²⁾, hvilken ogsaa optræder i granit, nemlig i Smaalens-graniten; ertsbringeren her hører ikke med til den egentlige grønsten-gruppe, men til Holme-strands augitporfyr (olivindiabas-porfyr med glasbasis). Parallelt med den eruptive gang gaar der en del smale kvarts-flusspath-gange, som fører vismuthglans, svovlkis m. m.

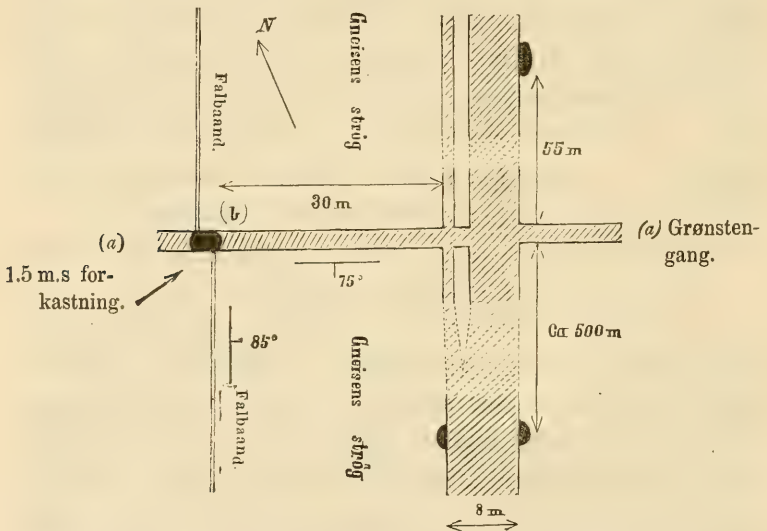
Sølvforekomsten paa Hisø pr. Arendal (se kart, fig. 16).
Ved Stølsvig i nærheden af Hisø kirke findes en højst ejen-

¹⁾ Se Indberetn. til den geol. unders. om rejser sommeren 1882, *Nyt mag. f. naturv.* 1883.

²⁾ Se *Nyt mag. f. naturv.* 1880.

dommelig forekomst af gediegent sølv m. m., knyttet til grønstengange (diabasgange). Grundfjeldet gennemskjæres paa dette sted i flere 100, muligens endog i 1000 m.s længde af en grønstengang (paa fig. betegnet ved *a*, vanlig bredde ca. 2.5 m.), hvorfra der udgaar lange, næsten snorlige apofyser, indkilede mellem gneisens skikter. Paa grænsen mellem grønstenen og det tilstødende grundfjeld ligger de forskjellige gamle gruber og skjærp, hvoraf enkelte er indtegnede paa kartskitsen (se fig. 16). — Efter gamle relationer

Fig. 16.



Kart over Hlsø grønstengange med tilhørende sølvgruber.

blev denne forekomst drevet i Kristian den 4des tid (omkring aar 1640, før kronens regning), under hvilket arbeide man udvandt en del guld og sølv¹⁾, dog neppe særdeles meget, idet driften temmelig snart blev indstillet. For nogle aar

¹⁾ Efter en beretning, som meddeles med alt forbehold, blev der i 1644 optaget 1 ctn. erts, hvoraf blev udvundet 38 mk. fint guld og 136 (146?) mk. fint sølv.

siden blev en enkelt af de gamle gruber (nemlig *b*) optaget til forsøgsdrift, og det har herunder vist sig følgende¹⁾: Netop paa grænsen mellem grønstengangen, som falder ca. 75° mod SSV., og det omgivende berg, saavel i grønstenens hængende som liggende, gaar der ertsgange, som i bredde varierer mellem ca. 0.05 m. og ca. 1.0 m., og som fornemmelig bestaar af kalkspath med lersubstans; i midten af gangene er der ofte aabne rum, beklædte med vakre kalkspathskaletøedere. De optrædende ertser er følgende: gediegent sølv (i traade og blade), sølvglans (undertiden i smaa terninger), gediegent guld, kobbernikkel (som er mig opgivet at skulle være sølvholdig) samt markasit og svovlkis. Enkelte af de stuffer²⁾, som fører gediegent sølv og sølvglans, har undertiden en aldeles paafaldende lighed med de Kongsberg-ske ertsstuffer, idet sølvglansen er ansamlet paa begge sider af ertsgangen, medens det gediegne sølv i fine traade er udvoxet fra sulfidet. — Angaaende ertsens fordeling paa gangfladen har man gjort en meget interessant iagttagelse, nemlig at ertsgangen fortrinsvis er rig paa de steder, hvor den gjenemskjærer falbaand; da driften hidtil kun er udført i meget liden maalestok, tør man dog ikke paastaa, at det omtalte forhold er en gjenemgribende regel. Synken (*b*) er anlagt netop paa det sted, hvor grønstengangen gjenemkrydser et falbaand (gneislag med en fattig impregnation af kis) af mægtighed 0.5—1 m.³⁾ Ved synkningen af skakten lagde man mærke til, at ertsen omtrent udelukkende holdt sig i de partier, hvor ertsgangene overskar falbaandet. Feltorten i

1) Man har gaaet ned med synk af dyb ca. 50 m. og fra synkens bund drevet en feltort af længde ca. 15 m.

2) Disse kan lejlighedsvis være ganske rige; en stuf af vægt ca. 300 gr. leverede saaledes 9.52 % sølv. Efter foretagen analyse indeholder sølvet 0.0019 pct. guld, altsaa meget lidet.

3) Som kartskitsen viser, har der langs grønstengangens spalte fundet sted en horizontal forkastning af størrelse 1.5 m. (regnet horisontalt).

grubens bund drev man først ca. 15 m. uden at finde andet end ubetydelige spor af erts; men da man saa traf et nyt falbaand, indfandt der sig pludselig en hel del traade af gediegent sølv¹⁾ Som bekendt tror de Kongsbergske bergmænd, at en aldeles lignende regel har gjort sig gjældende ved afsætningen eller udkrystallisationen af sølvertsen i de Kongsbergske gange. I og for sig er saadanne lokale regler højst naturlige, idet de forskjellige kræfter, som var de endelig bestemmende ved metallernes udfældning af de oprindelige forbindelser, meget godt kan tænkes at have været afhængige af beskaffenheden af de bergarter, som gjenne- skjæres af gangspalterne, i. ex. af elektriske strømme, som kan have passeret gennem fjeldsystemerne. Det kan bemærkes, at lokale regler for ertsens fordeling paa gangfladen meget ofte træffes i de udenlandske, paa ertsgange arbejdende gruber; ved Himmelfürst grubefelt²⁾ (som har været i stadig drift i 300—400 aar, og som har en aarlig produktion af værdi ca. 1 mill. kr.) har det saaledes vist sig, at de forskjellige gange (ca. 50 i antal) altid er rigest i et smalt bælte (af udstrækning ca. 200—300 m.), som er beliggende lige under en fladt faldende zone af granatholdig glimmer-skifer; ved det omtrent ligesaa udstrakte Himmelfahrter grube-felt (ogsaa pr. Freiberg) er gangene rige, hvor de sætter gennem gneis, derimod fattige (indeholder kun sølvfattig zinkblende). hvor de sætter gennem porfy.

En anden regel, man tror at have fundet ved Stølsvig grube, bestaar deri, at gangen i grønstenens liggende skal være rigere end den i det hængende.

Ogsaa paa andre steder i Arendalstrakten findes forekomster af Stølsvig-grubens typus: ved Koksnaes pr. Land-

¹⁾ Det kan bemærkes, at disse iagttagelser oprindelig er gjorte af folk, som ikke kjender de Kongsbergske forholde.

²⁾ pr. Freiberg, Sachsen.

viksvandet i nærheden af Grimstad, ca. 20 kilom. fra Hisø, har vi saaledes en lignende grønstengang (diabasgang), som baade i det hængende og liggende adskilles fra grundfjeldet ved kvarts kalkspath-gange, der fører svovlkis samt (efter opgivende, hvis paalidelighed jeg ikke betvivler) gediegent sølv; *Th. Scheerer* angiver¹⁾, at i Nødebro jerngrube (beliggende mellem Hisø og Koksnes, ca. 5 kilom. fra det første sted) har man engang fundet kobbernikkel og gediegent sølv sammen med prehnit.

Ertskombinationen gediegent sølv og kobbernikkel gjenfindes paa flere steder i udlandet, f. ex. ved Miltitz pr. Meisen, Sachsen²⁾ og ved Schneeberg, Sachsen; paa det sidste sted indgaar desuden koboltertser, gediegent vismuth, m. m.

Tillæg. Ved en mikroskopisk undersøgelse viste Koksnes-grønstenen sig at være en *diabas-porfyr* med enkelte store, porfyrisk udskildte krystaller af *plagioklas* og en temmelig grovkornig grundmasse, bestaaende af listeformige krystaller af *plagioklas* og en lysegul, næsten ikke pleochroitisk *augit*, som i snit \neq OP viser sig begrænset af ∞P . $\infty P \infty$. $\infty P \infty$; spaltbarhed $\neq \infty P$; vinkel mellem bisectrix og c-axen i symetriplanet maalt til 39° ; augiten er ofte lidt forvitret, hvorved er udskildt *kalkspath*. Bergarten indeholder videre spor af *biotit* samt en del store, ikke fuldt færdigt opbyggede oktaedere af et isotropt, lidet gjennemsigtigt, næsten sort mineral (efter al sandsynlighed jernrig *spinel*).

Bergarten fra Stølsvig indeholder ogsaa porfyrisk udskildte *plagioklas*-krystaller, men er forøvrigt saa forvitret, at man ikke kan danne sig en absolut nøjagtig forestilling om dens oprindelige sammensætning; saa meget kan dog sees, at den staar den nys beskrevne Koksnes-diabas meget nær.

¹⁾ Einiges über das Vorkommen und die Benützung norwegischer Nickel-erze. Berg-und Hüttenm. Zeitung 1845, p. 802.

²⁾ Ifølge *A. Stelzner*. Berg-und Hüttenm. Zeitung 1876, p. 253.

I grundmassen kan adskilles en del *plagioklas* (med næsten udvisket tvillingstrikning), lidt *biotit* (stærkt cloritiseret) samt hist og her lidt *augit*; som sekundær-mineraler (af sidstnævnte mineral?) er fremkommet *kalkspath* (i rigelig mængde) og rimeligvis noget *kvarts*. Ogsaa her sees de store oktaedere af mørk *spinel* eller *magnetit*.

Kobberkis-gangene ved Brotshaug nær Feiring kirke pr. Mjøsen. I en stærkt forvitret syenit-porfyr, som muligens er en udløber af den nærliggende granit (eller syenit), og som i en gang af flere kilom.s længde og ca. 1 kilom.s bredde passerer mellem grundfjeldet paa den ene side og silurisk etage 2 (alunskifer) paa den anden, optræder der en hel del (ca. 10) nogenlunde parallelle gange, der samler sig til et gangtog af bredde ca. 150 m. og længde nogle 100 m.¹). Gangene, hvis mægtighed varierer mellem 0.05 og 0.3 m., bestaar af kvarts og kalkspath med kobberkis og svovlkis; ertserne sidder gjerne i linseformige ansamlinger. Paa dette gangsystem arbejdede i slutten af forrige aarh. et lidet kobberværk, som havde smeltehytte ved den nærliggende Stefferud-elv; ved en nys stedfunden prøvedrift, hvorved der tilsammen blev afbygget ca. 200 m² gangflade, udvandt man gjennemsnitlig 0.04—0.06 ton ren kobberkis pr. m² gangflade (malmen reduceret til gehalt à 34 % kobber). Paa flere steder i tilstødende dele af grundfjeldet findes der i nærheden af porfyrgrænsen nogle smaa kvartsgange, som ogsaa fører kobberkis med svovlkis (og magnetkis); rimeligvis staar disse gange i genetisk forbindelse med gangene inde i porfyren.

Det her beskrevne ertsfelt hører muligens i systematisk

¹) Se kartskitse i Indberetn. til den geol. unders. 1882, Nyt mag. f. naturv 1883.

henseende ind under den til vor yngre granit (og syenit) knyttede ertsgruppe, idet Brotshoug-porfyren kan tænkes at være udløber af graniten. Samtidig kan ogsaa bemærkes, at de i forrige afsnit omhandlede kobberkis-gange ved Stefferud kun ligger i nogle kilom.s afstand fra Brotshoug-gangene, hvilket forhold kunde udtydes paa den maade, at graniten i den midtre del af Feiring har omgivet sig med kobberertser paa samme maade som f. ex. ved Grorud-feltet.

Angaaende de her omhandlede ertsforekomsters genesis kan man i det hele og store gjøre omtrent de samme bemærkninger, som vi nøjere gennemgik i det første afsnit (ertser ved den yngre granit og syenit). Af detailbeskrivelserne fremgaar uden videre, at ertserne ikke paa noget sted oprindelig kan have tilhørt de forskjellige skifere, hvori de nu optræder; den eneste lokalitet, hvor man foreløbig kunde tænke sig et saadant forhold, maatte være ved Konerudkol-len, men et blik paa karter og profiler oplyser om, at ertsen ogsaa her er en yngre dannelse.

Den topografiske forbindelse mellem ertserne og grønstengangene kan ikke være nogen tilfældighed, men maa være begrundet i forholde, som paa det nøjeste hænger sammen med forekomsternes dannelse. Vi finder paa mange punkter, at ertsen netop har afsat sig paa grænsen mellem den eruptive gang og de omgivende bergarter (siluriske skifere, grundfjeldsbergarter, granit og, naar vi i denne forbindelse ogsaa medtager forekomsten ved Nedre Grorud, desuden en ældre porfyr), en omstændighed, som ikke kan forklares paa anden maade, end at ertsen netop langs grænsen havde lettest for at bane sig vej. I det følgende skal vi dog se, at vi ved kun at forudsætte denne ydre, mere tilfældige forbindelse ikke kan faa fyldestgjørende forklaring paa hele det

afhængigheds-forhold, hvori ertsen viser sig at staa til eruptiven.

For nøjere at udvikle dette vil vi foreløbig kun fæste os ved den i dette afsnit først omhandlede ertsgruppe, altsaa ved de forekomster, som er knyttede til Kristiania-territoriets grønstengange (i feltet Langesund—Drammen—Kristiania—Thoten). Disse anvisninger danner i mineralogisk henseende i det store og hele en ganske vel begrænset gruppe, idet de dominerende ertser næsten overalt (i Konerudkollen med omgivelser samt i de smaa skjærp ved Langesund, Kristiania, Asker & Bærum, Gjerdrum, Hadeland(?)) er blyglans (sølvholdig) og zinkblende, hvilke ledsages af kobberkis, jernglans m. m.; kun rent undtagelsesvis spiller kobberkis en fremtrædende rolle (som tilfældet er ved de smaa skjærp i Balkeaaen, Ø. Thoten). De til grønstengangene knyttede forekomster adskilles temmelig skarpt fra den anden store ertsgruppe, som optræder i de samme distrikter, nemlig fra de i forrige afsnit omhandlede granit-forekomster, hvilke karakteriseres ved rigdom paa jern, undertiden ogsaa paa kobber, derimod ved relativ mangel paa bly- og zinkertser.

Vor første opgave er at forsøge at bestemme, hvorfra de ertsdannende forbindelser oprindelig kan være komne, altsaa om forekomsterne er dannede ved descension, lateral-secretion eller ascension. Skulde ertserne være blevne udskildte af et overliggende, eventuelt metalførende hav, maatte man ubetinget vente, at de spalter, hvori metalopløsningerne trængte ned, skulde optræde uden nogetsomhelst hensyn til de eruptive gange; vi kan altsaa ved denne hypotese ikke faa forklaret netop det hovedpunkt, som karakteriserer vore forekomster. Heller ikke ved lateral-secretion kan dette vigtige forhold blive udredet; desuden maatte selve mineralkombinationen ved en saadan dannelses-proces rimeligvis være bleven en anden, idet de forskellige side-bergarter (siluriske skifere, grundfjeld, granit) neppe indeholder bly med zink og

kobber i tilstrækkelig mængde, men derimod vel jern; vi finder dog, at det sidste element i kvantitativ henseende spiller en meget liden rolle i den her omhandlede ertsgruppe. Det sandsynlige resultat af denne udvikling er, at ertsen maa være kommet op fra dybet. — De eruptive gange danner (eller dannede) kontinuerlige spalter fra jordens overflade ned til den ubekjendte, indre kjærne, hvorfra vi forudsætter, at metalforbindelserne skrev sig; det er derfor meget let forklarligt, at de sidste netop trængte frem langs grønstengangene. Undersøgelser over kontaktforekomster i sin almindelighed lærer os, at (fra dybet kommende) metalforbindelser fortrinsvis banede sig vej og afsatte sig netop paa grænsen mellem forskellige slags bergarter, uanseet disses geologiske dannelse, idet modstanden var mindst ved grænsefladen; dette princip maa i foreliggende tilfælde i særlig grad have gjort sig gjældende, idet nemlig her spalte-kløfterne mellem de to bergarter (grønsten paa den ene side og siluriske skifere, grundfjeldsbergarter eller granit paa den anden) for det første er særdeles gode og for det andet staar omtrent vertikalt.

I vort distrikt (Langesund—Kristiania—Mjøsen) har man hidtil kun formaaet at paavise to postsiluriske ertsgrupper af nogen større udstrækning¹⁾; den ene dannes af jernertsforekomsterne ved den yngre granit (og syenit), den anden af blyglans-zinkblende-forekomsterne ved grønstengangene. Den førstnævnte af de to grupper er den ældste, hvilket fremgaar saavel deraf, at ertsførende grønstengange sætter op gennem selve graniten, som deraf, at enkelte af jernerts-lejestederne gjennemskjæres af »blaabestgange«. Efter granitens eruption kjendes altsaa, i chemisk eller mineralogisk henseende, kun et enkelt system af erts-emanationer eller frembrud af ertsdannende forbindelser.

¹⁾ Vi tager her ikke hensyn til den sporadiske optræden af gediegent kobber paa Guldholmen—Løvø (Moss—Horten) eller til vismuthglansforekomsten paa Hvaløerne.

Naar man stiller sig denne omstændighed for øje, vil det faktum, at vore yngre ertsforekomster overalt er knyttede til grønstengange, være en aldeles paafaldende tilfældighed, hvis det eneste forhold mellem erts og eruptiv skulde bestaa deri, at metalforbindelserne med lethed kunde trænge frem langs de spalter, som eruptiverne dannede. I det hele distrikt findes en svite typiske grænser mellem forskellige bergarter (f. ex. mellem granit og grundfjeld, mellem granit eller grundfjeld og siluriske skifere, mellem faste kalklag og løse lerskifere, etc.); vore ordinære eruptiver har paa flere steder fortrinsvis trængt frem langs enkelte af disse grænser, og vi maatte ubetinget vente, at det samme ogsaa hist og her maatte have været tilfælde med metalforbindelserne, hvis disse ikke havde staaet i et særligt forhold til grønstengangene. Vi ledes herved til at antage, at der maa have fundet en nøje tids-forbindelse sted mellem grønstengangenes eruption og ertsens dannelse α : at de to eruptive produkter er fremkomne ved det samme udbrud.

Selve grønstengangene fører paa forskellige steder ogsaa en del blyglans-zinkblende-erts, se f. ex. detailtegning, fig. 15; heraf kan det dog neppe være berettiget at drage den slutning, at ertsen direkte skyldes eruptiven, idet nemlig, saavidt mig bekjendt, den sidste altid kun gjenemsættes af ertsaarer, medens den aldrig holder erts (blyglans eller zinkblende¹⁾) som primær bestanddel. Om aldeles tilfældigt frembrydende metalforbindelser havde trængt frem langs en bergartgang, maatte man vente, at denne vilde være bleven impregneret med erts paa samme maade som i foreliggende tilfælde.

Mellem de sølv- & kobbernikkel-førende kalkspathgange og grønstengangene paa kyststrækningen Arendal—Grimstad

¹⁾ Her selvfølgelig ikke taget hensyn til magnetit, som er en af diabasens ordinære mineraler.

hersker der ogsaa en meget intim forbindelse. I det omtalte distrikt findes en hel del ertsforekomster, der efter al sandsynlighed er dannede i den azoiske tid (apatit- og magnetkis-forekomsterne ved gabbro, de forskjellige magnetit-lejesteder, falbaandene, se herom ved en senere anledning), derimod meget faa ertsgange af yngre oprindelse. Foruden de til Stølsvig-gruppen hørende gange kjender jeg paa hele Nedenæs-kysten, hvor jeg er ganske vel lokaliseret, kun en enkelt ertsgang¹⁾, som overskjærer skikterne. Af yngre eruptiver har vi heller ikke mange; i omegnen af Arendal kjendes kun diabasen ved Stølsvig samt enkelte grønstengange ved jerngruberne, ved Grimstad har vi derimod vistnok nogle flere, nemlig en yngre granit²⁾, et felt af rhombeporfyr, og, efter *Th. Kjerulf*, Uds. o. d. sydl. Norges geologi, et tog af kvartsporfyr-gange samt endelig diabasen ved Koksnaes. Ogsaa i dette felt vilde forbindelsen mellem vore ertsgange og grønstengange paa de to steder³⁾ (beliggende ca. 20 kilom. fra hinanden), hvor vi har kunnet undersøge de geologiske forhold, være en absolut tilfældighed, hvis ikke ertsens genetisk havde været knyttet til eruptiven o: hvis ikke ertsens emanation var bleven fremkaldt ved diabasens eruption. Der er grænseflader i massevis, saavel mellem de forskjellige, steiltstaaende grundfjeldsskikter indbyrdes som mellem graniten, rhombeporfyren og kvartsporfyren paa den ene side og de omgivende bergarter paa den anden, men det er dog kun til grønstengangene, at ertsgangene er knyttede.

¹⁾ nemlig en kvartsgang, førende kobberkis og svovlkis, ved Garta mellem Arendal og Tvedestrand.

²⁾ Rimeligvis post-azoisk, idet de gange, den udsender, er meget finkornige.

³⁾ Vi medtager ikke sølv-kobbernikkel-gangen i Nødebro grube, da det ikke vides, om der ogsaa her optræder grønstengange.

Med hensyn til de eruptive ertsers tektonik giver de her omhandlede forekomst-grupper omtrent de samme oplysninger som den i første afsnit fremstillede. I de løse, siluriske skifere har der ikke dannet sig regelmæssige spalter, ertsen har derfor i det hele og store taget trængt frem efter skiktningssfladerne (se fig. 13, 14 og 15); resultatet er, at ertsen optræder spredt og fattig. I de relativt faste bergarter (grundfjeldets skifere, granit m. m.) derimod finder vi typiske ertsgange, hvor den forhaandenværende ertsmasse viser sig i koncentreret form. — Mellem grønstengangene og de omgivende bergarter findes der altid vel markerede grænseflader, hvilke rimeligvis paa grund af den kontraktion, som fandt sted ved eruptivens afkøling, blev udvidede til aabne kløfter; langs disse kom metalforbindelserne i regelen frem (sees mest typisk ved kart over Stølsvig grube, fig. 16, og ved det hermed analoge kart over Nedre Grørud grube, fig. 11). Paa et sted, nemlig ved vismuthglans-forekomsten paa Hvaløerne, danner ertsgangene et lidet gangtog, gaaende parallelt med og paa begge sider af den eruptive bergart-gang.

Som en næsten generel regel kan anføres, at den inde i de siluriske skifere optrædende erts er ledsaget af meget mindre egentligt »gangberg« (kvarts, kalkspath, flusspath) end den erts, som optræder i regelmæssige gange inde i de faste bergarter

Til belysning af cellernes former

af

J. O. HENNUM,

prosektor ved universitetet i Kristiania.

Når man ved den mikroskopiske undersøgelse af de levende organismers væv fæster sin opmærksomhed på de former, cellerne får ved gjensidig tryk, så synes den sexkantede at være den, som oftest optræder, eller som i alle fald mest springer i øinene. Man kunde derfor være fristet til at tro, at celler, som lå midt inde i en hob andre celler og til alle sider trykkedes af sine naboer, måtte blive sexkantede, fra hvilken side de end såes.

Sålænge man lader sig nøie med en tænkt eller tegnet celle, er sagen nok så grei, men prøver man at gjøre sig en model af en sådan celle, så viser opgaven sig umulig. Af lutter regulære sexkanter lader intet legeme sig begrænse.

For at komme til klarhed angående de celleformer, som opstår ved indbyrdes tryk, har jeg foretaget eksperimenter med jævnstore lerkugler, som jeg har ordnet på bestemte måder og trykket sammen på forskjellig vis. Det er ikke muligt at få kuglerne akkurat ligestore, aldeles runde eller ensartede gennem hele deres masse; de viser derfor ved sammenpresningen aldrig rene matematiske former og ligner forsåvidt de naturlige celler, hvor man jo heller ikke nogensinde træffer plane flader, rette kanter eller spidse hjørner; dog er formerne tydelige nok og vender under de samme

forhold så regelmæssigt tilbage, at de enten fra først af kan give veiledning til at finde de matematiske former, eller hvis man har fundet disse ad spekulationens og konstruktionens vei, kan tjene til at vise, om det fundne er rigtigt eller ei.

Nu ligger den tanke nær, at ligesom i krystallografien alle krystalformer afledes af enkelte grundformer, således måtte man også i histologien kunne aflede alle de celleformer, som dannes ved gjensidig tryk, af nogle få grundformer, der kunde findes, hvis man lod ligestore kugler trykkes på en bestemt måde. Dette er det også lykket mig at gjøre inden visse grænser, der bestemmes af følgende betingelser:

1. kuglerne må være *ligestore* og
2. deres *substans absolut usammentrykkelig*; dog må deres dele være så let forskydelige, at de af et tryk kan føres, hvorhen man ønsker det, men efter trykkets ophør må de også blive i ro der, hvor de er blevene førte hen.

3. Kuglerne må være *ordnede* på sex bestemte måder, som senere skal beskrives, og kan ligge i en, to, tre eller uendelig mange lag på et plan. At jeg har indskrænket mig til disse få ordninger, kommer af, at opgaven måtte begrænses, og at enhver anden ordning visseligen vil lade sig udlede af disse.

4. *Trykket* forudsættes at virke på tre måder, enten lodret mod kuglernes plan, som *vertikaltryk*, eller parallelt med deres plan i såmange retninger, som de berøres af kugler i samme plan, *horizontaltryk*, eller endelig samtidigt vertikalt og horizontalt i ligelig grad, *ligeligt tryk*.

De grundformer, jeg således ser mig istand til at opstille, er: 1) *tærningen* d. e. det rette regulære firkantede prisme, hvor høiden er lig grundfladens side, 2) det rette regulære *sevkantede prisme*, hvis høide er lig det dobbelte af grundfladens mindre radius, 3) *rhombododekaëdret* og 4) *tessarakaidekaëdret* [De to sidste lader sig med lethed aflede af de to første, som altså blir de egentlige grundformer eller

grundformer af første orden, primære grundformer, om man så vil kalde dem.

Som cellernes eller alt levendes urform må man opstille kuglen, da al protoplasma let antager kugleform, når den befinder sig i passende vædsker f. ex. vævssaft, saltvand eller flodvand. De polyedriske former synes i den levende natur kun at være resultatet af tryk, mens i mineralriget krystallerne er den naturlige form, når intet træder hindrende i veien.

Heraf fremgår også begrænsningen af min teoretiske forklaring af celleformerne; den vil blot forklare dem, forsåvidt som de er resultatet af tryk, men lader det foreløbig stå hen, om ikke alle celleformer lader sig forklare ad mekanisk vei.

Det kan synes mange dristigt at ville indføre de stive matematiske former i den levende natur, og jeg vil derfor ile med at sige, at rene matematiske former ikke findes i den levende naturriger; når der således tales om kugler, cylindrer, prismer, rhombedodekaëdrer o. s. v., må det ikke tages for strengt. Man kunde billedlig talt sige, at denne eller hin form har foresvævet naturen under modelleringen, men den er aldrig bleven fuldt ud realiseret; der træder så mange hindringer i veien for realisationen af den ideelle form, eller man kunde kanske heller sige, der skal så mange betingelser til, for at den kan realiseres, at umulig alle kan være tilstede.

Men denne mangelfulde realisation af formerne bør aldeles ikke afholde os fra at søge den ideelle form; ti først når vi har fundet den, får vi et fast udgangspunkt, og vi vil lettelig ved modifikation af denne kunne lave istand de uendeligt varierende former, som naturen frembringer; ja meget mere, vi kan da komme efter forandringernes love og forstå formerne.

I en levende organisme, hvor alt er i en bølgende bevæ-

gelse, hvor alle forhold, delenes størrelse, konsistens, ordning og trykket idelig varierer, må også formerne variere i det uendelige; ikke alene må der opstå kombinationer af grundformerne, men flader, kanter og hjørner må modificeres eller forsvinde og nye opstå i en broget mangfoldighed.

Skjønt undersøgelsen i det følgende er indskrænket til kugler, som ligger på et plan, er det ikke undgået min opmærksomhed, at også deres forhold på to andre flader nemlig cylinderfladen og kuglefladen ved en senere leilighed må gjøres til gjenstand for et nærmere studium; men på forhånd er jeg tilbøielig til at tro, at kuglerne under forresten lige omstændigheder i det væsentlige forholder sig på samme måde, når de ligge på den indvendige og udvendige overflade af disse flader, som på planet.

Her skal altså behandles:

- I. Grundformerne.
- II. Kuglernes Ordning.
- III. De stereometriske former, som opstår, når kuglerne udsættes for tryk.
 - a. Kugler i et lag.
 - b. Kugler i to lag.
 - c. Kugler i tre lag.
 - d. Kugler i uendelig mange lag.
- IV. Snit gennem kuglen og grundformerne.
 - a. Snit gennem kuglen og de enkelte grundformer.
 - b. Snit gennem regelmæssig ordnede hobe af kugler og grundformer.

I. Om grundformerne.

For at lette forståelsen af de beregninger, som gjøres i det følgende, har jeg fundet det hensigtsmæssigt at studere de ovennævnte grundformer: prismet — det firkantede (tårningen) og det sexkantede —, tessarakaidekaëdret og rhom-

bedodekaëdret nærmere både med hensyn til form og de forskellige deles matematiske beregning; jeg kommer derfor i det følgende til dels at gjenkalde i læserens erindring vel kjendte ting og dels at fremføre for ham betragtningsmåder og forhold, som først har påtrængt sig mig under behandlingen af dette emne. Har man modeller af grundformerne for sig, vil det være let at følge med, og af den grund er deres udfoldede overflader tegnet på en vedføiet plade, så man ved at overføre disse på tynd pap og derpå klippe dem ud kan bøje dem sammen til begrænsning af de tilsigtede legemer, når man ridser pappen i alle grænselinjer. Hvor to kanter ved ombøjningen støder til hinanden, bør man for sammenlimingens skyld lade stå igjen en liden rand i lighed med, hvad man finder på de modelark, hvoraf børn klæber sammen slotte, huse o. s. v.

Så små modeller som dem, hvis overflader findes tegnet på pladen, vil det være vanskeligt at få gjort nøiagtigt, og de vil også af andre grunde være mindre hensigtsmæssige; når kubikindholdet, der helst bør være det samme i dem alle, sættes lig indholdet af en kugle med 5 cm. radius, vil tærningens side (fig. 1) blive 8 cm. og siden i det sexkantede prismes grundflade (fig. 2) 4,9 cm., mens dets høide er 8,5 cm. I tessarakaidekaëdret (fig. 3) er siden i kvadraterne og de lange sider i den sexkantede flade ligestore og 5,2 cm.; de øvrige fire sider i sexkanten findes ved at konstruere et trapezium af 5,2 cm. høide (fig. 11), hvis ene parallelle side er 5,2 cm., mens den anden er dobbelt så stor; denne sidste deler man i fire ligestore dele og trækker fra de to yderste delingspunkter e , h , linjer til midten af de to ikke parallelle sider f , g ; linjerne cf , fe , dg og gh er da de søgte sider. Rhombodekaëdret (fig. 4) sammensættes af 12 rhomber, hvis diagonaler er respektive 6,4 cm. og 9 cm.

1. Kuglen.

En *kugle* kalder man et legeme, som begrænses af en flade, hvori ethvert punkt står lige langt fra et punkt inde i legemet, som kaldes *kuglens centrum*, mens dets afstand fra hvert punkt i kuglefladen kaldes *kuglens radius*.

En kugles kubikindhold udtrykt ved radien r_k og π er
$$\frac{4\pi r_k^3}{3}.$$

2. Prismet.

Ethvert legeme, som til alle sider begrænses af planer, kaldes et *polyeder*, og planernes skjæringslinjer på polyedrets overflade kaldes polyedrets *kanter*; de punkter, hvor tre eller flere planer støder sammen, kalder man dets vinkler eller *hjørner*.

Et *prisme* er et polyeder, hvis overflade dannes af flere planer, hvis skjæringslinjer er parallelle, og som kaldes *prismets sideflader*, og desuden af to parallelle planer, som skjærer sidefladerne og kaldes *prismets grundflader*. Ved *prismets høide* forståes afstanden mellem dets grundflader; sidefladernes skjæringslinjer er *prismets sidekanter*; når sidekanterne står lodret på grundfladen, kaldes prismet *ret*. Når grundfladen er en regulær polygon, kan man kalde prismet et *regulært prisme*.

Ethvert prismes kubikindhold er lig produktet af dets grundflade og høide.

a. Det firkantede rette regulære prisme.

Grundfladens indhold kan her enten udtrykkes ved hjælp af den omskrevne cirkels radius R , eller den indskrevne cirkels radius r , og er da resp. $2R^2$ eller $4r^2$; når *høiden* udtrykkes med h , er *prismets kubikindhold* resp. $2R^2 \cdot h$ eller $4r^2 \cdot h$.

En *tærning* eller kubus er et ret regulært firkantet prisme, hvis højde er $2r$ (d. e. den i grundfladen indskrevne cirkels diameter); dens *kubikindhold* er altså $8r^3$.

b. Det sexkantede rette regulære prisme.

Indholdet af grundfladen kan også her udtrykkes ved hjælp af den omskrevne eller indskrevne cirkels radius, R og r , og er da resp. $\frac{3R^2\sqrt{3}}{2}$ og $2r^2\sqrt{3}$; udtrykkes *høiden* med h , er *kubikindholdet* resp. $\frac{3R^2\sqrt{3}}{2} \cdot h$ og $2r^2\sqrt{3} \cdot h$.

Når høiden af et ret regulært sexkantet prisme er lig diameteren i grundfladens indskrevne cirkel $2r$, så er dets kubikindhold $4r^3\sqrt{3}$.

Stiller man et sådant prisme horizontalt på en sidekant, så sees det let, at man kan udlede det af et ret regulært firkantet prisme, som opad og nedad begrænses af to planer, der støder tagformet sammen under en vinkel på 120° .

Dette tagformede endestykke kan naturligvis med et plan skilles fra det firkantede prisme og underkastes beregning; dette blir det nødvendigt at gjøre, da vi senere får brug for den fundne formel. *Det firkantede prisme*, som blir tilbage, efterat endestykkerne er fjernede, har en grundflade, hvis side er $2r$, når vi ved r forstår radius til den cirkel, som er indskrevet i det sexkantede prismes grundflade; dets højde er lig siden i det sexkantede prismes grundflade, altså R , og udtrykt med r er den følgelig $\frac{2r\sqrt{3}}{3}$, da R er lig $\frac{2r\sqrt{3}}{3}$; dets kubikindhold blir da: $4r^2 \cdot \frac{2r\sqrt{3}}{3} = \frac{8r^3\sqrt{3}}{3}$.

Det tagformede endestykke (fig. 5) er et trekantet prisme, hvis grundflade er et ligebenet triangel med grundlinjen $2r$

og siderne R ; som bekendt er $R = \frac{2r\sqrt{3}}{3}$ og $cd = \frac{R}{2} = \frac{r\sqrt{3}}{3}$; indholdet af triangelet abc er altså $2r \cdot \frac{r\sqrt{3}}{3} : 2 = \frac{r^2\sqrt{3}}{3}$; da prismets høide er $2r$, så blir det tagformede endestykkes *kubikindhold*: $\frac{2r^3\sqrt{3}}{3}$.

Det sexkantede prisme, hvis høide er $2r$, kan også tænkes opstået af et firkantet prisme med høiden $ef = 2 \cdot \frac{3R}{4} = \frac{3R}{2}$; da R er $\frac{2r\sqrt{3}}{3}$, så er $\frac{3R}{2} = \frac{3 \cdot 2r\sqrt{3}}{3 \cdot 2} = r\sqrt{3}$. Dette sker på følgende måde: grundfladens to parallelle sider gh og kl (fig. 6) inddeles i 4 ligestore stykker, og inndelingspunkterne forenes med rette linjer; gjennem punkterne o , p , m , n lægges et plan, som danner en vinkel på 120° med sidefladerne; derved afskjæres der to prizmer, hvis grundflade (fig. 5) er et retvinklet triangel, hvor hypotenusen er $\frac{R}{2} = \frac{2r\sqrt{3}}{2 \cdot 3} = \frac{r\sqrt{3}}{3}$, og hvor den lange cathet er $\frac{r}{2}$, mens deres høide er $2r$; dreies disse to prizmer om linjerne mn og op som en dør om sine hængsler, indtil fladerne mhl og $gopk$ berører prismets endeflade, så er det firkantede prisme blevet tilskjærpet tagformet i den ene ende; foretages samme experiment med den anden ende, så opstår der et sexkantede prisme med høiden $2r$. Denne betragtningssmåde vil vi også senere få brug for, og den vil da i betydelig grad lette vore beregninger.

3. Tessarakaidekaëdret.

Dette legeme begrænses af 14 planer, der parvis er parallelle, og hvoraf 8 er sexkanter, 2 kvadrater og 4 rhomber; det har 36 kanter, hvoraf 12 større er ligestore og 24 mindre er ligestore; dets 24 hjørner er trekantede.

Polyedret kan tænkes fremkommen på følgende måde: et ret regulært sexkantet prisme, hvis højde er lig diameteren i grundfladens omskrivende cirkel, $2R$, tilskjærpes tagformet i hver ende af to planer, som støder sammen indbyrdes og med sidefladerne under en vinkel på 120° . Derved vil prismet omdannes til et polyeder med 10 flader, 20 kanter og 8 trekantede og 4 firkantede hjørner, der i to på hinanden lodrette retninger er regulært sexkantet; af dets kanter vil 4, der støder til hinanden under rette vinkler i de firkantede hjørner, hver være lig prismets højde, $2R$. De 4 firkantede hjørner ligger parvis diametralt ligeoverfor hinanden og kan altså forenes med rette linjer; bortskjæres de nu af planer, som står lodret på disse linjer, og som af de $2R$ store kanter i hver ende tager væk stykker på $\frac{R}{2}$, så er tessarakaedret istand.

Af de sexkantede planers parallelle sider vil 2 være lig R og 4 være lig $\frac{R\sqrt{5}}{4}$; kvadraternes sider er R og rhombernes sider $\frac{R\sqrt{5}}{4}$, hvor R betyder radien i den cirkel, som omskriver det sexkantede prismes grundflade.

Når tessarakaedrets kubikindhold skal udregnes, kan det ske ved at udregne følgende dele:

1) *et ret regulært sexkantet prisme* med siden R og høiden R ; grundfladen er da $\frac{3R^2\sqrt{3}}{2}$ og kubikindholdet altså $\frac{3R^3\sqrt{3}}{2}$.

2) til hver ende af dette prisme er der føiet *to rette trekantede prismer*, der lagte sammen danner et firkantet prisme med grundfladen $R \times \frac{R}{2}$ og høiden $\frac{R\sqrt{3}}{2}$, d. e. radien i den

cirkel, som er indskrevet i det sexkantede prismes grundflade, udtrykt med R ; dettes kubikindhold er således $\frac{R^2}{2}$.

$$\frac{R\sqrt{3}}{2} = \frac{R^3\sqrt{3}}{4}.$$

3) ved hver ende af de 4 trekantede prismer tænkes der at ligge en *firkantet pyramide* med indholdet $\left(\frac{R}{2}\right)^2 = \frac{R^2}{4}$, hvis grundflade er kvadratisk, og hvis højde er $\frac{R\sqrt{3}}{2}$ d. e. prismegrundfladens mindre radius udtrykt med R ; kubikindholdet er følgelig $\frac{R\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{R^2}{4} : 3 = \frac{R^3\sqrt{3}}{24}$.

4) endelig må man beregne indholdet af de *firkantede pyramider med rhombisk basis*, som er borttaget fra de 4 firkantede hjørner. Man konstruere et trapezium, hvis ene parallelle side er R og den anden $2R$, og hvis højde er R , mens de to ikke parallelle sider er ligestore; dette trapezium (fig. 11) $acdb$ vil da have det samme udseende som de 8 planer, der støder sammen i de firkantede hjørner i det 10-fladede polyeder, vi ovenfor nys beskrev. I trapeziet trækkes linjen ce lodret ned på ab ; i det retvinklede triangel cea er da:

$$ac^2 = ec^2 + ae^2$$

$$ec = R, ae = \frac{R}{2}.$$

$$ac^2 = \left(\frac{R}{2}\right)^2 + R^2 = \frac{R^2}{4} + R^2 = \frac{R^2}{4} + \frac{4R^2}{4} = \frac{5R^2}{4}.$$

$$ac = \sqrt{\frac{5R^2}{4}} = \frac{R\sqrt{5}}{2}.$$

Efter at de firkantede hjørner er fjærned, forståes det let af det foregående, at trapezet vil blive til en sexkantet flade, hvis sider cd og eh er lig R , og hvis øvrige sider cf , fe , dg

og gh er ligestore og hver lig $\frac{ac}{2} = \frac{R\sqrt{5}}{4}$; da fe og gh er sider i den rhombe, som danner pyramidens grundflade, så er *rhombens sider* lig $\frac{R\sqrt{5}}{4}$.

Lægger man et plan gennem de fire $2R$ lange kanter, som støder til hinanden under rette vinkler i de firkantede hjørner, og tegner snitfladen, så må denne være et kvadrat, hvis sider hver er $2R$; dette kvadrat være $klmn$ (fig. 12); efterat de firkantede hjørner er tagne væk, skal sidelængden reduceres til det halve, til R , altså må $\frac{R}{2}$ tages bort i hver ende af siden; snitfladen blir nu ottekantet $opqrstuw$; den del af den oprindelige snitflade, som tænkes fjærnet med hjørnet, nemlig olp , er snitfladen i den firkantede pyramide, når man tænker et plan lagt gennem dens top og dens grundflades korte diagonal. Da siden ol og lp er lig $\frac{R}{2}$ og står lodret på hinanden, så kan rhombens korte diagonal op findes af det retvinklede triangel olp :

$$\begin{aligned} op^2 &= \left(\frac{R}{2}\right)^2 + \left(\frac{R}{2}\right)^2 = \frac{R^2}{4} + \frac{R^2}{4} = \frac{2R^2}{4} = \frac{R^2}{2} \\ op &= R\sqrt{\frac{1}{2}} = \text{den korte diagonal i rhomben.} \end{aligned}$$

Da i triangelet olp siderne er ligestore og vinkelen ved toppunktet 90° , så er hver af vinklerne ved grundlinjen 45° ; trækkes linjen lw fra toppunktet lodret ned på grundlinjen, halverer den topvinklen og grundlinjen og er lig pyramidens høide; triangelet lwp er et ligebenet triangel, da vinklerne ved grundlinjen lp hver er lig 45° ; altså er $lw = wp = \frac{op}{2} = \frac{R\sqrt{\frac{1}{2}}}{2} = R\sqrt{\frac{1}{8}} : \sqrt{4} = R\sqrt{\frac{1}{8}} = \text{pyramidens høide.}$

Da pyramidens to andre sidekanter ab og ac er lig rhom-

bens side $\frac{R\sqrt{5}}{4}$, så fås af det retvinklede triangel adc (fig.

13), hvor ad er pyramidens høide = $R\sqrt{\frac{1}{8}}$,

$$cd^2 = ac^2 + ad^2$$

$$ac = \frac{R\sqrt{5}}{4}$$

$$ad = R\sqrt{\frac{1}{8}}$$

$$cd^2 = \left(\frac{R\sqrt{5}}{4}\right)^2 + \left(R\sqrt{\frac{1}{8}}\right)^2 = \frac{5R^2}{16} + \frac{R^2}{8} = \frac{5R^2 + 2R^2}{16} = \frac{3R^2}{16}$$

$$cd = \sqrt{\frac{3R^2}{16}} = R\sqrt{\frac{3}{16}} = \text{den halve lange diagonal i rhomben.}$$

Rhomben består af to triangler med grundlinjen lig den korte diagonal og høiden lig den halve lange diagonal; dens indhold er lig indholdet af begge triangler eller af et parallelogram med samme grundlinje og samme høide som trianglerne; *rhombeindholdet* er lig $R\sqrt{\frac{3}{16}} \cdot R\sqrt{\frac{1}{2}} = R^2\sqrt{\frac{3}{16} \cdot \frac{1}{2}} = R^2\sqrt{\frac{3}{32}}$.

Da *pyramidens kubikindhold* er lig grundfladen multipliceret med høiden og produktet divideret med 3, så er dens

$$\text{kubikindhold} = R^2\sqrt{\frac{3}{32}} \cdot R\sqrt{\frac{1}{8}} : 3 = \frac{R^3\sqrt{\frac{3}{32 \cdot 8}}}{3}.$$

Tessarakaidekædrets kubikindhold blir lig summen af det under 1) nævnte sexkantede prisme og 2 af de under 2) beregnede firkantede prismer og 8 af de under 3) beregnede pyramider, fratrukket 4 af de under 4) udregnede pyramider, altså

$$\begin{aligned} & \frac{3R^3\sqrt{3}}{2} + 2 \cdot \frac{R^3\sqrt{3}}{4} + 8 \cdot \frac{R^3\sqrt{3}}{24} + 4 \cdot \frac{R^3\sqrt{\frac{3}{32 \cdot 8}}}{3} = \frac{3R^3\sqrt{3}}{2} + \\ & + \frac{2R^3\sqrt{3}}{4} + \frac{8R^3\sqrt{3}}{24} + \frac{4R^3\sqrt{\frac{3}{32 \cdot 8}}}{3} = \frac{3R^3\sqrt{3}}{2} + \frac{R^3\sqrt{3}}{2} + \frac{R^3\sqrt{3}}{3} \\ & + \frac{4R^3\sqrt{\frac{3}{32 \cdot 8}}}{3} = \frac{9R^3\sqrt{3}}{6} + \frac{3R^3\sqrt{3}}{6} + \frac{2R^3\sqrt{3}}{6} + \frac{8R^3\sqrt{\frac{3}{32 \cdot 8}}}{6} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{14R^3\sqrt{3}}{6} + \frac{R^3\sqrt{\frac{8 \cdot 8 \cdot 3}{4 \cdot 8 \cdot 8}}}{6} = \frac{14R^3\sqrt{3}}{6} + \left(\frac{R^3\sqrt{3}}{2} : 6\right) = \\
 &= \frac{28R^3\sqrt{3}}{12} + \frac{R^3\sqrt{3}}{12} = \frac{27R^3\sqrt{3}}{12} = \frac{9R^3\sqrt{3}}{4}.
 \end{aligned}$$

Det til prismet foiede endestykke er lig summen af det i 2) beregnede firkantede prisme og 4 af de i 3) udregnede firkantede pyramider og fra denne sum trukket 2 af de i 4) beregnede firkantede pyramider:

$$\begin{aligned}
 &\frac{R^3\sqrt{3}}{4} + 4 \cdot \frac{R^3\sqrt{3}}{24} + 2 \cdot \frac{R^3\sqrt{\frac{3}{32 \cdot 8}}}{3} = \frac{R^3\sqrt{3}}{4} + \\
 &+ \frac{4R^3\sqrt{3}}{24} + \frac{2R^3\sqrt{\frac{3}{32 \cdot 8}}}{3} = \frac{6R^3\sqrt{3}}{24} + \frac{4R^3\sqrt{3}}{24} + \frac{16R^3\sqrt{\frac{3}{32 \cdot 8}}}{24} = \\
 &= \frac{10R^3\sqrt{3}}{24} + \frac{R^3\sqrt{\frac{16 \cdot 16 \cdot 3}{2 \cdot 16 \cdot 8}}}{24} = \frac{10R^3\sqrt{3}}{24} + \frac{R^3\sqrt{3}}{24} = \frac{9R^3\sqrt{3}}{24} = \frac{3R^3\sqrt{3}}{8}.
 \end{aligned}$$

Man kan også få istand et tessarakaidekaæder af et ret regulært sexkantet prisme, hvis høide er $\frac{3R}{2}$ (enfr. det sexkantede prisme p. 308) eller udtrykt med radius til den i grundfladen indskrevne cirkel $r/\sqrt{3}$. Fire af grundfladens parvis sammenstødende sider deles i to ligestore dele (fig. 14) og delingspunkterne forenes med linjerne np og mo ; gennem hver af disse linjer lægges et plan, som skjærer prismets sideflader under en vinkel på 120° ; planet afskærer da et stykke, som ligner et trekantet prisme; dreies dette stykke om linjerne mo og np som en dør om sine hængsler, indtil fladerne $nklp$ og $mgho$ berører prismets endeflader, så vil snitfladerne på prismet og på de afskårne stykker komme til at ligge i flugt med hinanden, og de to stykkers tredie sideflade berøre hinanden i midtlinjen; derved er det sexkantede prisme bleven tilskjærpet som et tag; men ved hver af pris-

mehjørnerne r og s vil prismets oprindelige grundflade ligge i dagen med et rhombisk parti $mrnt$ og $ospu$; i disse rhomber trækkes de store diagonaler mn og op ; gennem disse linjer lægges et plan, som danner en vinkel på 45° med sidekanten; den trekantede pyramide, som derved afskjæres, dreies om linjen mn og op som en dør om sine hængsler, indtil fladerne mnr og osp berører prismets oprindelige grundflade; snitfladerne ligger da i flugt med hinanden, og prismets ende ser nu ud som endestykket på tesseractkaidekaëdret. Behandles prismets anden ende på samme måde, så fåes et tesseractkaidekaëder af den ønskede form.

Dette sætter os istand til ved enkelte beregninger at lade endestykkerne ud af betragtning og kun holde os til prismernes udregning, hvilket simplificerer opgaven i høi grad.

Tesseractkaidekaëdret kan siges at indeholde flader, som tilhører to regulære sexkantede prismer og et regulært firkantet prisme; de fire rhombiske flader tilhører det firkantede prisme, men resten de sexkantede prismer.

4. Rhombedodekaëdret.

Rhombedodekaëdret er begrænset af 12 kongruente rhomber, hvis diagonaler forholder sig til hinanden som $1 : \sqrt{2}$; herved opstår der et polyeder med 12 flader, 24 kanter, 6 firkantede og 8 trekantede hjørner.

Rhombedodekaëdrets axer. Man ser let, at to og to ensartede hjørner, flader eller kanter står diametralt lige overfor hinanden og kan forenes med rette linjer, og at der gives fire slags af dem: 1) linjer, som forbinder firkantede hjørner: axerne A , 2) linjer, som forbinder trekantede hjørner: axerne α , 3) linjer mellem midten af to rhombeflader: axerne α , 4) linjer, som går gennem centrum og står lodret på to kanter: axerne B .

Kugleflader i relation til rhombedodekaëdret: Axerne A er diametreer i en kugleflade, som omskriver rhombedodekaëdret således, at den berører dets 6 firkantede hjørner; dens radius er R , det firkantede hjørnes afstand fra centrum; den kugleflade, hvis diameter er a , er indskrevet i rhombedodekaëdret og berører midten af dets 12 rhombeflader, og dens radius er r , rhombemidtpunktets afstand fra centrum; α axerne er diametreer i en kugleoverflade, som tænkes lagt, så den berører alle de otte trekantede hjørner, og radierne i denne kugle er ρ , det trekantede hjørnes afstand fra centrum; endelig kan der lægges en kugleoverflade således, at alle rhombedodekaëdrets kanter tangerer dens overflade; axerne i denne kugle er B og radierne P .

Rhombens lange diagonal: Ved konstruktion kan denne findes på følgende måde: med den omskrivende kugles radius, som naturligvis kan vælges efter ønske, slæes en cirkel; i denne cirkel indskrives en regulær firkant; firkantens side ab vil da være rhombens lange diagonal, mens radien cb er dens korte (fig. 7).

Stilles rhombedodekaëdret med en A axe lodret på et plan, så sees det, at to af de firkantede hjørner ligger i axens endepunkter og de fire andre i ækvator lige langt fra hverandre indbyrdes og fra rhombedodekaëdrets poler.

De firkantede hjørner dannes af rhombernes spidse vinkler; fire lange diagonaler støder her sammen to og to under rette vinkler, og diagonalerne blir korden til en bue på 90° eller $\frac{1}{4}$ af periferien.

Lægges et storcirkelplan gennem de to polhjørner og to ækvatorhjørner, projiceres snitfladen ned på papirets plan og trækkes korden til $\frac{1}{4}$ periferi, så er denne korde (fig. 7) rhombens lange diagonal ab , som vi vil kalde l ; endelig trækkes radierne $ac = cb = R$ til dens endepunkter; i det retvinklede ligebenede triangel, som derved dannes, haves:

$$ab^2 = cb^2 + ac^2 = l^2 = R^2 + R^2 = 2R^2$$

$$l = \sqrt{2R^2} = R\sqrt{2}$$

$$l = R\sqrt{2}; R = \frac{l}{\sqrt{2}}.$$

Rhombens korte diagonal: Denne, som vi vil kalde k , findes konstruktivt ved at trække radien til den kugle, som omskriver rhombedodekaædret. Stilles rhombedodekaædret med A axen lodret på et plan, og vender et af de firkantede hjørner i ækvator mod tilskueren, så ser man om dette hjørne grupperet fire trekantede hjørner, som forbindes af korte diagonaler, der omskriver en regulær firkant. Lægges der gennem denne regulære firkant et plan, så går dette gennem midtpunktet i de fire rhomber, der begrænder det firkantede hjørne, og altså gennem de lange og korte diagonalers skjæringspunkt resp. midtpunkt. Projiceres efter dette rhombedodekaædret med sin omskrivende kugleflade ned på et plan, så fåes fig. 7, hvor de korte diagonaler er punkterede. Linjen mn , som forbinder midtpunktet i to lige overfor hinanden liggende rhomber med hinanden, er lig de korte diagonaler. Lægger man derimod et plan gennem de to polhjørner og det ækvatoriale hjørne, som vender mod tilskueren, eller gennem polhjørnerne og linjen mn , og projiceres snitfladen, så opstår fig. 8, hvor oe er den lange diagonal (l) og mn den korte (k). I det retvinklede triangel men er:

$$mn^2 = me^2 + ne^2$$

$$k^2 = \left(\frac{l}{2}\right)^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{l^2}{4} + \frac{l^2}{4} = \frac{2l^2}{4} = \frac{l^2}{2}$$

$$k = \sqrt{\frac{l^2}{2}} = \frac{l}{\sqrt{2}}$$

$$l = R\sqrt{2}$$

$$k = \frac{R\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = R.$$

$$k = R; R = k.$$

Afstanden mellem rhombens midtpunkt og rhombedodekaëdrets centrum eller radien til den kugle, som er indskreven i rhombedodekaëdret, r ; i det retvinklede triangel pme i fig. 8 er:

$$\begin{aligned}
 pm^2 + me^2 &= pe^2 = R^2 \\
 pm = r, \quad me &= \frac{l}{2} \\
 \hline
 r^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2 &= r^2 + \frac{l^2}{4} = R^2 \\
 l &= R\sqrt{2} \\
 \hline
 r^2 + \frac{(R\sqrt{2})^2}{4} &= r^2 + \frac{2R^2}{4} = r^2 + \frac{R^2}{2} = R^2 \\
 \hline
 r^2 = R^2 - \frac{R^2}{2} &= \frac{2R^2}{2} - \frac{R^2}{2} = \frac{R^2}{2} \\
 \hline
 r &= \sqrt{\frac{R^2}{2}} = \frac{R}{\sqrt{2}} = R\sqrt{\frac{1}{2}} \\
 \hline
 r = \frac{R}{\sqrt{2}}; \quad R &= r\sqrt{2}; \quad r = \frac{l}{2}; \quad l = 2r.
 \end{aligned}$$

Hvis rhombedodekaëdret lægges på en af sine flader, så sees let, at en linje fra rhombens midtpunkt til dets centrum står lodret på fladen og altså repræsenterer rhombens afstand fra centrum. Ved konstruktion kan efter dette r findes ved at halvere den lange diagonal eller ved at trække en linje fra centrum lodret ned på diagonalen.

De trekantede hjørners afstand fra centrum eller den halve α axe er ρ ; ved konstruktion findes det trekantede hjørnes beliggenhed i et storecirkelplan, som i den omskrivende kugle lægges gennem de to firkantede polhjørner og fire trekantede hjørner, på følgende måde: man slår om c i fig. 9 en cirkel med radius R , deler periferien i fire ligestore dele, trækker korderne til de fire buer og halverer dem; en ret linje ab og gh lægges gennem to nabokorders midtpunkt og forlænges til de skjærer cirkelen; med linjen r , rhombe-

fladens afstand fra centrum, som radius slæes om c en cirkel, og fra det punkt, hvor denne skjærer linjen df , opreises perpendicularer, som forlænges opad og nedad, til de skjærer resp. ab og gh , og skjæringspunkterne i og h , o og s er da de trekantede hjørners sted.

I det retvinklede triangel icm er:

$$ic^2 = im^2 + cm^2$$

$$ic = \rho; im = \frac{R}{2}; mc = r = \frac{R}{\sqrt{2}}$$

$$\rho^2 = \left(\frac{R}{2}\right)^2 + \left(\frac{R}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{R^2}{4} + \frac{R^2}{2} = \frac{R^2}{4} + \frac{2R^2}{4} = \frac{3R^2}{4}$$

$$\rho = \sqrt{\frac{3R^2}{4}} = \frac{R\sqrt{3}}{2}$$

$$\rho = \frac{R\sqrt{3}}{2}; R = \frac{2\rho}{\sqrt{3}}; \rho = s; \rho = \frac{r\sqrt{6}}{2}.$$

De firkantede hjørners afstand fra centrum er R , hvilket sees umiddelbart af fig. 1.

Rhombens side, s , konstrueres ved i fig. 9 at forbinde det firkantede hjørne n med det trekantede hjørne i og er altså ni ; i firkanten $nick$ er:

$$nc \perp cf$$

$$ik \perp cf$$

$$nc \neq ik$$

$$ik = R$$

$$cn = R$$

$$ck = ni$$

$$ck = \rho = \frac{R\sqrt{3}}{2}$$

$$ni = s = \frac{R\sqrt{3}}{2}$$

$$s = \frac{R\sqrt{3}}{2}; R = \frac{2s}{\sqrt{3}}, s = \rho.$$

Radien til et storcirkelplan lagt lodret i forhold til kanterne og tangerende dem. Rhombedodekaædret har, som sagt, 8 trekantede hjørner, der er dannet af rhombernes stumpede vinkler, og i disse støder der tre korte diagonaler sammen. Stilles rhombedodekaædret med axen α lodret på et plan, så får det udseendet af et sexkantet regulært ret prisme, som er trekantet tilspidset i begge ender.

Ved konstruktion findes cirkelens radius ved at nedfælde en linje lodret fra centrum på siden oq (fig. 9) eller ved at konstruere rhombedodekaædrets rhombe og siden finde dens højde; ti i en regulær sexkant er siden lig radien til den omskrevne cirkel.

Den i prismet indskrevne cirkels radius er lig rhombemidtpunktets afstand fra centrum: $r = \frac{R}{\sqrt{2}}$.

Den omskrevne cirkels radius P findes af den indskrevne ved hjælp af formelen:

$$P = \frac{2r\sqrt{3}}{3} = \frac{2}{3}r\sqrt{3}$$

$$r = \frac{R}{\sqrt{2}}$$

$$P = \frac{2}{3} \frac{R}{\sqrt{2}} \sqrt{3} = \frac{2R\sqrt{3}}{3\sqrt{2}} = \frac{6R}{3\sqrt{6}} = \frac{2R}{\sqrt{6}}$$

$$P = \frac{2R}{\sqrt{6}}; R = \frac{P\sqrt{6}}{2}; P = \frac{2r}{\sqrt{3}}$$

Rhombens kvadratindhold, F. Af fig. 10 sees, at rhomben $eabd$ består af to triangler, eab og edb , hvis indhold hver er lig $\frac{eb \cdot ac}{2}$; nu er eb lig den lange diagonal l , og ac lig den halve korte diagonal $\frac{k}{2}$, altså er hvert triangels indhold lig $\frac{\frac{1}{2}k \cdot l}{2}$ og hele rhombens indhold:

$$F = 2 \frac{\frac{1}{2} k \cdot l}{2} = \frac{k \cdot l}{2}$$

$$k = R, \quad l = R\sqrt{2}$$

$$F = \frac{R \cdot R\sqrt{2}}{2} = \frac{R^2\sqrt{2}}{2}.$$

Indholdet af en pyramide med rhomben til grundflade og rhombens afstand fra centrum som høide er $\frac{F \cdot r}{3}$.

$$F = \frac{R^2\sqrt{2}}{2}; \quad r = \frac{R}{\sqrt{2}}$$

$$F \cdot r = \frac{R^2\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{R}{\sqrt{2}} = \frac{R^3\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{R^3}{2}$$

$$\frac{F \cdot r}{3} = \frac{R^3}{6}.$$

Rhombedodekaædrets indhold er lig 12 pyramider med rhomben til grundflade og rhombens afstand fra centrum til høide:

$$12 \frac{R^3}{6} = 2R^3.$$

Når rhombedodekaædret står med sin Δ axe lodret på et plan, kan en skive i ækvator udregnes, hvis den lange diagonal og høiden kjendes. Borttages af et rhombedodekaæder de 6 firkantede hjørner i sin helhed, så vil der som rest blive tilbage en tærning med R til side; tærningens indhold blir altså R^3 , det halve rhombedodekaæders indhold; de 6 borttagne pyramider blir lig resten af rhombedodekaædret, R^3 , og hver af dem $\frac{R^3}{6}$. Den skive, som blir tilbage, om begge polhjørner fjernes, blir således:

$$2R^3 \div \frac{2R^3}{6} = \frac{12R^3}{6} \div \frac{2R^3}{6} = \frac{10R^3}{6} = \frac{5R^3}{3} \text{ og}$$

den halve zone $\frac{5R^3}{6}$.

Den skive, som blir tilbage, når begge de firkanterede polypyramider borttages, kan også betragtes som et firkantet prisme med høiden R og med en kvadratisk grundflade med siden $R\sqrt{2}$ og indholdet $(R\sqrt{2})^2$, hvorifra der på alle 8 hjørner er borttaget såmeget, at alle dets sideflader er blevet til rhomber.

De borttagne hjørner kan da beregnes ved hjælp af radien R , idet man betragter dem som trekantede pyramider, hvis ene kant er lodret og danner høiden, og hvis grundflade er det borttagne hjørne f. ex. fag af en af prismets endeflader, når man kun tager hensyn til punkterne $agbjdief$ (fig. 7) og de linjer, som forbinder dem.

I fig. 7 sees prismet fra endefladen og i fig. 10 fra sidefladen, efterat hjørnerne er afskårne og atter påsatte, i sidste figur bortset fra linjerne ad , eb , ah og af ; her er gb (i fig. 10) = $mg = mf = am$ (i fig. 7) = $\frac{1}{2} R = h$.

Forholdet vil vedblive at være det samme, om prismets høide aftager aldrig så meget, og formelen for den halve skive $\frac{Z}{2}$ vil under alle høider være: prismets grundflade gange høiden, minus de fire bortskårne pyramider, altså, når høiden betegnes med h og rhombens lange diagonal med l :

$$\frac{Z}{2} = l^2 \cdot h + 4 \frac{h^3}{3}.$$

Beregnes skiven for et prisme med høiden R og grundfladen $(R\sqrt{2})^2$, så fåes $\frac{5R^3}{3}$.

$$\begin{aligned} Z &= (R\sqrt{2})^2 \cdot R + 8 \frac{\left(\frac{R}{2}\right)^3}{3} = 2R^2 \cdot R + 8 \frac{R^3}{24} = \\ &= 2R^3 + \frac{R^3}{3} = \frac{6R^3}{3} + \frac{R^3}{3} = \frac{5R^3}{3}. \end{aligned}$$

Rhombedodekaëdret sammenlignet med et ret regulært firkantet prisme:

Rhombedodekaædret er i indhold lig halvdelen af et ret regulært firkantet prisme, hvis grundflades side er lig den lange diagonal, og hvis højde er lig det dobbelte af den korte diagonal eller lig rhombedodekaædrets Δ axe, lig $2R$; da den lange diagonal udtrykt med R er $R\sqrt{2}$ (p. 316), så er prismets indhold:

$$(R\sqrt{2})^2 \cdot 2R = 2R^2 \cdot 2R = 4R^3 = 2 \text{ rhombedodekaædrers indhold.}$$

Det, som må borttages af et sådant prisme for at få dannet et rhombedodekaæder, har et indhold af $2R^3$.

Et rhombedodekaæder er i indhold lig et ret regulært firkantet prisme, hvis side er lig rhombens lange diagonal l (p. 316), og hvis højde er lig den korte diagonal k (p. 316).

$$l^2 \cdot k = (R\sqrt{2})^2 \cdot R = 2R^2 \cdot R = 2R^3.$$

Rhombedodekaædret sammenlignet med et ret regulært sexkantet prisme:

Et rhombedodekaæder er i indhold lig $\frac{2}{3}$ af et ret regulært sexkantet prisme, som har samme højde som prismets α axe, $2\rho = R\sqrt{3}$ (p. 318), og hvis grundflades sider er lig rhombedodekaæderrhombernes højde $P = \frac{2R}{\sqrt{6}}$ (p. 319); ti $\frac{3}{2} \cdot \left(\frac{2R}{\sqrt{6}}\right)^2 \cdot \sqrt{3} \cdot R\sqrt{3} = \frac{3}{2} \cdot \frac{4R^2}{6} \cdot \sqrt{3} \cdot R\sqrt{3} = \frac{36R^3}{12} = 3R^3$ er prismets indhold og $2R^3$ rhombedodekaædrets indhold, altså er det sidste $\frac{2}{3}$ af det første.

Et rhombedodekaæder er i indhold lig et ret regulært sexkantet prisme, hvis grundflades side er $P = \frac{2R}{\sqrt{6}}$ (p. 319), og hvis højde er $\frac{2R}{\sqrt{3}}$.

$$\frac{3}{2} \cdot \left(\frac{2R}{\sqrt{6}}\right)^2 \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{2R}{\sqrt{3}} = \frac{3}{2} \cdot \frac{4R^2}{6} \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{2R}{\sqrt{3}} = \frac{12R^2}{12} \cdot \frac{2R\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 2R^3.$$

Et rhombedodekaæder kan laves af et ret regulært firkantet prisme, hvis grundflades side er $l = R\sqrt{2}$ (p. 316), og hvis højde

er $k = R$ (p. 316). Man borttar af dets 8 hjørner trekantede pyramider, hvis ene lodrette sidekant danner deres høide og er lig halvdelen af prismets høide, og hvis grundflade er et ligebenet triangel, hvori de to sider er lig halvdelen af prismegrundfladens side og grundlinjen lig afstanden mellem midten af prismegrundfladens to sammenstødende sider. Dreies disse pyramider om grundlinjernes sammenstød med prismets grundflade ligesom en dør om sine hængsler, indtil pyramidernes grundflader berører prismerestens grundflade, så er der kommet istand et rhombedodekaæder. Pyramidernes snitflade danner en vinkel på 45° med prismets side; de må dreies 180° , før begge snitflader ligger i flugt.

Et rhombedodekaæder kan laves af et ret regulært sexkantet prisme med grundfladens side lig $P = \frac{2R}{\sqrt{6}}$ (p. 319) og høiden lig

$\frac{2R}{\sqrt{3}}$ på den måde, at man af andethvert hjørne i hver ende bort-

tager en trekantet pyramide af høiden $\frac{R}{\sqrt{12}}$, idet man først trækker de tre diagonaler i grundfladen og derpå lægger et plan gjennem hver af disse, så det træffer sidekanterne i en afstand af $\frac{R}{\sqrt{12}}$ fra spidsen af de hjørner, som skal fjernes; de afskårne pyramider dreies om diagonalerne som en dør om sine hængsler, indtil snitfladerne ligger i flugt med hinanden.

Høiden af de trekantede pyramider, som må fjernes fra et sexkantet prismes hjørner for at få det tilspidset med et trekantet rhombedodekaæderhjørne, er $R\sqrt{\frac{1}{12}}$. Ved betragtning af et rhombedodekaæder, som er stillet på det trekantede hjørne, viser det sig, at alle kanter er lige lange og lig siderne i rhomberne; men de er forskudte i forhold til hverandre, så de afvejlende overrager hverandre opad eller nedad; det stykke, hvormed de overrager hverandre, ser man lettelig (cnfr. fig. 10), er det stykke af rhombens side, som ligger

mellem dens spidse hjørne og skjæringspunktet med en linje, der nedfældes lodret på siden fra det stumpe hjørne; dette stykke bf vil vi kalde x . Af stykket x , siden $ab = s$ og rhombehøiden $af = P$ dannes der et retvinklet triangel, hvori:

$$x^2 + P^2 = s^2$$

$$s = \frac{R\sqrt{3}}{2} \text{ (p. 318); } P = \frac{2R}{\sqrt{6}} \text{ (p. 319)}$$

$$x^2 = \left(\frac{R\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{2R}{\sqrt{6}}\right)^2 = \frac{3R^2}{4} - \frac{4R^2}{6} = \frac{9R^2}{12} - \frac{8R^2}{12} = \frac{R^2}{12}$$

$$x = \sqrt{\frac{R^2}{12}} = R\sqrt{\frac{1}{12}}$$

Stykket x er pyramidernes høide og længden af deres lodrette sidekant.

Prismets kanter uden afstumpning af hjørnerne vil blive lig summen af siden s og stykket x :

$$s+x = \frac{R\sqrt{3}}{2} + \frac{R}{\sqrt{12}} = \frac{R\sqrt{3}}{2} + \frac{R}{2\sqrt{3}} = \frac{3R}{2\sqrt{3}} + \frac{R}{2\sqrt{3}} = \frac{4R}{2\sqrt{3}} = \frac{2R}{\sqrt{3}}$$

Indholdet af, hvad der må tages bort af et firkantet prisme for at tilspidse det med et firkantet rhombedodekaæderhjørne, er R^3 ; ti som forhen vist er det, man må tage bort fra begge ender af et prisme med samme høide som rhombedodekaæderets A axe, lig $2R^3$.

Indholdet af, hvad der må tages væk af et sexkantet prisme for at tilspidse det med et trekantet rhombedodekaæderhjørne, er $\frac{R^3}{2}$; ti et sexkantet ret regulært prisme af α axens høide har i indhold $3R^3$, mens dets indhold efter omdannelsen til et rhombedodekaæder er $2R^3$.

II. Kuglernes ordning.

Kuglerne er alle ligestore og ligger i et ubegrænset tal på et uendelig plan som underlag ordnede i retlinjede rækker så tæt til hverandre, at kuglerne i samme række berører

hverandre, og hver række ligger i berørelse med den foranliggende og bagenforliggende i samme lag, og endelig hvert lags kugler ligger i berørelse med det ovenfor og nedenfor liggende lags kugler, om sådanne gives.

Når kuglerne kun ligger i et enkelt lag, er de ordnede på to måder således, at hvis der trækkes rette linjer fra en række kuglecentre parallelt med planet og lodret på foreningslinjen mellem den foranliggende eller bagenforliggende kuglerækkes centre, vil de enten træffe foreningslinjen i kuglecentrene, *den kvadratiske orden* (kuglerne om a, b, e, d , fig. 15) eller der, hvor kuglerne berører hinanden, *den triangulære orden* (kuglerne om e, f, g, h, i fig. 16).

Det forudsættes, at kugleordenen er den samme over det hele horizontale lag og i alle de horizontale lag, hvis der er flere end et; dersom man altså i et af de horizontale lag træffer den triangulære kugleorden, vil man også gjenfinde den i alle de andre horizontallag.

Er der to eller flere kuglelag, kan ordningen i vertikalretning være enten *kvadratisk* eller *triangulær* d. v. s. de rette linjer, der nedfældes lodret fra kuglecentrene i det høiere lag, træffer enten kuglernes centre eller deres berøringspunkter i det dybere liggende lag; men de lodrette linjer fra kuglecentrene i det høiere lag kan også træffe midten af de mellemrum, som findes mellem kuglerne i det dybere lag.

Disse mellemrum omgives i den kvadratiske orden af fire kugler, og når en femte kugle såsom kuglen om k eller e fig. 15 lægges i dette mellemrum, dannes der en firsidet pyramide, hvorfor ordenen bekvemt kan kaldes *den firsidede pyramideorden*; mellemrummene mellem kuglerne i den triangulære orden begrænses kun af tre kugler, og lægges en kugle f. ex. kuglen om n, m (fig. 16) i dette, opstår der for hver tre og tre kugler et tetraëder, hvorfor ordenen kaldes *den tetraëdriske*. Men det vil under den praktiske udførelse

vise sig, at bare hveranden række af mellemrummene i sidste fald kan optage en kugle.

Også i vertikalretningen forudsættes kugleordenen at være den samme i alle vertikallag, så at, når f. ex. den tetraëdriske orden påtræffes i et af lagene, findes den også i dem alle.

På denne måde fåes der følgende kugleordninger:

A. *når kuglerne ligger i et lag:*

α . den kvadratiske orden,

β . den triangulære orden.

B. *når kuglerne ligger i to eller flere lag:*

α . den kvadratisk-kvadratiske orden,

β . den kvadratisk-triangulære orden,

γ . den firkantede pyramideorden,

δ . den triangulær-kvadratiske orden,

ϵ . den triangulær-triangulære orden,

ζ . den tetraëdriske orden.

III. De stereometriske former, som opstår, når kugler udsættes for tryk.

a. Kugler i et eneste lag.

Som forhen omtalt forudsættes kuglerne at ligge i et uendeligt antal på et uendeligt horizontalplan enten i *den kvadratiske* eller *triangulære orden*; ovenpå dem lægger man endnu et plan; kuglelaget kommer således til at ligge mellem to parallelle planer.

α . *Den kvadratiske orden.*

I den kvadratiske orden ligger hver kugle i berørelse med to planer og fire kugler; planerne berører dens poler og kuglerne dens ækvator; det legeme, som opstår, når kuglen trykkes af alle disse, må blive et polyeder med sex flader, to polære og fire ækvatoriale; da planerne er parallelle, må også begge polflader blive parallelle, og da kuglernes berøringspunkter med ækvatorialregionen ligger lige langt fra

hverandre, må ved et ligeligt tryk ækvatorialzonen blive fir-sidet; når trykket har virket, indtil alle mellemrummene mellem kuglerne og planerne er fyldte, vil der være dannet rette regulære firsidede prismer.

1) Vertikalsammentrykning.

En sammenpresning i vertikalretningen kommer istand, når de parallelle planer nærmes til hinanden; nabokuglerne, som naturligvis samtidig sammenpresses, vil hindre den enkeltes masse fra at vige ud til siden, hvor de berører den (fig. 17); den afveien pressede masse må altså søge hen i de mellemrum, som findes mellem kuglerne indbyrdes og mellem disse og planerne. Da alle kugler samtidig trykkes, vil også deres masser samtidig og med lige hastighed søge at undvige og vil overalt træffe hverandre på halvveien; der dannes korte rette regulære firkantede prismer, hvis grundflader er kvadrater, hvori kuglens radius r_k er lig radius r til den i grundfladen indskrevne cirkel; grundfladens side vil altså blive $2r_k$ og prismets højde: $\frac{\pi r_k}{3}$.

$$\text{Kuglens kubikindhold} = \frac{4\pi r_k^3}{3}$$

$$\text{Prismets kubikindhold} = h \cdot 4r_k^2$$

$$h \cdot 4r_k^2 = \frac{4\pi r_k^3}{3}$$

$$h = \frac{4\pi r_k^3}{3 \cdot 4r_k^2} = \frac{4\pi r_k^3}{12r_k^2} = \frac{\pi r_k}{3}$$

Exempel: Af en kugle med 5 cm. radius og cm^3 523,5 indhold vil der dannes et prisme, hvis grundflades side er 10 cm. og højde 5,23 cm.

2) Horizontalsammentrykning.

Herved forståes det, at kuglen trykkes sammen fra siderne i de fire retninger, hvori de berørende nabokugler ligger; altså i ækvatorialzonen, mens de to parallelle planer

hindrer deres masse fra at vige ud opad og nedad; når trykket har fuldført sin gjerning, vil det dannede rette regulære firsidede prisme have en høide lig kuglens diameter $2r_k$, mens siden i dens grundflade ved udregning findes at være

$$r_k \sqrt{\frac{2\pi}{3}}.$$

$$\text{Kuglens kubikindhold} = \frac{4\pi r_k^3}{3}$$

Prismets kubikindhold = $s^2 \cdot 2r_k$, hvor s er siden i grundfladen

$$s^2 \cdot 2r_k = \frac{4\pi r_k^3}{3}$$

$$s^2 = \frac{4\pi r_k^3}{6r_k} = \frac{2\pi r_k^2}{3}$$

$$s = \sqrt{\frac{2\pi r_k^2}{3}} = r_k \sqrt{\frac{2\pi}{3}}.$$

Exempel: Af en kugle med 5 cm. radius og $523,5 \text{ cm}^3$ kubikindhold blir der et firsidet prisme med 10 cm. høide og en grundflade, hvis side er $7,23 \text{ cm}$.

3) Ligelig sammentrykning.

Ligeligt trykkes kuglen sammen af de to planer og de to nabokugler, når disse fra sex sider nærmer sig dens centrum med lige hastighed; alle fladerne i det firkantede prisme vil da efter trykkets ophør stå lige langt fra et punkt inde i prismet d. v. s. der er lavet en kubus eller tærning, hvis

side vil befindes at være: $r_k \sqrt{\frac{4\pi}{3}}$

$$\text{Kuglens kubikindhold} = \frac{4\pi r_k^3}{3}$$

$$\text{Tærningens kubikindhold} = a^3$$

$$a^3 = \frac{4\pi r_k^3}{3}$$

$$a = \sqrt[3]{\frac{4\pi r_k^3}{3}} = r_k \sqrt[3]{\frac{4\pi}{3}}.$$

Eksempel: En kugle med 5 cm. radius og $523,5 \text{ cm}^3$ indhold gir en tærning med $8,06 \text{ cm}$. side.

β. Den triangulære orden.

Hver kugle i denne orden ligger i berørelse med de to parallelle planer ved sine poler og med sex kugler i sin ækvatorialzone; ved tryk må der altså opstå et polyëder med 8 flader, to parallelle polære og sex, som står lodret på ækvatorsplan d. v. s. et ret regulært sexkantet prisme.

1) Vertikalsammentrykning.

Når de to parallelle planer nærmer sig til hinanden, vil kuglerne forkortes i deres axers retning, og deres masse vil søge at undvige til siden; men her (fig. 18) støder den på sex kanter mod kugler, hvis masse ligeledes søger at undvige; hvor kuglernes masser berører hverandre, kan ingen del af dem komme længere; de må søge udenfor kuglernes periferi og fylde rummet mellem kuglerne; når dette for alle kuglers vedkommende sker i lige grad, så vil der opstå en om kuglens ækvator omskreven sexkant. Det endelige resultat blir et ret regulært sexkantet prisme, hvis grundflade er en regulær sexkantet polygon, som er omskreven om en cirkel med kuglens radius, og hvis højde findes at være $\frac{2\pi r_k}{3\sqrt{3}}$.

$$\text{Kuglens kubikindhold} = \frac{4\pi r_k^3}{3}$$

Prismets kubikindhold = $h \cdot 2r_k^2\sqrt{3}$, hvor grundfladens indhold er udtrykt med den indskrevne cirkels radius r_k .

$$h \cdot 2r_k^2\sqrt{3} = \frac{4\pi r_k^3}{3}$$

$$h = \frac{4\pi r_k^3}{6r_k^2\sqrt{3}} = \frac{2\pi r_k}{3\sqrt{3}}$$

Eksempel: Når en kugle med 5 cm. radius og $523,5 \text{ cm}^3$ indhold i den triangulære orden trykkes sammen mellem de to parallelle planer, så blir den til et ret regulært sexkantet prisme, hvis grundflades indskrevne radius er 5 cm., og hvis højde er 6,05.

2) Horizontalsammentrykning.

Trykkes en kugle ligeligt fra alle sider af de omgivende sex kugler, der berører den, mens dens masse forhindres fra at vige opad eller nedad af de parallelle planer, så dannes der tilsidst et ret regulært sexsidet prisme, hvis højde er kuglens diameter $2r_k$, og hvis grundflade er en regulær sexkant med siden $\frac{2}{3} r_k \sqrt{\frac{\pi}{\sqrt{3}}}$.

$$\text{Kuglens kubikindhold} = \frac{4\pi r_k^3}{3}$$

Prismets kubikindhold = $2r_k \cdot \frac{3}{2} R^2 \sqrt{3}$, hvor R er grundfladens større radius.

$$2r_k \cdot \frac{3}{2} R^2 \sqrt{3} = 3r_k R^2 \sqrt{3} = \frac{4\pi r_k^3}{3}$$

$$R^2 = \frac{4\pi r_k^3}{9r_k \sqrt{3}} = \frac{4\pi r_k^2}{9\sqrt{3}}$$

$$R = \sqrt{\frac{4\pi r_k^2}{9\sqrt{3}}} = 2r_k \sqrt{\frac{\pi}{9\sqrt{3}}} = \frac{2}{3} r_k \sqrt{\frac{\pi}{\sqrt{3}}}$$

Eksempel: Laves der af en kugle med 5 cm. radius og $523,5 \text{ cm}^3$ indhold et prisme, hvis højde er 10 cm., så vil grundfladens side være 4,48 cm.

3) Ligelig sammentrykning.

Det rette regulære sexkantede prisme, som opstår på denne måde, må være sådant beskaffent, at alle dets flader står lige langt fra et punkt indeni prismet d. e. dets højde er det dobbelte af radius til grundfladens indskrevne cirkel r .

$$\text{Kuglens kubikindhold} = \frac{4\pi r_k^3}{3}$$

$$\text{Prismets kubikindhold} = 2r \cdot 2r^2\sqrt{3} = 4r^3\sqrt{3}.$$

$$4r^3\sqrt{3} = \frac{4\pi r_k^3}{3}$$

$$r^3 = \frac{4\pi r_k^3}{12\sqrt{3}} = \frac{\pi r_k^3}{3\sqrt{3}}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{\pi r_k^3}{3\sqrt{3}}} = r_k \sqrt[3]{\frac{\pi}{3\sqrt{3}}}.$$

Eksempel: Under disse omstændigheder vil en kugle med 5 cm. radius og 523,5 cm³ indhold antage formen af et ret regulært sexkantet prisme, hvis højde er det dobbelte af den mindre radius i grundfladen, 8,45 cm., og hvis grundflades mindre radius er 4,22 cm. og større radius 4,87 cm.

b. Kugler i to lag.

Som forhen vist kan kugler, der ligger i to lag, være ordnede på sex forskellige måder, idet de horizontalt ligger i den kvadratiske eller triangulære orden og vertikalt i den kvadratiske, triangulære, firkantede pyramide- eller tetraëdriske orden. Det øverste kuglelag dækkes med et plan, der overalt berører lagets kugler og således er parallelt med det plan, hvorpå det underste lags kugler hviler.

α. Den kvadratisk-kvadratiske orden.

De enkelte kugler i denne orden ligger med den ene pol i berørelse med et plan, med den anden i berørelse med en kugle i det andet lag og er ved ækvator omgivet af fire kugler i samme lag; tykkelsen af begge lag eller afstanden mellem de to parallelle planer er $4r_k$. Ved sammentrykning fåes rette regulære firkantede prismer, hvis dimensioner er de samme, som om kuglerne kun lå i et lag.

1) *Vertikalsammentrykning*: flade prismer, hvis høide er $\frac{\pi r_k}{3}$, og hvis grundflades side er: $2r_k$.

2) *Horizontalsammentrykning*: høie prismer, hvis høide er $2r_k$, og hvis grundflades side er: $r_k \sqrt{\frac{2\pi}{3}}$.

3) *Ligelig sammentrykning*: kubiske prismer med siden $r_k \sqrt[3]{\frac{4\pi}{3}}$.

β. Den kvadratisk-triangulære orden.

Kuglerne i denne orden ligger hver i berørelse med et plan ved den ene pol og to kugler ved den anden, mens de ved ækvator omgives af fire kugler; ser man kun hen til den kvadratiske ordning i horizontalplanet, må de ved sammentrykning blive til firkantede prismer, og tar man på den anden side kun hensyn til den vertikale ordning, vil de i denne retning blive til et sexkantet prisme, hvor de to sider er erstattet med en eneste flade; polyëdret må have 7 flader; alle disse fordringer fyldestgjøres af et firkantet prisme, som i den ene ende er tagformet tilskjærpet ved hjælp af rektangler, der danner en vinkel på 120° indbyrdes og med to af dets sideflader.

Kubikindholdet af det tagformede stykke er forhen beregnet til $\frac{2r^3\sqrt{3}}{3}$, hvor r er radien til den i det sexkantede eller firkantede prismes grundflade indskrevne cirkel.

Tykkelsen af de to lag eller afstanden mellem de to parallelle planer er $r_k(2 + \sqrt{3})$. I det retvinklede triangel acd (fig. 19) er $ad = 2r_k$ og $cd = r_k$; altså fåes:

$$ac^2 = (2r_k)^2 + r_k^2 = 4r_k^2 + r_k^2 = 5r_k^2$$

$$ac = \sqrt{5r_k^2} = r_k\sqrt{5}$$

$$be = r_k + r_k\sqrt{3} + r_k = 2r_k + r_k\sqrt{3} = r_k(2 + \sqrt{3}).$$

1) Vertikalsammentrykning.

Siden i det firkantede prismes grundflade er $2r_k$ og altså den i grundfladen indskrevne cirkels radius r_k .

Det tagformede stykkes indhold blir følgelig $\frac{2r_k^3\sqrt{3}}{3}$.

Da kuglens indhold er $\frac{4\pi r_k^3}{3}$, så blir det firkantede prismestykkes kubikindhold: $\frac{2r_k^3(2\pi + \sqrt{3})}{3}$.

$$\frac{4\pi r_k^3}{3} + \frac{2r_k^3\sqrt{3}}{3} = \frac{4\pi r_k^3 + 2r_k^3\sqrt{3}}{3} = \frac{2r_k^3(2\pi + \sqrt{3})}{3}.$$

Indholdet af Prismestykkets grundflade er $4r_k^2$, altså blir dets høide $= \frac{2r_k^3(2\pi + \sqrt{3})}{3} : 4r_k^2 = \frac{2r_k^3(2\pi + \sqrt{3})}{12r_k^2} = \frac{r_k(2\pi + \sqrt{3})}{6}$.

Exempel: Når kuglens radius er 5 cm. og indholdet $523,5 \text{ cm}^3$, så er det tagformede stykkes kubikindhold $144,2 \text{ cm}^3$ og afstanden mellem dets eg og basis $2,88 \text{ cm}$., da radien til den cirkel, som omskriver det sexkantede prismes grundflade er $5,77 \text{ cm}$.; prismestykkets indhold er lig $379,3 \text{ cm}^3$, dets grundflades side 10 cm . og dets høide $3,79 \text{ cm}$.

2) Horizontalsammentrykning.

Det er forhen (p. 308) bleven vist, at et firkantet prisme på en meget enkel måde kan omdannes til et tagformet tilspidset prisme, og naturligvis kan også det omvendte ske; tænker man sig det sidste gjort, kan prismerne skydes ind under hinanden, så de tilsammen danner et prisme, hvis høide er lig tykkelsen af begge lag $r_k(2 + \sqrt{3})$.

Denne fremgangsmåde letter i høi grad beregningen, idet man først beregner siden i et firkantet prisme, hvis høide er $r_k(2 + \sqrt{3})$, og hvis indhold er lig indholdet af to kugler,

derpå deler dette prisme i to ligestore prismer og endelig tilskjærper ethvert af dem tagformet.

Betegnes siden i det firkantede prismes grundflade med x , så fåes:

$$\begin{aligned} x^2 \cdot r_k(2 + \sqrt{3}) &= \frac{8\pi r_k^3}{3} \\ x^2 &= \frac{8\pi r_k^3}{3r_k(2 + \sqrt{3})} = \frac{8\pi r_k^2}{3(2 + \sqrt{3})} = \frac{8\pi r_k^2}{6 + 3\sqrt{3}} \\ x &= \sqrt{\frac{8\pi r_k^2}{6 + 3\sqrt{3}}} = 2r_k \sqrt{\frac{2\pi}{6 + 3\sqrt{3}}} \end{aligned}$$

Radien til den indskrevne cirkel i det sexkantede prismes grundflade r er: $r_k \sqrt{\frac{2\pi}{6 + 3\sqrt{3}}}$ og radien til den om samme omskrevne cirkel R udtrykt med r er $\frac{2r\sqrt{3}}{3}$; når værdien for r indsættes i denne formel, fåes:

$$R = \frac{2 \cdot r_k \sqrt{\frac{2\pi}{6 + 3\sqrt{3}}} \sqrt{3}}{3} = \frac{2}{3} r_k \sqrt{\frac{6\pi}{6 + 3\sqrt{3}}} = 2r_k \sqrt{\frac{2\pi}{9(2 + \sqrt{3})}}$$

Ved tilskjærpingen vinder polyëdret $\frac{R}{4}$ i høide, og høiden af den firkantede prismerest er $\frac{R}{2}$ lavere end det hele polyëder; når man har udregnet R , vil polyëdrets hele høide og prismerestens høide med lethed kunne findes.

Exempel: Skal polyëdret have det samme indhold som en kugle med 5 cm. radius, altså 523,5 cm³, vil dets grundflades side være: 7,49 cm., $r = 3,75$ cm., $R = 4,32$ cm. og prisme-
stumpens høide 8,22 cm.

3) Ligelig sammentrykning.

Da i dette fald alle fladerne i polyëdret tænkes at stå i samme afstand fra et fælles punkt inde i polyëdret, så må

det tagformede endestykke og prismestumpen begge udtrykkes ved hjælp af det sexkantede prismes indskrevne cirkelradius eller med radien til den i det firkantede prismes grundflade indskrevne cirkel (fig. 20), hvilket er det samme, da begge har samme værdi.

Det tagformede stykkes indhold er $\frac{2r^3\sqrt{3}}{3}$; prismestumpens indhold er $(2r)^2 \cdot \left(\frac{r\sqrt{3}}{3} + r\right)$; ti ab er lig $\frac{R}{2}$, og R udtrykt med r er $\frac{2r\sqrt{3}}{3}$, altså er ab lig $\frac{r\sqrt{3}}{3}$.

$$(2r)^2 \cdot \left(\frac{r\sqrt{3}}{3} + r\right) = \frac{4r^3\sqrt{3}}{3} + 4r^3 = \frac{4r^3\sqrt{3}}{3} + \frac{12r^3}{3} = \frac{4r^3(\sqrt{3} + 3)}{3}.$$

Det hele polyæder tilsammen har følgelig et kubikindhold af $2r^3(\sqrt{3} + 2)$.

$$\begin{aligned} \frac{2r^3\sqrt{3}}{3} + \frac{4r^3(\sqrt{3} + 3)}{3} &= \frac{2r^3(\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 6)}{3} = \\ &= \frac{2r^3(3\sqrt{3} + 6)}{3} = \frac{6r^3(\sqrt{3} + 2)}{3} = 2r^3(\sqrt{3} + 2) \end{aligned}$$

$$\text{Kuglens indhold} = \frac{4\pi r_k^3}{3}$$

$$\text{Polyædrets indhold} = 2r^3(\sqrt{3} + 2)$$

$$2r^3(\sqrt{3} + 2) = \frac{4\pi r_k^3}{3}$$

$$r^3 = \frac{4\pi r_k^3}{6(\sqrt{3} + 2)} = \frac{2\pi r_k^3}{3(\sqrt{3} + 2)}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{2\pi r_k^3}{3(2 + \sqrt{3})}} = r_k \sqrt[3]{\frac{2\pi}{6 + 3\sqrt{3}}}.$$

Eksempel: Den indskrevne cirkels radius r er 4,12 cm. hvis polyædrets indhold skal være det samme som indholdet af en kugle med 5 cm. radius og 523,5 cm³ indhold.

γ. Den firkantede pyramideorden.

Hver kugle i denne orden ligger med sin ene pol i berørelse med et plan, med sin anden pol berører den fire kugler i det andet lag, og om dens ækvator ligger der fire kugler.

Tykkelsen af begge lag eller afstanden mellem de to parallelle planer er $2r_k + r_k\sqrt{2}$.

I figur 15 ser man projiceret ned på papirets plan fire kugler a, b, d og e , som ligger i den kvadratiske orden tilligemed en femte k , som hviler i mellemrummet mellem deres poler. Tænkes et plan lagt lodret gennem gruppen i linjen gh og snitfladen projiceret på papiret, så fåes figur 21. I denne angir ab retningen af linjen gh i den forrige figur, og cirkelen om c viser, hvilken stilling den femte kugle indtar i forhold til de to andre kugler, som træffes af samme skjærende plan. Når man her kjender længden af den på ab lodrette linje cd , så behøver man kun at addere $2r_k$ til for at få begge lags tykkelse. I figur 15 er $bk = ke$ og $be = 2r_k$ og triangelet bke retvinklet, altså er

$$\begin{aligned} bk^2 + ke^2 &= 4r_k^2 = 2ke^2 \\ \frac{ke^2}{2} &= 2r_k^2 \\ kc &= \sqrt{2r_k^2} = r_k\sqrt{2}. \end{aligned}$$

ke (fig. 15) og ed (fig. 21) er samme linje, og altså er $ed = r_k\sqrt{2}$; i det retvinklede triangel cde er:

$$\begin{aligned} cd^2 + de^2 &= ce^2 \\ \frac{cd^2}{2} &= (2r_k)^2 + (r_k\sqrt{2})^2 = 4r_k^2 + 2r_k^2 = 2r_k^2 \\ cd &= r_k\sqrt{2}. \end{aligned}$$

cd blir altså lig de , hvad der også let kan sees af figuren og dens konstruktion.

Trykkes kuglerne i denne orden sammen, så fåes et polyæder, som begrænses af ni flader, en polflade, som er lodret på axen, fire flader, som er lodrette på ækvators plan,

og fire rhomber ved den anden pol, kort og godt et firkantet prisme tilspidset med et firkantet rhombedodekaæderhjørne.

Under rhombedodekaædret er der vist, hvorledes man kan forsyne et firkantet prisme med et firkantet rhombedodekaæderhjørne; da man naturligvis omvendt kan forandre dette tilspidsede prisme til et firkantet prisme, så kan man ved beregningen bruge den samme fremgangsmåde, som under β . 2) er benyttet.

1) Vertikalsammentrykning.

Prismegrundfladens side vil, som forhen er vist, blive $2r_k$, ligesom om kuglerne lå i den kvadratiske orden i et lag, og fladeindholdet af samme er da $4r_k^2$; et prisme lavet af to kuglers indhold får høiden $\frac{2\pi r_k}{3}$.

$$h \cdot 4r_k^2 = \frac{8\pi r_k^3}{3}$$

$$h = \frac{8\pi r_k^3}{12r_k^2} = \frac{2\pi r_k}{3}.$$

Deles dette prisme, som rækker gennem begge lag, i to lige høie prizmer, så vil hvert af dem få høiden $\frac{\pi r_k}{3}$.

Når prismet tilspidses med sit rhombedodekaæderhjørne, så vil dets høide blive halvdelen af rhombens korte diagonal $\frac{k}{2}$ længere; den lange diagonal l er siden i prismets grundflade; den halve korte diagonal findes på følgende måde:

$$l = 2r^k = R\sqrt{2} \quad (\text{p. 316}) = k\sqrt{2}$$

$$k = \frac{l}{\sqrt{2}} = \frac{2r_k}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{k}{2} = \frac{r_k}{\sqrt{2}}.$$

Hvert af prismerne vil, når det tilspidses, på denne måde få en højde af $\frac{r_k(3 + \pi\sqrt{2})}{3\sqrt{2}}$

$$\frac{\pi r_k}{3} + \frac{r_k}{\sqrt{2}} = \frac{\pi r_k \sqrt{2}}{3\sqrt{2}} + \frac{3r_k}{3\sqrt{2}} = \frac{r_k(3 + \pi\sqrt{2})}{3\sqrt{2}}.$$

Rhombens lange diagonal er $2r_k$ og dens korte diagonal $\frac{2r_k}{\sqrt{2}}$ (p. 337).

Exempel: Ved sammentrykning af kugler med 5 cm. radius og $523,5$ cm³ indhold, som ligger ordnede i to lag, fåes på den nys beskrevne måde firkantede prismer af $10,47$ cm. højde; hvert af de prismer, hvori prismet med et snit på midten kan deles, blir $5,23$ cm. høit; de lange diagonaler i de rhomber, som danner dets spids er 10 cm., de korte $7,09$ cm.; den tilvæxt, prismet får ved tilspidsningen, er $3,54$ cm; dets samlede højde er efter tilspidsningen $8,77$ cm.; den lange prismekant er $5,23$ cm., den korte $1,69$ cm.

2) Horizontalsammentrykning.

Man beregner siden i grundfladen til et ret regulært firkantet prisme, hvis højde er lig den samlede tykkelse af de to kuglelag $2r_k + r_k\sqrt{2}$; når grundfladens side betegnes med x , fåes:

$$\begin{aligned} x^2 \cdot (2r_k + r_k\sqrt{2}) &= x^2 \cdot r_k(2 + \sqrt{2}) = \frac{8\pi r_k^3}{3} \\ x^2 &= \frac{8\pi r_k^3}{3r_k(2 + \sqrt{2})} = \frac{8\pi r_k^2}{3(2 + \sqrt{2})} = \frac{8\pi r_k^2}{6 + 3\sqrt{2}} \\ x &= \sqrt{\frac{8\pi r_k^2}{6 + 3\sqrt{2}}} = 2r_k \sqrt{\frac{2\pi}{6 + 3\sqrt{2}}}. \end{aligned}$$

Hvert af de to ligestore prismer, hvori dette kan deles, har en højde af $\frac{r_k(2 + \sqrt{2})}{2}$; når de tilspidses med et firkantet rhombedodekaæderhjørne, har de rhomber, som dan-

ner dette hjørne, følgende værdier: den lange diagonal

$$2r_k \sqrt{\frac{2\pi}{6+3\sqrt{2}}} \text{ og den korte } 2r_k \sqrt{\frac{\pi}{6+3\sqrt{2}}}, \text{ da } k \text{ er lig } \frac{l}{\sqrt{2}};$$

ved tilspidsningen vil prismets længde forøges med $\frac{k}{2} =$

$$r_k \sqrt{\frac{\pi}{6+3\sqrt{2}}}, \text{ og altså dets samlede længde blive } \frac{r_k(2+\sqrt{2})}{2} +$$

$$r_k \sqrt{\frac{\pi}{6+3\sqrt{2}}}.$$

Exempel: To kugler med 5 cm. radius og $523,5 \text{ cm}^3$ indhold gir et prisme med $17,05$ cm. højde og $7,83$ cm. grundfladeside; deles dette prisme på midten i to ligestore prisme, så har hvert af dem en højde af $8,52$ cm.; tilspidses prismet, vil rhombernes lange diagonal være $7,83$ cm., den korte $5,55$ cm. og tilvæksten i højde $2,77$ cm. og endelig dets hele højde $11,29$ cm.; prismets lange sidekant er $8,52$ cm. og dets korte kant $5,75$ cm.

3) Ligelig sammentrykning.

Alle polyëdrets flader har her samme afstand fra et punkt inde i polyëdret, og denne afstand kan udtrykkes med r , som i læren om rhombedodekaëdret betyder radien til den kugle, som er indskrevet i det; når polyëdret betragtes som en ret regulær firkantet prismestump, hvorpå der er sat $\frac{1}{2}$ rhombedodekaëder, så fåes dets samlede højde lig prismestumpens højde r , plus det halve rhombedodekaëders højde R ; ti prismestumpens højde bestemmes nemlig af dens grundflades afstand fra rhombedodekaëdrets centrum, og denne skal være r . I det halve rhombedodekaëder skal også alle flader stå lige langt fra centrum og det også i afstanden r ; det firkantede rhombedodekaëderhjørnes afstand fra centrum er R , som udtrykt med r er lig $r\sqrt{2}$.

Polyëdrets samlede højde blir altså $r + r\sqrt{2} = r(1 + \sqrt{2})$

Da et halvt rhombedodekaæder kan betragtes som et firkantet prisme med høiden $r\sqrt{2}$, fra hvis fire hjørner der tilsammen er bortskåret et halvt rhombedodekaæder, eller med andre ord, da et prisme er dobbelt så stort i kubikindhold som et rhombedodekaæder med samme høide, kan man beregne polyædret, som om det var et prisme med høiden $r(1 + \sqrt{2})$, hvorifra der er subtraheret indholdet af et halvt rhombedodekaæder; men man kan også først beregne den firkantede prismestumps indhold og derpå rhombedodekaædrets indhold, begge udtrykt med r og får da resp. $4r^3$ og $(r\sqrt{2})^3$.

$$(2r)^2 r + (r\sqrt{2})^3 = 4r^3 + 2r^3\sqrt{2} = \frac{4\pi r_k^3}{3} = \text{kuglens indhold.}$$

$$r^3(4 + 2\sqrt{2}) = \frac{4\pi r_k^3}{3}$$

$$r^3 = \frac{4\pi r_k^3}{12 + 6\sqrt{2}} = \frac{2\pi r_k^3}{6 + 3\sqrt{2}}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{2\pi r_k^3}{6 + 3\sqrt{2}}} = r_k \sqrt[3]{\frac{2\pi}{6 + 3\sqrt{2}}}$$

Heraf fåes prismets værdier: høiden lig $r_k \sqrt[3]{\frac{2\pi}{6 + 3\sqrt{2}}}$, siden

i grundfladen lig $2r_k \sqrt[3]{\frac{2\pi}{6 + 3\sqrt{2}}}$; rhombedodekaæderhalvdelen

høide er lig $r_k \sqrt[3]{\frac{4\pi\sqrt{2}}{6 + 3\sqrt{2}}}$ eller rhombernes korte diagonal,

når værdien for r indsættes i udtrykket $r\sqrt{2}$; deres lange

diagonal er $2r_k \sqrt[3]{\frac{2\pi}{6 + 3\sqrt{2}}}$.

Exempel: Af en kugle med 5 cm. radius og $523,5 \text{ cm}^3$ indhold fåes en prismestump, hvorpå der er sat et halvt rhombedodekaæder, med følgende værdier: prismets høide, dets grundflades indskrevne radius og rhombedodekaædrets indskrevne

kugleradius er 4,25 cm.; siden i prismets grundflade og rhombens lange diagonal er 8,50 cm.; rhombedodekaæderhalvdelen høide og rhombens korte diagonal er 6,02 cm.

δ. *Den triangulær-kvadratiske orden.*

De polyëdrer, som her dannes, er rette³regulære sexkantede prismer, der har de samme værdier, som om kuglerne kun lå i et eneste lag; hver kugle ligger i berørelse med et plan ved den ene pol og en kugle ved den anden og berører med ækvator sex kugler.

1) *Vertikalsammentrykning* danner flade prismer med siden $\frac{2}{3}r_k\sqrt{3}$ og høiden $\frac{2\pi r_k}{3\sqrt{3}}$.

2) *Horizontalsammentrykning* leverer prismer med siden $\frac{2}{3}r_k\sqrt{\frac{\pi}{\sqrt{3}}}$ og høiden $2r_k$.

3) *Ligelig sammentrykning* frembringer kuboide prismer, hvis side er $\frac{2}{3}r_k\sqrt[3]{\pi}$ og høide $2r_k\sqrt[3]{\frac{\pi}{3}}$.

ε. *Den triangulær-triangulære orden.*

Polyëdrerne er her legemer med elleve flader, hvoraf en indtar den ene pol, fire den anden og sex ækvators zone; enhver af kuglerne støder oprindeligt til en flade med den ene pol og til to kugler med den anden og til sex kugler med sin ækvator; ved sammentrykning dannes der således til en begyndelse et sexkantet prisme, som er tagformet tilskjærpet; men under den videre sammentrykning støder taget med sine to hjørner snart mod en kugle ved hver ende, og der dannes to nye flader, så endepartiet tilslut får samme udseende som tessarakaidekaædrets endestykke.

1) Vertikalsammentrykning.

Da ordenen i horizontallaget er triangulær, så dannes der som altid ved vertikalsammentrykning i denne orden rette regulære sexkantede prismer, og siden i disses grundflade udtrykt med den indskrevne cirkels radius r_k er $\frac{2}{3}r_k\sqrt{3}$.

Det tilføiede endestykkes indhold (p. 313) udtrykt med grundfladens større radius er lig $\frac{3R^3\sqrt{3}}{8}$, og indsættes i denne formel værdien for $R = \frac{2}{3}r_k\sqrt{3}$, så fåes: r_k^3 .

$$\text{Da } R^3 = \left(\frac{2r_k\sqrt{3}}{3}\right)^3 = \frac{24r_k^3\sqrt{3}}{27} = \frac{8r_k^3\sqrt{3}}{9}, \text{ så er}$$

$$\frac{3R^3\sqrt{3}}{8} = \frac{3 \cdot \frac{8r_k^3\sqrt{3}}{9} \sqrt{3}}{8} = \frac{72r_k^3}{72} = r_k^3.$$

Da det hele polyëder skal være lig indholdet af en kugle, så blir prismestumpens indhold lig kuglens indhold $\frac{4\pi r_k^3}{3}$ minus endestykkets indhold r_k^3 :

$$\frac{4\pi r_k^3}{3} + r_k^3 = \frac{4\pi r_k^3}{3} + \frac{3r_k^3}{3} = r_k^3 \frac{(4\pi + 3)}{3}.$$

Prismestykkets grundflade udtrykt med den indskrevne cirkels radius r_k er $2r_k^2\sqrt{3}$, altså findes dets højde, når denne divideres i indholdet.

$$\frac{r_k^3(4\pi + 3)}{3} : 2r_k^2\sqrt{3} = \frac{r_k^3(4\pi + 3)}{6r_k^2\sqrt{3}} = \frac{r_k(4\pi + 3)}{6\sqrt{3}}.$$

Ved hjælp af disse værdier kan polyedret konstrueres, når man har studeret tessarakaidekaëdret.

Exempel: Når kuglens radius er 5 cm. og indholdet 523,5 cm³, er prismets grundfladeside 5,77 cm., dets højde 4,60 cm., dets indhold 398,5 cm³ og dets grundflade 86,50 cm²; endestykkets indhold er 125 cm³.

2) Horizontalsammentrykning.

Når tykkelsen af lagene udtrykkes med kuglens radius r_k , så er den som forhen (p. 332) vist $r_k(2 + \sqrt{3})$; ved udregningen kan man benytte samme fremgangsmåde som under β . 2) og γ . 2), idet man først beregner prismerne og siden skjærper dem til.

Grundfladen i et ret regulært sexkantet prisme udtrykt med den store radius er $\frac{3R^2\sqrt{3}}{2}$; et prisme med høiden $r_k(2 + \sqrt{3})$ og 2 kuglers indhold udtrykkes altså ved:

$$\frac{3R^2\sqrt{3}}{2} \cdot r_k(2 + \sqrt{3}) = \frac{8\pi r_k^3}{3}$$

$$\frac{3R^2\sqrt{3}}{2} = \frac{8\pi r_k^3}{3r_k(2 + \sqrt{3})} = \frac{8\pi r_k^2}{3(2 + \sqrt{3})}$$

$$R^2 = \frac{16\pi r_k^2}{9(2 + \sqrt{3})\sqrt{3}} = \frac{16\pi r_k^2}{18\sqrt{3} + 27}$$

$$R = \sqrt{\frac{16\pi r_k^2}{18\sqrt{3} + 27}} = 4r_k \sqrt{\frac{\pi}{18\sqrt{3} + 27}} = 4r_k \sqrt{\frac{\pi}{9(3 + 2\sqrt{3})}}$$

Deles prismet i to ligestore dele, blir hvert prismes høide lig $\frac{r_k(2 + \sqrt{3})}{2}$. Endestykkets indhold udtrykt med

den store radius er $\frac{3R^3\sqrt{3}}{8}$.

Da $R^3 = \left(4r_k \sqrt{\frac{\pi}{9(3 + 2\sqrt{3})}}\right)^3 = 64r_k^3 \sqrt{\frac{\pi^3}{9^3(3 + 2\sqrt{3})^3}}$, så, er endestykkets indhold

$$3 \cdot \frac{64r_k^3 \sqrt{\frac{\pi^3}{9^3(3 + 2\sqrt{3})^3}} \sqrt{3}}{8} = \frac{64}{8} r_k^3 \sqrt{\frac{3^3 \pi^3 \cdot 3}{9^3(3 + 2\sqrt{3})^3}}$$

$8r_k^3 \sqrt{\frac{\pi^3}{9(3 + 2\sqrt{3})^3}}$. Høiden af endestykket er $\frac{R}{2}$ altså

$2r_k \sqrt{\frac{\pi}{9(3+2\sqrt{3})}}$, og det halve af dette er atter den tilvæxt, prismet får i længde: $r_k \sqrt{\frac{\pi}{9(3+2\sqrt{3})}}$.

Exempel: Skal polyëdret have samme indhold som en kugle med 5 cm. radius og $523,5 \text{ cm}^3$ indhold, så er grundfladens store radius $4,64 \text{ cm.}$, dets højde $9,32 + 1,16 = 10,48 \text{ cm.}$ og prismestykkets højde $8,16 \text{ cm.}$

3) Ligelig sammentrykning.

Her må alt igjen beregnes ved hjælp af prismegrundfladens mindre radius; endestykkets indhold udtrykt med den indskrevne cirkels radius eller den mindre radius er r^3 (ε. 1) p. 342).

Prismets grundflade udtrykt med den mindre radius er $2r^2\sqrt{3}$, og den store radius udtrykt med den mindre radius er $\frac{2r\sqrt{3}}{3}$. Prismestumpens højde (fig. 20) er altså $r + \frac{2r\sqrt{3}}{6} = r + \frac{r\sqrt{3}}{3} = r + r\sqrt{\frac{1}{3}} = r(1 + \sqrt{\frac{1}{3}})$; dens indhold, som er grundfladen gange høiden, er:

$$2r^2\sqrt{3} \cdot r(1 + \sqrt{\frac{1}{3}}) = 2r^3(1 + \sqrt{\frac{1}{3}})\sqrt{3} = 2r^3(1 + \sqrt{3})$$

Da endestykket er r^3 , så er hele polyëdrets indhold:

$$r^3 + 2r^3(1 + \sqrt{3}) = r^3(1 + 2 + 2\sqrt{3}) = r^3(3 + 2\sqrt{3}).$$

Vil man have r udtrykt med kuglens radius r_k , så haves:

$$\begin{aligned} r^3(3 + 2\sqrt{3}) &= \frac{4\pi r_k^3}{3} \\ r^3 &= \frac{4\pi r_k^3}{9 + 6\sqrt{3}} \\ r &= \sqrt[3]{\frac{4\pi r_k^3}{9 + 6\sqrt{3}}} = r_k \sqrt[3]{\frac{4\pi}{9 + 6\sqrt{3}}}. \end{aligned}$$

Indsættes denne værdi af r i formelen $R = \frac{2r\sqrt{3}}{3}$, så fåes

$$\begin{aligned} \text{værdien af } R &= \frac{2r_k}{3} \sqrt[3]{\frac{4\pi}{9+6\sqrt{3}}} \sqrt[3]{3} = \frac{2r_k}{3} \sqrt[3]{\frac{12\pi\sqrt{3}}{9+6\sqrt{3}}} \\ &= \frac{2r_k}{3} \sqrt[3]{\frac{4\pi\sqrt{3}}{3+2\sqrt{3}}} = 2r_k \sqrt[3]{\frac{4\pi\sqrt{3}}{27(3+2\sqrt{3})}}. \end{aligned}$$

Eksempel: Dette polyëder vil have samme indhold som en kugle med 5 cm. radius, nemlig $523,5 \text{ cm}^3$, hvis prismegrundfladens mindre radius er $4,32 \text{ cm}$. og den større 5 cm.

2. Den tetraëdriske orden.

Hver kugle i denne orden ligger med sin ene pol i berørelse med et plan og med den anden med tre kugler, mens dens ækvator omgives af sex kugler; det polyëder, som dannes ved sammentrykning, får 10 flader, en plan basis, sex lodrette sideflader og tre skrå rhomboidalske endeflader; det er kort og godt et sexkantet prisme tilspidset med et trekantet rhombedodekaëderhjørne. Begge lag vil tilsammen have en tykkelse af $2r_k(1 + \sqrt{\frac{2}{3}})$, og forat finde denne værdi må man gå frem på følgende måde: man projicerer tre kugler i den triangulære orden ned på papirets plan (fig. 22), trækker linjerne ab , bc , ca , an og bm , så angir de to sidste linjers krydsningspunkt d midtpunktet for mellemrummet mellem de tre kugler.

Da triangleret abc er et ligesidet triangel, er vinkelen acb 60° , de på radierne mc og cn lodrette linjer md og nd lig den halve side i en om cirkelen omskrevet regulær sexkant og endelig dc lig den om denne omskrevne cirkels radius. Den større radius R kan udtrykkes med den lille radius r

ved hjælp af formelen: $R = \frac{2r\sqrt{3}}{3}$; indsættes her $r = r_k$, blir

$$R = \frac{2r_k\sqrt{3}}{3}.$$

Derpå projicerer man den fjerde kugle, hvis centrum ligger lodret ovenfor punktet d , ned på planet.

Den fjerde kugles forhold til kuglen om a findes ved at lægge et plan vertikalt gennem begges centre og optegne snitfladen (fig. 23) på papiret. Man slår cirkelen om a , trækker linjen as ; på denne afsættes $af = ad$ (fig. 22) = $\frac{2r_k \sqrt{3}}{3}$; fra punktet f opreises en perpendicular, og i denne må da den fjerde kugles centrum ligge, og denne skal berøre kuglen om a ; dens centrum e findes ved at sætte passerspidsen i a og med diameteren til radius slå en bue, som krydser den lodrette linje, hvilket vil ske i d ; linjen $da = 2r_k$ trækkes.

I det retvinklede triangel dfa kjendes nu linjen af og da , og man kan altså let finde df .

$$df^2 = (2r_k)^2 + \left(\frac{2r_k \sqrt{3}}{3}\right)^2 = 4r_k^2 + \frac{12r_k^2}{9} = \frac{12r_k^2}{3} + \frac{4r_k^2}{3} = \frac{8r_k^2}{3}$$

$$df = \sqrt{\frac{8r_k^2}{3}} = 2r_k \sqrt{\frac{2}{3}}.$$

Tykkelsen af de to lag eller afstanden mellem de to parallelle tangerende planer blir altså $2r_k + 2r_k \sqrt{\frac{2}{3}} = 2r_k (1 + \sqrt{\frac{2}{3}})$.

Hvorledes et sexkantet prisme kan forsynes med et trekantet rhombedodekaæderhjørne, vil man finde beskrevet (p. 323) under rhombedodekaædret. Man kan derfor i den tetraëdriske orden, ligesom man forhen har gjort, lette sig beregningen ved først at udregne et prisme, som rækker gennem begge lag, dele dette i to og forsyne hvert af dem med sit trekantede hjørne.

1) Vertikalsammentrykning.

Det sexkantede prismes grundflades mindre radius er r_k , den større radius og siden udtrykt med den mindre radius

er $\frac{2r_k\sqrt{3}}{3}$ og grundfladens indhold $2r_k^2\sqrt{3}$; kaldes høiden h , så fåes:

$$2r_k^2\sqrt{3} \cdot h = \frac{8\pi r_k^3}{3}$$

$$h = \frac{8\pi r_k^3}{6r_k^2\sqrt{3}} = \frac{4\pi r_k}{3\sqrt{3}}$$

Når dette prisme deles i to ligestore prizmer, fåes deres høide, som efter tilspidsningen repræsenteres af deres længste sidekant, lig $\frac{2\pi r_k}{3\sqrt{3}}$; prismespidsens rhomber har en lang diagonal $2r_k$ og en kort $\frac{2r_k}{\sqrt{2}}$; hjørnepyramidens høide findes ved hjælp af den korte diagonal og formelen $\frac{R}{\sqrt{12}}$ (p. 323) at være: $\frac{2r_k}{\sqrt{24}}$; prismets korteste sidekant er følgelig $\frac{2\pi r_k}{3\sqrt{3}} + \frac{2r_k}{\sqrt{24}}$.

Eksempel: To kugler med 5 cm. radius og $523,5 \text{ cm}^3$ gir et prisme med grundfladen $86,50 \text{ cm}^2$ og høiden $12,11 \text{ cm.}$; dets længste sidekant er $6,05 \text{ cm.}$, dets korteste sidekant $3,71 \text{ cm.}$; grundfladens side $5,77 \text{ cm.}$, rhombens lange diagonal 10 cm. , den korte $7,09 \text{ cm.}$

2) Horizontalsammentrykning.

De prizmer, som herved opstaar, er så høie som begge lags tykkelse tilsammen $2r_k(1 + \sqrt{\frac{2}{3}})$, og deres grundflades indhold udtrykt med den større radius er $\frac{2}{3}R^2\sqrt{3}$; man udregner som i forrige tilfælde prizmer dannet af indholdet i to kugler, deler dem derpå i to lige høie og tilspidser dem med et trekantet rhombedodekaæderhjørne. Således fåes:

$$\begin{aligned} \frac{3R^2\sqrt{3}}{2} \cdot 2r_k(1 + \sqrt{\frac{2}{3}}) &= \frac{8\pi r_k^3}{3} \\ \frac{3R^2\sqrt{3}}{2} &= \frac{8\pi r_k^3}{6r_k(1 + \sqrt{\frac{2}{3}})} = \frac{4\pi r_k^2}{3(1 + \sqrt{\frac{2}{3}})} \\ R^2 &= \frac{4\pi r_k^2}{3(1 + \sqrt{\frac{2}{3}})} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2} = \frac{4\pi r_k^2}{3(1 + \sqrt{\frac{2}{3}})} \cdot \frac{2}{3\sqrt{3}} = \\ &= \frac{8\pi r_k^2}{9\sqrt{3} + 9\sqrt{2}} = \frac{8\pi r_k^2}{9(\sqrt{3} + \sqrt{2})} \\ R &= \sqrt{\frac{2\pi r_k^2}{9(\sqrt{3} + \sqrt{2})}} = 2r_k \sqrt{\frac{2\pi}{9(\sqrt{3} + \sqrt{2})}} \end{aligned}$$

Værdierne i hvert af de to prismer er følgende: prismets længste kant $r_k(1 + \sqrt{\frac{2}{3}})$, grundfladens side $2r_k \sqrt{\frac{2\pi}{9(\sqrt{3} + \sqrt{2})}}$ den mindre radius $r_k \sqrt{\frac{2\pi}{3(\sqrt{3} + \sqrt{2})}}$; rhombens lange diagonal er det dobbelte af den mindre radius, den korte $2r_k \sqrt{\frac{\pi}{3(\sqrt{3} + \sqrt{2})}}$ og pyramidens højde $r_k \sqrt{\frac{\pi}{9(\sqrt{3} + \sqrt{2})}}$.

Eksempel: De to lags samlede højde er 18,16 cm., når kuglens radius er 5 cm.; siden i prismets grundflade er 4,71 cm.; de tilspidsede prismers længste sidekant 9,03 cm., den korteste 7,42 cm.; rhombens lange diagonal 8,15 cm., den korte 5,77 cm.

3) Ligelig sammentrykning.

Alle flader i dette tisedede polyæder må stå lige langt fra et punkt indeni polyædret. Fra rhombedodekaædret (p. 322) ved vi, at indholdet af et ret regulært sexkantet prisme, hvis højde er 2ρ , og hvis grundflades side er lig høiden af rhombedodekaædrets rhomber, er $3R^3$, mens rhombedodekaædret selv har indholdet $2R^3$; det, man må borttage af prismet for at få det lig rhombedodekaædret, har altså et indhold af

et halvt rhombedodekaæder eller R^3 ; det, som må borttages i den ene ende for at få det tilspidset med et trekantet rhombedodekaæderhjørne, er følgelig $\frac{R^3}{2}$, eller et $\frac{1}{4}$ rhombedodekaæderindhold. R er rhombens korte diagonal.

Afstanden af et trekantet rhombedodekaæderhjørne fra centrum udtrykt med rhombedodekaædrets indskrevne kugleradius r er lig $\frac{r\sqrt{6}}{2}$ (p. 318). Da prismets grundflade også skal stå i afstanden r fra centrum, så vil opgaven lyde, at finde et prisme med grundfladen $2r^2\sqrt{3}$, hvor r er den indskrevne kugles radius, og høiden $r + \frac{r\sqrt{6}}{2}$, hvorfra der er trukket $\frac{1}{4}$ rhombedodekaæder indhold; dette sidste er $r^3\sqrt{2}$.

$$2r^2\sqrt{3} \cdot \left(r + \frac{r\sqrt{6}}{2}\right) + r^3\sqrt{2} = \frac{4\pi r_k^3}{3}$$

$$2r^3\sqrt{3} + r^3\sqrt{18} + r^3\sqrt{2} = r^3(2\sqrt{3} + \sqrt{18} + \sqrt{2}) = \frac{4\pi r_k^3}{3}$$

$$r^3 = \frac{4\pi r_k^3}{3(2\sqrt{3} + \sqrt{18} + \sqrt{2})}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{4\pi r_k^3}{3(2\sqrt{3} + \sqrt{18} + \sqrt{2})}} = r_k \sqrt[3]{\frac{4\pi}{3(\sqrt{12} + \sqrt{18} + \sqrt{2})}}$$

$$= r_k \sqrt[3]{\frac{4\pi}{3\sqrt{12} + 3\sqrt{18} + \sqrt{18}}} = r_k \sqrt[3]{\frac{4\pi}{3\sqrt{12} + 2\sqrt{18}}}$$

$$= r_k \sqrt[3]{\frac{4\pi}{2\sqrt{27} + 2\sqrt{18}}} = r_k \sqrt[3]{\frac{2\pi}{\sqrt{27} + \sqrt{18}}}$$

Man kan også udregne polyædrets værdi r ved at betragte det som en prismestump med høiden r , hvorpå der er sat et halvt rhombedodekaæder, hvis indhold er $(r\sqrt{2})^3 = 2r^3\sqrt{2}$.

$$2r^2\sqrt{3} \cdot r + 2r^3\sqrt{2} = 2r^3\sqrt{3} + 2r^3\sqrt{2} = r^3(\sqrt{12} + \sqrt{8}) = \frac{4\pi r_k^3}{3}$$

$$r^3 = \frac{4\pi r_k^3}{3(\sqrt{12} + \sqrt{8})} = \frac{4\pi r_k^3}{6(\sqrt{3} + \sqrt{2})} = \frac{2\pi r_k^3}{3(\sqrt{3} + \sqrt{2})} = \frac{2\pi r_k^3}{\sqrt{27} + \sqrt{18}}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{2\pi r_k^3}{\sqrt{27} + \sqrt{18}}} = r_k^3 \sqrt[3]{\frac{2\pi}{\sqrt{27} + \sqrt{18}}}$$

Exempel: En kugle med 5 cm. radius og 523,5 cm³ indhold gir et prisme, hvis grundflades mindre radius er 4,36 cm. større radius 5,03 cm., højde 4,36 cm., og et halvt rhombedodekaæder, hvis rhombers store diagonal er 8,73 cm og korte 6,18 cm.

e. Kugler i tre lag.

Kuglerne ligger i tre horizontale lag, som strækker sig i det uendelige til alle sider, og mellem to uendelige planer; deres orden er den samme, som om de kun lå i to lag; det midterste lag kommer udelukkende til at ligge i berørelse med kugler.

α. Den kvadratisk-kvadratiske orden.

Yderlagenes kugler berøres af kugler og planer, som om der kun var to lag, men det midtre lags kugler berøres af en kugle ved hver pol og fire i ækvatorialregionen. Ved sammentrykning fåes de samme rette regulære firkantede prismer, som om kuglerne kun lå i et eller to lag.

β. Den kvadratisk-triangulære orden.

Det øverste og nederste lags kugler berører et plan med den ene pol, to kugler med den anden og fire kugler med sin ækvator, mens det midtre lags kugler har to kugler ved hver pol og fire ved ækvator; ved sammentrykning fåes rette regulære firkantede prismer, som er tagformet tilspidsede i den ene eller begge ender.

1) Vertikalsammentrykning.

Polyëdrerne i det øverste og underste lag stemmer i alle dele med dem, som vi fik under de samme forhold, når kuglerne trykkes sammen i to lag. Det midtre lags prismer er tagformet tilskjærpede i begge ender; det tagformede stykkes indhold udtrykt med prismegrundfladens mindre radius r_k er $\frac{2r_k^3\sqrt{3}}{3}$ (p. 308), og altså må prismeresten udtrykkes med:

$$\frac{4\pi r_k^3}{3} + \frac{4r_k^3\sqrt{3}}{3} = \frac{4r_k^3(\pi + \sqrt{3})}{3}.$$

Når grundfladen er $4r_k^2$, er prismerestens højde:

$$\frac{4r_k^3(\pi + \sqrt{3})}{3} : 4r_k^2 = \frac{4r_k^3(\pi + \sqrt{3})}{3 \cdot 4r_k^2} = \frac{r_k(\pi + \sqrt{3})}{3}.$$

Det tagformede endestykkes grundflade er et ligebeinet triangel, hvor grundlinjen er $2r_k$ og siderne $\frac{2r_k\sqrt{3}}{2}$ (p. 308).

Exempel: I det midtre lag er det tagformede stykkes indhold $144,20 \text{ cm}^3$, prismerestens indhold $235,16 \text{ cm}^3$, dens grundflade 100 cm^2 , dens højde $2,35 \text{ cm}$.; yderlagenes værdier er som de tilsvarende under de to lag (p. 333); alt under den forudsætning, at den kugle, der leverer materialet, har en radius på 5 cm .

2) Horizontalsammentrykning.

At udfinde tykkelsen af de tre lag er her den første opgave, som må løses; linjen ac er en kathet i det retvinklede triangel acd (fig. 19), hvor hypotenusen $ad = 2r_k$ og katheten $ed = r_k$; altså er:

$$ac^2 = (2r_k)^2 + r_k^2 = 4r_k^2 + r_k^2 = 5r_k^2$$

$$ac = \sqrt{5r_k^2} = r_k\sqrt{5}.$$

Den samlede høide af de 3 lag blir følgende :

$$2r_k\sqrt{3} + 2r_k = 2r_k(1 + \sqrt{3}).$$

Et regulært firkantet prisme af denne høide lavet af 3 kuglers indhold er således:

$$\begin{aligned} 4r^2 \cdot 2r_k(1 + \sqrt{3}) &= \frac{3 \cdot 4\pi r_k^3}{3} = 4\pi r_k^3 \\ 4r^2 &= \frac{4\pi r_k^3}{2r_k(1 + \sqrt{3})} = \frac{2\pi r_k^2}{1 + \sqrt{3}} \\ r^2 &= \frac{2\pi r_k^2}{4(1 + \sqrt{3})} = \frac{\pi r_k^2}{2(1 + \sqrt{3})} \\ r &= \sqrt{\frac{\pi r_k^2}{2(1 + \sqrt{3})}} = r_k \sqrt{\frac{\pi}{2(1 + \sqrt{3})}}. \end{aligned}$$

Prismets side blir $2r_k \sqrt{\frac{\pi}{2(1 + \sqrt{3})}}$ og hver af de tre prismers høide $\frac{2r_k(1 + \sqrt{3})}{3}$.

Da r er lig $r_k \sqrt{\frac{\pi}{2(1 + \sqrt{3})}}$, så er det tagformede styk-

$$\begin{aligned} \text{kes indhold } \frac{2r^3\sqrt{3}}{3} &= \frac{2\left(r_k \sqrt{\frac{\pi}{2(1 + \sqrt{3})}}\right)^3\sqrt{3}}{3} = \\ &= \frac{2r_k^3 \sqrt{\frac{\pi^3}{8(1 + \sqrt{3})^3}}\sqrt{3}}{3} = 2r_k^3 \sqrt{\frac{3\pi^3}{24(1 + \sqrt{3})^3}} = \\ &= 2r_k^3 \sqrt{\frac{\pi^3}{8(1 + \sqrt{3})^3}} = r_k^3 \sqrt{\frac{4\pi^3}{8(1 + \sqrt{3})^3}} = \\ &= r_k^3 \sqrt{\frac{\pi^3}{2(1 + \sqrt{3})^3}}. \end{aligned}$$

Det tagformede stykkes triangulære grundflade er i høide lig det halve af radien til den omskrivende cirkel i det sex-

kantede prismes grundflade, hvoraf det er en del, altså $\frac{R}{2}$;

R udtrykt med den mindre radius er $\frac{2r\sqrt{3}}{3}$, altså $\frac{R}{2} = \frac{r\sqrt{3}}{3}$,

og når $r = r_k \sqrt{\frac{\pi}{2(1+\sqrt{3})}}$ indsættes, så fåes $\frac{R}{2} =$

$$\frac{r_k \sqrt{\frac{\pi}{2(1+\sqrt{3})}} \sqrt{3}}{3} = \frac{r_k \sqrt{\frac{3\pi}{2(1+\sqrt{3})}}}{3} = r_k \sqrt{\frac{3\pi}{18(1+\sqrt{3})}} =$$

$$= r_k \sqrt{\frac{\pi}{6(1+\sqrt{3})}}.$$

For yderlagenes vedkommende blir prismerestens højde lig det hele prismes højde før tilskjærpingen minus $\frac{R}{4}$, som

er lig $r_k \sqrt{\frac{\pi}{24(1+\sqrt{3})}}$, og for det centrale lags vedkom-

mende det hele prismes højde før tilskjærpingen minus $\frac{R}{2}$

$$= r_k \sqrt{\frac{\pi}{6(1+\sqrt{3})}}.$$

Exempel: Kuglerne har 5 cm. radius; lagenes samlede tykkelse er 27,30 cm., altså hvert af de tre prismer 9,10 cm. i højde; den i prismegrundfladen indskrevne cirkels radius 3,79 cm.; den omskrevne radius 4,37 cm.; yderlagenes prismestump 8,01 cm.; de midtre lags 7 cm.

3) Ligelig sammentrykning.

Da her alle polyëdrets flader skal stå lige langt fra et punkt inde i samme, så fåes for det midtre lags vedkommende regulære sexkantede prismer magen til dem, man fik, når kuglerne i et lag trykkedes ligeligt sammen i den triangulære orden. Den hele forskjel består i, at prismet ligger

horizontalt istedetfor at stå vertikalt; forresten er alle værdier de samme.

Den indskrevne cirkels radius er $r_k \sqrt[3]{\frac{\pi}{3\sqrt{3}}}$, og altså er det tagformede endestykkes indhold udtrykt med prismegrund-

$$\begin{aligned} \text{fladens mindre radius lig } \frac{2r_k^3 \sqrt[3]{\frac{\pi}{3}}}{3} &= \frac{2\left(r_k \sqrt[3]{\frac{\pi}{3\sqrt{3}}}\right)^3 \sqrt[3]{\frac{\pi}{3}}}{3} = \\ &= \frac{2r_k^3 \frac{\pi}{3\sqrt{3}} \sqrt[3]{\frac{\pi}{3}}}{3} = \frac{2\pi r_k^3}{9}. \end{aligned}$$

Yderlagenes prismestykker får af denne grund et indhold ligt:

$$\frac{4\pi r_k^3}{3} + \frac{2\pi r_k^3}{9} = \frac{12\pi r_k^3}{9} + \frac{2\pi r_k^3}{9} = \frac{10\pi r_k^3}{9}.$$

$$\begin{aligned} \text{Grundfladen i det firkantede prisme er } \left(2r_k \sqrt[3]{\frac{\pi}{3\sqrt{3}}}\right)^2 &= \\ = 4r_k^2 \sqrt[3]{\frac{\pi^2}{27}}; \text{ høiden er altså: } \frac{10\pi r_k^3}{9} : 4r_k^2 \sqrt[3]{\frac{\pi^2}{27}} &= \frac{10\pi r_k^3}{36r_k^2 \sqrt[3]{\frac{\pi^2}{27}}} = \\ = \frac{5\pi r_k^3}{18r_k^2 \sqrt[3]{\frac{\pi^2}{27}}} = \frac{5\pi r_k}{18 \sqrt[3]{\frac{\pi^2}{27}}} = \frac{5r_k}{18} \cdot \frac{\pi}{\sqrt[3]{\frac{\pi^2}{27}}} &= \frac{5r_k}{18} \cdot \frac{\sqrt[3]{\pi^3}}{\sqrt[3]{\frac{\pi^2}{27}}} = \\ = \frac{5r_k \sqrt[3]{27\pi^3}}{18 \sqrt[3]{\frac{\pi^2}{27}}} = \frac{5r_k \sqrt[3]{27\pi}}{18 \sqrt[3]{\frac{\pi^2}{27}}} = 5r_k \sqrt[3]{\frac{27\pi}{18^3}} &= 5r_k \sqrt[3]{\frac{\pi}{6^3}}. \end{aligned}$$

Eksempel: Kuglernes radius 5 cm.; høiden af yderlagenes prismestump er 6,10 cm. (enfr. p. 331).

γ. Den firkantede pyramideorden.

Det øverste og nederste lags kugler har samme relationer, som om kuglerne kun lå i to lag i samme orden, mens

det midterste lags kugler berører 12 kugler, 4 i ækvatorregionen tilhørende samme lag, 4 ved hver pol tilhørende nabolagene.

Når der sker en sammentrykning, får kuglerne i yderlagene samme former, som om kuglerne kun havde ligget i to lag, men det midterste lags kugler blir til polyëdrer, som begrænses af 12 flader, til firkantede prismer, der tilspidses af firkantede rhombedodekaëderhjørner.

Ved beregningen vil der blive fulgt samme fremgangsmåde som i forrige afsnit, idet der først udregnes et prisme dannet af tre kugleindhold; dette deles derpå i tre lige høje prismer og tilspidses resp. i en og begge ender efter behov.

1) Vertikalsammentrykning.

Der dannes ved sammentrykningen rette regulære firkantede prismer, hvis side er $2r_k$, og ved udregningen fåes, når høiden kaldes h :

$$4r_k^2 \cdot h = 3 \cdot \frac{4\pi r_k^3}{3} = 4\pi r_k^3$$

$$h = \frac{4\pi r_k^3}{4r_k^2} = \pi r_k.$$

Hvert af de tre lige høje prismer, hvori det kan deles, har høiden $\frac{\pi r_k}{3}$.

Yderlagenes prismer tilspidses med et firkantet rhombedodekaëderhjørne i den ene ende, som vender mod midtlaget, og deres værdier er i alle dele, som om der bare var to lag.

Vender vi os til det midterste lag og forsøger i tanken at gjøre os op, hvorledes dets kugler vil komme til at se ud, så ligger det nær at antage, at de vil blive ganske korte prismer tilspidsede i begge ender eller en prismestump med et halvt rhombedodekaëder i hver ende.

Udregnes nu, hvad indholdet af to halve rhombedodekaæder blir, så fåes den lange diagonal i rhomben lig prismets side $2r_k$; den korte diagonal R er $\frac{l}{\sqrt{2}} = \frac{2r_k}{\sqrt{2}}$; et rhombedodekaæders indhold er $2R^3 = 2\left(\frac{2r_k}{\sqrt{2}}\right)^3 = 2\frac{8r_k^3}{2\sqrt{2}} = \frac{16r_k^3}{2\sqrt{2}} = \frac{8r_k^3}{\sqrt{2}}$.

Sammenligner man denne formel med formelen for kuglens indhold $\frac{4\pi r_k^3}{3}$, så skjønnes let, at $\frac{\pi}{3}$ er mindre end $\frac{2}{\sqrt{2}}$

$$\left(\frac{3,14}{3} < \frac{2}{1,41}\right).$$

Foretages en subtraktion mellem rhombedodekaæderindholdet og kugleindholdet, så fåes:

$$\frac{8r_k^3}{\sqrt{2}} - \frac{4\pi r_k^3}{3} = \frac{24r_k^3 + 4\pi r_k^3\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = 4r_k^3 \frac{6 + \pi\sqrt{2}}{3\sqrt{2}}.$$

Da rhombefladernes diagonaler, hvis der skal ske en fuldstændig rumopfyldning, ikke kan forandres, da de afhænger af siden $2r_k$, som er absolut uryggelig, så kan man tænke sig, at der opstår et rhombedodekaæderlignende polyæder ved, at begge halvdelene trykkes mod hinanden, og det mest trykkede sukkessivt fordunster, med andre ord, man kan forestille sig, at der er borttaget en skive af høiden x på begge sider af horizontalsnittet gennem centret i rhombedodekaædret, når dette stilles lodret med den axe, som forbinder to firkantede hjørner.

Denne skive repræsenteres af et ret regulært firkantet prisme, af hvis fire hjørner der er sneiet et stykke, så der tabes fire trekantede pyramider af høiden x ; formelen for skiven er udviklet under rhombedodekaædret og befundet at

være $l^2 \cdot x + 4 \frac{x^3}{3}$, hvor l er rhombens lange diagonal og x skivens høide; indsættes for l værdien $2r_k$, så fåes $4r_k^2 x + 4 \frac{x^3}{3} = 2r_k^3 \frac{6 + \pi\sqrt{2}}{3\sqrt{2}}$, hvoraf x kan udregnes.

Det rhombedodekaæderlignende polyæder er altså berøvet en midtre skive, hvis høide er $2x$; de 8 rhomber, som begrænser dets to firkantede polhjørner, er afskårne i den ækvatoriale ende; længden af snitlinjen er $2x$, og de fire rhomber, hvis længste diagonal ligger i ækvatorialplanet, blir da formindskede med høiden af den udtagne skive.

Ligger fire slige polyædrer sammen i laget, vil de med sine fire afstumpede hjørner begrænse en firkantet flade; i denne flade støder begge yderlagenes tilspidsede prismer sammen med sine hvasse toppe og fladtrykker hinanden gjensidigt, så at også de fire rhomber, som begrænser disse topper, afstumpes; det ser ud, som om en firkantet pyramide med grundfladen $(2x)^2$ og høiden x var fjernet; dens indhold $\frac{4h^3}{3}$ bruges naturligvis til at forlænge prismestumpen med.

Eksempel: Når kuglernes radius er 5 cm. og deres indhold $523,5$ cm.³, så fåes af tre kugler et firkantet prisme, hvis grundflade er 10×10 cm. og høide $15,70$ cm.; hvert af de tre prismer, hvori det kan deles, er $5,23$ cm. høit; dets side er 10 cm.

Rhombernes lange diagonaler 10 cm., deres korte $7,09$ cm.

Udregnes af ovenstående formel skivens tykkelse, når kuglens radius er 5 cm., så fåes værdien x på det nærmeste lig $0,96$ cm. og den hele skives tykkelse lig $2x$, lig $1,92$ cm.

Når x er $0,96$ cm., så blir den pyramide, som yderlagets polyædrer taber i kubikindhold, lig $\frac{(0,96)^3}{3} \cdot 4 = \frac{0,88}{3} \cdot 4 = 1,17$ cm.³, som vil influere så lidet på polyædrets høide, når kug-

lens radius kun er 5 cm., at det ved konstruktionen aldeles kan lades ude af betragtning.

2) Horizontalsammentrykning.

Alle tre kuglelag har tilsammen en højde af $2r_k + 2r_k\sqrt{2}$, da forhen er vist, at linjen cd (fig. 21) er lig $r_k\sqrt{2}$; der dannes altså et prisme med denne højde af tre kuglers indhold og ubekjendt side x :

$$x^2 \cdot 2r_k(1 + \sqrt{2}) = \frac{3 \cdot 4\pi r_k^3}{3} = 4\pi r_k^3$$

$$x^2 = \frac{4\pi r_k^3}{2r_k(1 + \sqrt{2})} = \frac{2\pi r_k^2}{1 + \sqrt{2}}$$

$$x = \sqrt{\frac{2\pi r_k^2}{1 + \sqrt{2}}} = r_k \sqrt{\frac{2\pi}{1 + \sqrt{2}}}$$

Hvert af de tre prismers højde er $2r_k \frac{1 + \sqrt{2}}{3}$; rhombens lange diagonal er lig sidens længde $r_k \sqrt{\frac{2\pi}{1 + \sqrt{2}}}$ og den korte $r_k \sqrt{\frac{2\pi}{2(1 + \sqrt{2})}} = r_k \sqrt{\frac{\pi}{1 + \sqrt{2}}}$.

Eksempel: Af 3 kugler med 5 cm. radius fåes et prisme med 24,14 cm. højde og 8,06 cm. side; høiden af hvert af de tre prizmer, hvori det må deles, er 8,05 cm.; rhombens lange diagonal er 8,06 cm., dens korte 5,71 cm.; prismestumpens højde er i yderlagene $(h + \frac{R}{2})$ 5,19 cm., det midtre polyëders prismestump $(h + R)$ 2,83 cm.

3) Ligelig sammentrykning.

I dette fald forudsættes det, at det midtre lags kugler trykkes ligeligt af alle de omgivende kugler; når trykket har fuldendt sin virksomhed, er der opstået et polyëder, som til alle sider begrænses af 12 planer, som står ligelangt fra et

punkt indeni polyëdret; disse planer er rhomber, og legemet er et rhombedodekaëder, der vender et firkantet hjørne opad og et andet nedad.

Et rhombedodekaëders indhold er som forhen vist $2R^3$, og R kan findes, når man kjender en af dets øvrige værdier.

Skal det være ligeså stort som indholdet af en kugle, så fåes R udtrykt med kuglens radius r_k :

$$\begin{aligned} 2R^3 &= \frac{4\pi r_k^3}{3} \\ R^3 &= \frac{2\pi r_k^3}{3} \\ R &= \sqrt[3]{\frac{2\pi r_k^3}{3}} = r_k \sqrt[3]{\frac{2\pi}{3}}. \end{aligned}$$

Når R kjendes, kan alle de andre værdier i rhombedodekaëdret med lethed findes; således er den lange diagonal $= R\sqrt{2}$, og indsættes her værdien for R , så fåes:

$$r_k \sqrt[3]{\frac{2\pi}{3}} \cdot \sqrt{2} = r_k \sqrt[3]{\frac{4\pi\sqrt{2}}{3}}.$$

Yderlagenes nisiside polyëdrer bestemmes af det midtre lags værdier og er firkantede prismer med siden $r_k \sqrt[3]{\frac{4\pi\sqrt{2}}{3}}$, hvorpå der er sat et halvt rhombedodekaëder; prismets høide findes da på følgende måde af det halve kubikindhold:

$$\begin{aligned} h \cdot \left(r_k \sqrt[3]{\frac{4\pi\sqrt{2}}{3}} \right)^2 &= h \cdot r_k^2 \sqrt[3]{\frac{32\pi^2}{9}} = \frac{2\pi r_k^3}{3} = r_k^3 \sqrt[3]{\frac{8\pi^3}{27}} \\ h &= \frac{r_k^3 \sqrt[3]{\frac{8\pi^3}{27}}}{r_k^2 \sqrt[3]{\frac{32\pi^2}{9}}} = r_k \sqrt[3]{\frac{8\pi^3}{27} \cdot \frac{32\pi^2}{9}} = r_k \sqrt[3]{\frac{8\pi^3 \cdot 9}{27 \cdot 32\pi^2}} = r_k \sqrt[3]{\frac{72 \cdot \pi^3}{27 \cdot 32\pi^2}} \\ h &= r_k \sqrt[3]{\frac{\pi}{12}}. \end{aligned}$$

Exempel: Et rhombedodekaæder, hvor R er 6,39 cm. og $l = 9$ cm., har samme indhold som en kugle med 5 cm. radius; den firkantede prismestump i yderlagene er 3,19 cm.

δ. Den triangulær-kvadratiske orden.

Ved sammentrykning dannes der rette regulære sexkantede prismer, som om kuglerne lå i et eller to lag, og de får aldeles de samme værdier som disse.

ε. Den triangulær-triangulære orden.

Yderlagenes kugler ligger oprindelig i berørelse med 6 kugler i samme lag, som ligger om dens ækvator, og 2 kugler ved den ene pol og et plan ved den anden pol; men efter endt sammentrykning ligger den første pol i berørelse med 4 kugler.

Kuglerne i det midtre lag berøres også ved ækvator af 6 kugler og ved sine to poler oprindelig af 2 kugler og tilslut af 4, der tilhører resp. det ovenfor liggende og nedenfor liggende lag.

Der dannes ved sammentrykningen sexkantede prismer, som for yderlagenes vedkommende er tilskjærpede i den ene ende og for midtlagets i begge ender med et tagformet stykke magen til tessarakaidekaædrets endestykke (p. 313).

Ved beregningen benytter vi den methode først at finde længden af prismerne og senere forsyne dem sine tilskjærpede ender.

1) Vertikalsammentrykning.

Når kuglerne ligger i den triangulære orden i horisontalaget, blir som bekendt ved sammentrykning ovenfra kuglerne regulære sexkantede prismer, hvis mindre radius er kuglens radius, og hvis side udtrykt ved hjælp af denne er $\frac{2}{3}r_k\sqrt{3}$.

Indholdet af prismets grundflade er $2r_k^2\sqrt{3}$, og høiden af et prisme lavet af tre kugler blir da:

$$h \cdot 2r_k^2\sqrt{3} = \frac{3 \cdot 4\pi r_k^3}{3} = 4\pi r_k^3$$

$$h = \frac{4\pi r_k^3}{2r_k^2\sqrt{3}} = r_k \frac{2\pi}{\sqrt{3}}.$$

Dette prisme kan deles i tre lige høie prismer, som hver blir $r_k \frac{2\pi}{3\sqrt{3}}$.

Endestykkets indhold $\frac{3R^3\sqrt{3}}{8}$ (p. 313) blir, når $R = \frac{2}{3}r_k\sqrt{3}$ indsættes, lig r_k^3 , som forhen vist under afsnittet to lag (p. 342), og prismets rest i indhold lig $r_k^3 \frac{4\pi + 3}{3}$ og dets høide $r_k \frac{4\pi + 3}{6\sqrt{3}}$.

Det midtre lags prismer er tilskjærpet i begge ender, og indholdet af det sexkantede prismestykke, når begge endestykker trækkes fra, er $\frac{4\pi r_k^3}{3} + 2r_k^3 = \frac{4\pi r_k^3}{3} + \frac{6r_k^3}{3} = 2r_k^3 \frac{2\pi + 3}{3}$; da grundfladens indhold udtrykt med den mindre radius er $2r_k^2\sqrt{3}$, så blir høiden $\frac{2r_k^3(2\pi + 3)}{6r_k^2\sqrt{3}} = r_k \frac{2\pi + 3}{3\sqrt{3}}$.

Exempel: Værdierne er som, når kuglerne lå i to lag; endestykkernes indhold hver 125 cm^3 ; høiden af det midtre lags prismestump er $3,16 \text{ cm}$.

2) Horizontalsammentrykning.

Tykkelsen af alle tre lag tilsammen er som forhen (p. 352) vist $2r_k(1 + \sqrt{3})$; et ret regulært sexkantet prisme af denne høide med tre kuglers indhold $4\pi r_k^3$ har en høide, som udtrykt med R findes at være:

$$\frac{3}{2} R^2 \sqrt{3} \cdot 2r_k(1 + \sqrt{3}) = 4\pi r_k^3$$

$$R^2 = \frac{2 \cdot 4\pi r_k^3}{3 \cdot 2r_k(1 + \sqrt{3})\sqrt{3}} = \frac{8\pi r_k^3}{6r_k(\sqrt{3} + 3)} = \frac{4\pi r_k^2}{3(3 + \sqrt{3})}$$

$$R = \sqrt{\frac{4\pi r_k^2}{3(3 + \sqrt{3})}} = 2r_k \sqrt{\frac{\pi}{3(3 + \sqrt{3})}}$$

Endestykkets indhold udtrykt med den store radius er $\frac{3R^3\sqrt{3}}{8}$, og når $R = 2r_k \sqrt{\frac{\pi}{3(3 + \sqrt{3})}}$ indsættes, så fås:

$$3 \left(2r_k \sqrt{\frac{\pi}{3(3 + \sqrt{3})}} \right)^3 \cdot \sqrt{3} : 8 = 3 \cdot 8r_k^3 \sqrt{\frac{\pi^3}{3^3(3 + \sqrt{3})^3}} \cdot \sqrt{3} : 8 =$$

$$= 3r_k^3 \sqrt{\frac{3\pi^3}{3^3(3 + \sqrt{3})^3}} = r_k^3 \sqrt{\frac{3^3\pi^3}{3^3(3 + \sqrt{3})^3}} = r_k^3 \sqrt{\frac{\pi^3}{(3 + \sqrt{3})^3}}$$

Prismestumpen er lig forskjellen mellem kuglens og endestykkets indhold, og når man kjenner R og endestykkets indhold, kan alt det andet beregnes.

Eksempel: Tykkelsen af de tre kuglelag er 27,30 cm.; hvert prisme får høiden 9,10 cm.; prismegrundfladens side 4,70 cm.; endestykket 67,5 cm.³; altså yderlagenes prismestykkers længde 7,93 cm.; de i midtlaget dannede polyëdrer har et prismestykke af 6,76 cm. længde; prismets grundflade 57,5 cm².

3) Ligelig sammentrykning.

De store flader, som begrænser det midtre lags polyëdrer, og som er frembragte ved tryk af de kugler, den trykkede kugle oprindelig lå i berørelse med, må også her stå lige langt fra et punkt inde i polyëdret.

Disse fordringer tilfredsstilles af tessarakaidekaëdret, som er beskrevet under grundformerne; kjenner man i dette størrelsen R , så kan alt andet konstrueres og beregnes; denne findes ved at sammenligne polyëdrets indhold (p. 313) udtrykt med R med kugleindholdet.

$$\frac{9R^3\sqrt{3}}{4} = \frac{4\pi r_k^3}{3}$$

$$\frac{27R^3\sqrt{3}}{4} = \frac{16\pi r_k^3}{3}$$

$$R^3 = \frac{16\pi r_k^3}{27\sqrt{3}}$$

$$R = \sqrt[3]{\frac{16\pi r_k^3}{27\sqrt{3}}} = 2r_k \sqrt[3]{\frac{2\pi}{27\sqrt{3}}}$$

Eksempel: Dannes et ret regulært polyæder af en kugle med 5 cm. radius så fåes $R = 5,16$ cm.

2. Den tetraëdriske orden.

Yderlagenes kugler ligger i berørelse med 9 kugler, 6 i det samme lag og 3 i nabolaget og 1 plan; midtlagets kugler berøres af 12 kugler, 6 i samme lag omkring ækvator og 3 i nabolagene ved hver pol.

Ved sammentrykningen opstår sexkantede prismer, tilspidsede i en eller begge ender med et trekantet rhombedodekaëderhjørne.

Under beregningen anvendes den metode først at beregne hele prismets længde af tre kugler, dele dette og spidse hvert af de nye prismer til.

1) Vertikalsammentrykning.

Siden i prismegrundfladen er $\frac{2}{3}r_k\sqrt{3}$, dens indhold er $2r_k^2\sqrt{3}$; et prismes højde lavet af tre kugler blir da:

$$h \cdot 2r_k^2\sqrt{3} = \frac{3 \cdot 4 \cdot \pi r_k^3}{3} = 4\pi r_k^3$$

$$h = \frac{4\pi r_k^3}{2r_k^2\sqrt{3}} = \frac{2\pi r_k}{\sqrt{3}} = 2r_k \frac{\pi}{\sqrt{3}}$$

Når det deles i tre ligestore prismer, blir høiden af ethvert af dem $2r_k \frac{\pi}{3\sqrt{3}}$; rhombens lange diagonal blir $2r_k$ og den korte $\frac{2r_k}{\sqrt{2}}$.

Tilspidses disse prismer i den ene ende, blir prismestumpens høide lig prismernes oprindelige høide minus den korte diagonal multipliceret med $\sqrt{\frac{1}{12}}$, og tilspidses de i begge ender, blir deres høide reduceret med det dobbelte.

$$R\sqrt{\frac{1}{12}} = \frac{2r_k}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{1}{12}} = \frac{2r_k}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{12}} = \frac{2r_k}{\sqrt{2 \cdot 12}} = \frac{2r_k}{\sqrt{24}} = \frac{r_k}{\sqrt{6}}.$$

Prismestumpen i yderlagene blir i høide:

$$\begin{aligned} \frac{2r_k\pi}{3 \cdot \sqrt{3}} + \frac{r_k}{\sqrt{6}} &= \frac{2r_k\pi}{\sqrt{27}} + \frac{r_k}{\sqrt{6}} = \frac{2r_k\pi}{\sqrt{27}} + \frac{r_k\sqrt{\frac{9}{2}}}{\sqrt{27}} = \\ &= \frac{r_k(2\pi + \sqrt{\frac{9}{2}})}{\sqrt{27}} = r_k \frac{2\pi + 3\sqrt{\frac{1}{2}}}{\sqrt{27}}. \end{aligned}$$

Midtlagets prismestump findes, når $\frac{2r_k}{\sqrt{6}}$ trækkes fra, lig:

$$r_k \frac{2\pi + \sqrt{18}}{\sqrt{27}}.$$

Exempel: Høiden af det sexsidede prisme, som dannes af 3 kugleindhold er 18,15 cm., når siden er 5,77 cm.; hvert af de 3 prismer, hvori det deles, er 6,05 cm. høit; rhombens lange diagonal er 10 cm. og dens korte 7,09 cm.; $R\sqrt{\frac{1}{12}}$ eller forminskelsen efter tilspidsningen i høide er 1,74 cm.

2) Horizontalsammentrykning.

De tre lags samlede tykkelse er $2r_k + 4r_k \sqrt{\frac{2}{3}} = 2r_k(1 + 2\sqrt{\frac{2}{3}})$, da linjen df og fc (fig. 23) hver for sig er lig $2r_k \sqrt{\frac{2}{3}}$, som

forhen (p. 345) vist. Når prismets grundflade udtrykkes med r , så får man:

$$\begin{aligned} 2r^2\sqrt{3} \cdot 2r_k(1 + 2\sqrt{\frac{2}{3}}) &= \frac{3 \cdot 4\pi r_k^3}{3} = 4\pi r_k^3 \\ 2r^2\sqrt{3} &= \frac{4\pi r_k^3}{2r_k(1 + 2\sqrt{\frac{2}{3}})} = \frac{2\pi r_k^2}{1 + 2\sqrt{\frac{2}{3}}} \\ r^2 &= \frac{2\pi r_k^2}{(1 + 2\sqrt{\frac{2}{3}})2\sqrt{3}} = \frac{2\pi r_k^2}{2\sqrt{3} + 4\sqrt{2}} \\ r &= \sqrt{\frac{2\pi r_k^2}{2(\sqrt{3} + 2\sqrt{2})}} = r_k \sqrt{\frac{\pi}{\sqrt{3} + 2\sqrt{2}}} \end{aligned}$$

Den større radius eller siden er udtrykt med den mindre radius lig $\frac{2}{3}r\sqrt{3}$, altså:

$$\begin{aligned} R &= \frac{2}{3}r_k \sqrt{\frac{\pi}{\sqrt{3} + 2\sqrt{2}}} \sqrt{3} = 2r_k \sqrt{\frac{3\pi}{9(\sqrt{3} + 2\sqrt{2})}} = \\ &= 2r_k \sqrt{\frac{\pi}{3(\sqrt{3} + 2\sqrt{2})}} \end{aligned}$$

Høiden af hvert enkelt af de tre prizmer, hvori det oprindelige prisme kan deles, er $\frac{2}{3}r_k(1 + 2\sqrt{\frac{2}{3}})$. Rhombens længste diagonal er $2r = 2r_k \sqrt{\frac{\pi}{\sqrt{3} + 2\sqrt{2}}}$; rhombens korte diagonal er $\frac{l}{\sqrt{2}} = 2r_k \sqrt{\frac{\pi}{\sqrt{3} + 2\sqrt{2}}} : \sqrt{2} = 2r_k \sqrt{\frac{\pi}{2(\sqrt{3} + 2\sqrt{2})}}$

Eksempel: Det af tre kugler dannede prisme har i højde 26,30 cm., og en side på 4,71 cm.; de tre prizmer har hver højden 8,77 cm., som repræsenterer den længste sidekant i det i den ene ende tilspidsede prisme; den mindste sidekant er $R\sqrt{\frac{1}{2}}$ d. e. 1,65 cm. kortere; den lange diagonal i rhomben er 8,09 cm., den korte 5,74 cm. Alt under forudsætning af at kuglens radius er 5 cm. Midtlagets prismestumper vil da blive $8,77 + 3,30 = 5,40$ cm.

3) Ligelig sammentrykning.

Kuglerne i det midtre lag blir til rhombedodekaædrer, som står med det ene trekantede hjørne opad og det andet nedad; værdierne er de samme som i den firkantede pyramideorden.

Yderlagene blir til sexkantede prismer, der er tilspidsede med et trekantet rhombedodekaæderhjørne i den ene ende; siden i dette prismes grundflade er lig rhombens højde (P), som udtrykt med rhombedodekaædrets store radius (R) er

$P = \frac{2R}{\sqrt{6}}$; indsættes her værdien for $R = r_k \sqrt[3]{\frac{2\pi}{3}}$, får man:

$$\begin{aligned} \frac{2R}{\sqrt{6}} &= 2r_k \sqrt[3]{\frac{2\pi}{3}} : \sqrt{6} = 2r_k \sqrt[3]{\frac{2\pi}{3}} : \sqrt[3]{6\sqrt{6}} = 2r_k \sqrt[3]{\frac{2\pi}{18\sqrt{6}}} = \\ &= 2r_k \sqrt[3]{\frac{\pi}{9\sqrt{6}}}. \end{aligned}$$

Prismets højde, før spidsen dannes, er lig summen af rhombedodekaæderrhombernes side $\frac{R\sqrt{3}}{2}$ og høiden af den pyramide, der snubbes af hjørnet, $\frac{R}{\sqrt{12}}$:

$$\begin{aligned} \frac{R\sqrt{3}}{2} + \frac{R}{\sqrt{12}} &= \frac{R\sqrt{3}}{2} + \frac{R}{2\sqrt{3}} = \frac{3R}{2\sqrt{3}} + \\ &+ \frac{R}{2\sqrt{3}} = \frac{4R}{2\sqrt{3}} = \frac{2R}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$

indsættes værdien for $R = r_k \sqrt[3]{\frac{2\pi}{3}}$, har man:

$$\frac{2R}{\sqrt{3}} = 2r_k \sqrt[3]{\frac{2\pi}{3}} : \sqrt{3} = 2r_k \sqrt[3]{\frac{2\pi}{3}} : \sqrt[3]{3\sqrt{3}} = 2r_k \sqrt[3]{\frac{2\pi}{9\sqrt{3}}}.$$

Prismets længste side, når det er tilspidset, er $2r_k \sqrt[3]{\frac{2\pi}{9\sqrt{3}}}$,

og dets korte side er lig rhombens side.

Eksempel: Rhombedodekaædrets værdier er som i den firkantede pyramideorden; siden i grundfladen for yderlagenes prismer lig rhombens højde 5,24 cm.; grundfladens kvadratindhold 71,22 cm.³; prismestumpens højde er 3,67 cm. og det trekantede hjørnes afstand fra rhombedodekaædrets centrum

er 5,50 cm., og $\frac{R}{\sqrt{12}} = 1,85$ cm.

IV. Kugler i uendelig mange lag.

Kuglerne ligger i de samme sex slags ordener, som om de lå i to eller tre lag, og det er ingen grund til at vente, at der ved sammentrykningen vil dannes andre former end de, der opstod i det midtre lag, når kuglerne lå i tre lag, aldenstund alle forhold ellers forudsættes at være de samme.

Under den kvadratiske orden i horizontallagene fåes overalt rette regulære firkantede prismer, som er længere eller kortere og

α. i den *kvadratisk-kvadratiske* orden begrænses i begge ender af to parallelle planer

β. i den *kvadratisk-triangulære* orden er tilskjærpede i begge ender tagformet og

γ. i den *firkantede pyramideorden* tilspidses i hver ende med et ret afkortet firkantet rhombedodekaæderhjørne.

Er ordningen i horizontallagene triangulær, fåes rette regulære sexkantede prismer af vekslede længde, hvis ender begrænses:

δ. i den *triangulær-kvadratiske* orden af parallelle planer

ε. i den *triangulær-triangulære* orden af endestykker lig tessarakaidekaædrets og

2. i den *tetraëdriske orden* af trekantede rhombedodekaëderhjørner.

Ved betragtning af de polyëdrer, hvis tilbliven vi i det foregående har været vidne til, falder det naturligt at inddele deres overflade i zoner; ti de kan alle opfattes som firkantede eller sexkantede prismer, der i hver ende har en afslutning, som enten er plan eller hvæstet til på en eller anden måde. Zonerne blir følgelig tre; den, som danner prismets midte, vil vi kalde ækvatorialzonen og dem, der tilhører enderne, polarzonerne. Ækvatorialzonens form afhænger af den horizontale orden i det lag, hvori polyëdret ligger, og da denne enten er kvadratisk eller triangulær, vil ækvatorialzonen blive enten firkantet eller sexkantet prismatisk; polarzonerne derimod betinges m. h. t. sin form af det forhold, hvori det ovenfor og nedenfor liggende lag står til polyëdrets eget lag d. v. s. til ordenen i vertikalretningen, og da denne er tre slags, vil der også blive tre forskjelligt formede polarzoner for hver af de to ækvatorialzoner.

Når vi går ud fra, at ordenen i det ovenfor og nedenfor liggende lag i vertikalretningen er den samme, og at polyëdrerne er opståede ved en ligelig sammentrykning i alle retninger, får vi følgende former.

Den *rette regulære firkantede prismatiske ækvatorialzone* gir ved forening med de forskjellige slags polarzoner:

1. *tærningen* med plane polarzoner
2. *det rette regulære sexkantede prisme*, som ligger med en kant horizontalt og har tagformet tilskjærpede polarzoner, og endelig
3. *rhombedodekaëdret*, hvis polarzoner danner af firkantede hjørner, der begrænses af rhomber.

Af den *rette regulære sexkantede prismatiske ækvatorialzone* fås sammen med de tre polarzoner:

4. *det vertikalstillede sexkantede prisme*, hvor polarzonerne er plane;

5. *tessarakaidekaëdret*, hvis ender tilskjærpes af et tagformet stykke med snubbede hjørner, og

6. *rhombedodekaëdret* med trekantede polarzoner begrænsede af tre rhomber.

Men det er ikke noget iveien for, at det ovenfor og nedenfor liggende lag i vertikalretningen kan være ordnet forskjelligt i forhold til polyëdrets lag, og derved fremkommer mange nye former, der kan opfattes som en kombination af to og to af de foregående inden samme gruppe eller klarere udtrykt som prizmer, hvis to polarzoner ikke er lige, men forskellige. Af disse kombinationsformer, som man kunde kalde dem, har tre firkantet prismatisk ækvatorialzone og andre tre sexkantet prismatisk ækvatorialzone. *De første slags polyëdrer* afsluttes:

7. i den ene ende med en plan og i den anden med en tagformet polarzone,

8. med en plan resp. firkantet tilspidset polarzone, som dannes af fire rhomber (d. e. et firkantet rhombedodekaëderhjørne), og

9. tagformet i den ene og med et firkantet rhombedodekaëderhjørne i den anden ende.

Den *sexkantet prismatiske ækvatorialzone* ender:

10. med et plan og en tagformet tilskjærping med sneiede hjørner (som tessarakaidekaëdret),

11. med et plan og et tilspidset hjørne, der dannes af tre rhomber (et trekantet rhombedodekaëderhjørne), og

12. med et trekantet rhombedodekaëderhjørne i den ene ende og tagformet med afsneiede hjørner i den anden.

Hertil må endnu føies tre, som kan tænkes fremkomne ved, at man deler det liggende sexkantede prisme, tessara-

kaidekaëdret og rhombedodekaëdret (med trekantede polarzoner) i ækvatorialzonens midte ved hjælp af et horizontalsnit og dreier den ene del om polyëdrets axe, indtil sidekanten i det bevægede stykke danner en ret linje med nabosidekanten i det stillestående stykke d. e. resp. 90° og 60° . Disse — *vredne former* kan man kalde dem — er:

13. *det vredne seakantede prisme*, som ligger horizontalt på en kant, har opad og nedad en tagformet afslutning, hvis rygge danner en ret vinkel med hinanden, idet det ene stykke er dreiet 90° i forhold til det andet; det fåes ved at ordne kuglerne i det ovenfor liggende lag triangulært i sagittalretningen, dersom laget nedenfor polyëdrets lag er ordnet triangulært i frontalretningen.

14. *det vredne tessarakaidekaëder*, hvis afsluttende tag rygge danner en vinkel på 60° med hinanden, kommer istand, når kuglerne i det ene lag ligger triangulært ordnede i frontalretning, men i det andet lag triangulært i en retning, som danner en vinkel på 60° med den første.

15. *det vredne rhombedodekaëders* to halvdele er dreiede således om dets axe, at den ene polarzones kanter ligger i samme lodrette plan som den anden polarzones; kuglerne er ordnede tetraëdrisk sådan, at både det ovenfor og det nedenfor liggende lags kugler ligger i hver sin ende af samme trekantede mellemrum.

På denne vis voxer formernes antal til 15, og de tænkes alle at være såkaldt kuboide d. e. have samme udstrækning i alle tre dimensioner, hvilket atter vil sige det samme, som at de er fremkomne ved et ligeligt tryk i alle retninger. Men vi har seet, at en form kryber sammen, når trykket blot virker vertikalt, og at den strækker sig ved udelukkende horizontaltryk; i første fald kan formen tænkes fremkommen ved, at en skive om ækvator udtages af den kuboide form, og i sidste fald ved, at en skive indskydes sammesteds. Fore-

tages dette med alle de ovenfor beskrevne 15 former, fåes 30 nye, 15 med kortere og 15 med længere axe.

Under alt dette har vi forudsat, at ordenen i horizontalretningen er den samme gennem hele laget; men denne kan jo forandres derhen, at man i samme lag har afvejlende kvadratisk og triangulær orden i horizontalretningen; ækvatorialzonen blir da femkantet prismatisk, og man får en ny række med former. Lader man endelig kuglerne variere i størrelse og konsistens og trykket af de berørende kugler i styrke, forøges formernes mangfoldighed end ydermere. At forfølge dette videre i det enkelte ligger udenfor dette arbejdes plan; men det er høist sandsynligt, at ligesom den femkantede ækvatorialzone kan forklares ved kombination af en firkantet og sexkantet, således vil også alle de øvrige former kunne udledes af de ovenbeskrevne 45 former. Disse lader sig som vist formindske til 15 og disse igjen til 6, der ved nærmere betragtning viser sig egentligt kun at være 4, når stillingen ikke tages i betragtning.

Jeg tror på denne måde at have vist muligheden af at udlede så talrige former af de opstillede 4 grundformer, at det er høist sandsynligt, man på denne måde vil kunne føre enhver celleform tilbage til en af disse ideelle former.

IV. Snit gennem kuglen og grundformerne.

Vi har i det foregående seet, hvilke stereometriske former, der dannes, når kugler trykkes sammen efter bestemte regler; hvis mikroskopet gav os billeder af det tredimensionale, vilde der nu kun stå tilbage at undersøge, hvorledes disse former så ud, når de betragtedes fra forskjellige kanter. Da de sædvanlige mikroskoper ikke tillader binokulært syn, og ved brugen af gjennemfaldende lys istedetfor det påfaldende overfladens relief med lys og skygge bortfalder, så

vil dette altså ikke sige andet end, at vi må søge at udfinde, hvilke projektioner legemerne gir; jeg siger med hensigt projektioner, ti af *en* projektion kan man ikke med sikkerhed slutte sig til et legemes udseende og størrelse; dertil trænges ifølge projektlæren alt efter deres mere eller mindre regelmæssige overflade mindst to eller tre på planer, der står lodret på hverandre. Alt under den forudsætning naturligvis, at man ikke vil lade sig nøie med en løs forestilling om legemet, men ønsker et så klart og pålideligt begreb om det, at man kunde modellere det rigtigt både med hensyn til form og størrelse.

Men mikroskopet viser os kun todimensionale former enten som optiske snit gennem legemerne eller som virkelige snitflader af samme, og af dem må de enkelte legemer bygges op i tanken, både elementardelene og de af dem dannede mere komplicerede væv, organer og organismer.

For med held at foretage en slig opbygning tiltrænges der ikke alene forkundskab i almindelig tegning, hvilket har fundet et udtryk i ordene: »Lær først at tegne, hvis du vil lære at se med mikroskopet«, men meget mere i projektlæring og det specielt i den del af samme, som beskæftiger sig med planers og legemers skjæring med hverandre.

Det er derfor ikke alene interessant, men også i høieste grad nødvendigt, nærmere at studere, hvorledes snit gennem legemer og i vort særlige tilfælde gennem de opstillede grundformer kommer til at se ud, når de lægges efter visse regler, idet vi ved snit i det følgende altid forstår *plane snit* d. v. s. de snit, som fremkommer, når et legeme gennemskjæres af et plan. Undersøgelsen deler sig naturligt i to deler:

- a. Snit gennem kuglen og de enkelte grundformer.
- b. Snit gennem regelmæssig ordnede hobe af kugler og grundformer.

a. Snit gennem kuglen og de enkelte grundformer.

1. Snit gennem kuglen.

Alle snit gennem kuglen er cirkelformede, og deres radius voxer fra nul, til den blir lig kuglens radius, for derpå igjen at aftage til nul. Vil man sammenligne snitfladerne med grundformernes snitflader udtrykt i tal, kan dette ske ved at sætte kugleradien lig 5 cm.

2. Snit gennem tærningen.

Tærningen er egentlig et ret regulært firkantet prisme. Til grund for de specielle udregninger, som i det følgende skal gjøres, vælges en tærning, hvis indhold er lig indholdet af en kugle med 5 cm. radius, og som følgelig har en kant på 8,06 cm. Den kan opskives parallelt med sine flader, og sine kanter og lodret på en linje, som forbinder to hjørner, der er hinanden diametralt modstående. Dens grundflades større radius betegnes med R .

a. *Snit parallelt fladerne gir kvadrater*, som alle er lige-store og har en side lig tærningens kant. Stilles tærningen således, at den hviler på en af sine flader og vender en anden mod iagttageren, så blir snittene af tre slags: horizontale, sagittale og frontale. Den samlede tykkelse af hvert slags snit er lig tærningens kant, lig $R\sqrt{2}$; ti under rhombedodekaëdret (p. 316) er vist, at siden i et kvadrat udtrykt med den større radius er $R\sqrt{2}$ og her i dette tilfælde 8,06 cm. (p. 329). Lægges alle tre slags snit på hverandre, så får vi en stabel kvadrater på $3R\sqrt{2}$ eller 24,18 cm. høide (fig. 25).

b. *Snit parallelt kanterne*. Gjennem to parallele modstående kanter lægges et plan, som derved deler tærningen i to trekantede prismer; parallelt med en af disse kanter og lodret på planet lægger man snitplanerne; en tærning har sex par parallele kanter, og følgelig kan snittene lægges i ligeså

mange forskjellige retninger; de er alle *rektangler* og skrå snit i forhold til fire af tærningens flader. Det ene par parallelle sider er (fig. 26) lig tærningens kant $R\sqrt{2}$, mens det andet par først voxer fra nul til $2R$ og derpå igjen aftar til nul. Da tærningens side er $R\sqrt{2} = 8,06$ cm., så fåes $R = 5,7$ cm. Afstanden mellem de to parallelle kanter er lig diagonalen i tærningfladen $2R = 11,4$ cm. og tykkelsen af alle sex snit-rækker tilsammen $68,4$ cm.

c. *Snit lodret på en linje mellem to modstående hjørner.*

Stilles tærningen således, at forbindelseslinjen mellem to modstående hjørner står lodret på horizontalplanet, og lægges planet lodret på denne linje, så lader tærningen sig opskive fra det ene hjørne til det andet, og alle de fremkomne snitflader er skrå i forhold til dens flader.

I begyndelsen vil snitfladerne være *ligesidede triangler* (fig. 27), og siderne vil voxe fra nul til $2R$, indtil de nærmeste tre hjørner nåes; derpå blir de *seksantede*, indtil de næste tre hjørner nåes; tre afvexlende sider aftar i længde fra $2R$ til nul, tre andre tiltar i længde fra nul til $2R$; endelig følger der igjen en række snit af *ligesidet triangulær form* med sider, som aftar fra $2R$ til nul.

At finde den samlede tykkelse af alle de trekantede og seksantede snit, altså af den hele snitrække fra hjørne til hjørne, sker på følgende måde. Lægges et plan gjennom de to modstående kanter, som støder til hjørnerne, blir snitfladen rektangulær (fig. 24) og det ene par parallelle sider $R\sqrt{2}$, det andet $2R$; diagonalen i dette rektangel $abcd$ er ac og er den linje, som forbinder to modstående hjørner, og hvorpå snitfladerne står perpendikulære. I det retvinklede triangel abc er:

$$ac^2 = ab^2 + bc^2 = (2R)^2 + (R\sqrt{2})^2 = 4R^2 + 2R^2 = 6R^2$$

$ac = \sqrt{6R^2} = R\sqrt{6}$, som altså er den hele snitrækkes tykkelse, der udtrykt i centimeter er $13,6$ cm.

Ved på ac at nedfælde en perpendicular de og forlænge den, til den skjærer den modsatte side, viser denne snitfladens skjæringslinje med planet $acbd$, når snittene er kommen til de tre nærmeste hjørner; man ser ligetil af tærningen, at punktet e ligger i tærningfladens midte, og at ea er lig R . I det retvinklede triangel ead er:

$$\begin{aligned} ed^2 &= ea^2 + ad^2 = R^2 + (R\sqrt{2})^2 = R^2 + 2R^2 = 3R^2 \\ ed &= \sqrt{3R^2} = R\sqrt{3}. \end{aligned}$$

Når man kjender alle tre sider i det retvinklede triangel ead , kan man ved hjælp af sætningen: »I et retvinklet triangel er hver af katheterne mellemproportionalledet mellem hypotenusen og den af perpendicularen fra den rette vinkels toppunkt på hypotenusen afskårne del af samme, som støder til katheten«, finde længden af linjen df :

$$\begin{aligned} ed : ad &= ad : fd \\ R\sqrt{3} : R\sqrt{2} &= R\sqrt{2} : df \\ df R\sqrt{3} &= (R\sqrt{2})^2 = 2R^2 \\ df &= \frac{2R^2}{R\sqrt{3}} = \frac{2R}{\sqrt{3}}. \end{aligned}$$

Af det retvinklede triangel afd kan længden af linjen af beregnes:

$$\begin{aligned} ad^2 &= af^2 + fd^2 \\ af^2 &= ad^2 + fd^2 = (R\sqrt{2})^2 + \left(\frac{2R}{\sqrt{3}}\right)^2 = 2R^2 + \frac{4R^2}{3} = \frac{6R^2}{3} + \frac{4R^2}{3} = \frac{2R^2}{3} \\ af &= \sqrt{\frac{2R^2}{3}} = R\sqrt{\frac{2}{3}}. \end{aligned}$$

Multipliceres $R\sqrt{\frac{2}{3}}$ med 3, så fåes $3R\sqrt{\frac{2}{3}} = R\sqrt{\frac{18}{3}} = R\sqrt{6}$, hvilket er længden af hele linjen ac , altså er linjen af lig tredieparten af ac ; at af er lig cl , sees umiddelbart af figuren og fremgår af, at bl er lodret på ac ; deraf følger igjen,

at resten lf også er lig $\frac{ac}{3}$. Da ac er lig 13,6 cm., så er $\frac{ac}{3} = 4,5$ cm.

Den første række trekanter danner et lag på $R\sqrt{\frac{2}{3}} = 4,5$ cm. tykkelse og den sidste ligeså; den midtre række af sexkanter har også samme tykkelse; hjørnernes antal er otte, altså snitrækkernes tal fire med en samlet tykkelse af 54,4 cm.

En tærning gir altså kvadratiske, rektangulære, triangulære og sexkantede snitflader.

Den samlede tykkelse af snitrækkerne viser sig af følgende sammenligning:

snit parallelt med fladerne i 3 retninger:

$$3 \times R\sqrt{2} = 3R\sqrt{2} = 24,18 \text{ cm.}$$

snit parallelt med kanterne i 6 retninger:

$$6 \times 2R = 12R = 68,40 \text{ cm.}$$

snit lodret på hjørnerne i 4 retninger:

$$4 \times R\sqrt{6} = 4R\sqrt{6} = 54,40 \text{ cm.}$$

$$146,98 \text{ cm.}$$

Parallelt fladerne er snittene *kvadrater*: 24,2 cm., 16,5 %.

Parallelt kanterne er de *rektangler*: 68,4 cm., 46,6 %.

Lodret på hjørnet $\frac{2}{3}$ *trekanter*: 36,0 cm., 24,6 %.

$\frac{1}{3}$ *sekskanter*: 18,0 cm., 12,3 %.

$$146,6 \text{ cm., } 100,0 \text{ %.}$$

De firkantede snit er, som man ser, de talrigste og optræder med 63,1 % ($\frac{5}{8}$), mens trekanterne er 24,6 % ($\frac{2}{8}$) og sekskanterne kun 12,3 % ($\frac{1}{8}$).

3. Snit gennem det sexkantede prisme.

Den grundform, vi har valgt blandt de rette regulære sexkantede prizmer, har en højde, som er lig det dobbelte af

grundfladens mindre radius, altså $2r$; udtrykt med den større radius R er den $R\sqrt{3}$. Det specielle prisme af dette slags, som vi her vil anvende, når vi gjør beregninger med tal, er det, der har samme indhold som en kugle med 5 cm. radius; dets mindre radius r er da lig 4,₂₁ cm. og dets større R lig 4,₈₇ cm.

Man kan opskive dette prisme på fem forskellige måder: *a.* parallelt med grundfladen, *b.* parallelt en sideflade, *c.* parallelt en sidekant, *d.* parallelt en side i grundfladen, *e.* lodret på et hjørne.

a. Snit parallelt med grundfladen. Disse snit er alle sammen regulære *sekkantede polygoner* (fig. 28), som i størrelse er lig grundfladen; deres samlede tykkelse er prismets højde $R\sqrt{3}$ eller 8,₄₇ cm.

b. Snit parallelt med en sideflade. Snittene er lutter *rektangler* (fig. 31), hvor det ene par sider er lig prismets højde $R\sqrt{3}$, mens det andet par først voxer fra R til $2R$ og derpå aftar igjen til R ; en sådan snitrække har den samme tykkelse som grundfladens mindre diameter $R\sqrt{3}$ eller 8,₄₂ cm. Da seksanten har tre par parallelle sideflader, så fåes også tre rækker med rektangler, hvis samlede tykkelse er $3R\sqrt{3}$ eller 25,₂₆ cm.

c. Snit parallelt med en sidekant. Man lægger et plan gjennem to sidekanter, som står diametralt ligeoverfor hinanden; lodret på dette plan og parallelt med den ene sidekant lægges snittene. De blir også her *rektangler* (fig. 29), hvis ene par sider er $R\sqrt{3}$, og hvis andet par voxer fra nul til $R\sqrt{3}$ og derpå igjen aftar til nul. De tre par parallelle sidekanter gir tre rækker snit; disse har hver en tykkelse af $2R$ og tilsammen $6R$ eller 29,₂₂ cm.

d. Snit parallelt en side i grundfladen. En side i den ene grundflade forenes med en diametralt modstående side i

den anden med et plan; lodret på dette plan og parallelt grundfladens side lægges snit; længden af planet er lig diagonalen i et kvadrat, hvis sider er lig prismets højde eller grundfladens mindre diameter eller $R\sqrt{3}$. $Abcd$ (fig. 32) være kvadratet og ac diagonalen; i det retvinklede triangel abc er da:

$$ac^2 = ab^2 + bc^2 = (R\sqrt{3})^2 + (R\sqrt{3})^2 = 3R^2 + 3R^2 = 6R^2$$

$$ac = \sqrt{6R^2} = R\sqrt{6} \text{ eller } 11,90 \text{ cm.}$$

1) Først danner snitfladerne *trapezer*, hvor den ene parallelle side er R , og den anden voxer fra R til $2R$, mens de andre to sider er ligestore og voxer fra nul til $R\sqrt{\frac{7}{4}}$ (fig. 30).

Længden af disse sider, når de er størst, findes ved at konstruere et rektangel med siderne R og $R\sqrt{3}$, altså en prismesideflade (fig. 33). Denne være gef , hvor ge er R og ef $R\sqrt{3}$. Deles siden ef i to ligestore dele, og forenes delingspunktet k og hjørnet g med en ret linje, så er denne linje lig trapezets side, når denne er længst. I det retvinklede triangel gek er:

$$gk^2 = ge^2 + ek^2 = R^2 + \left(\frac{R\sqrt{3}}{2}\right)^2 = R^2 + \frac{3R^2}{4} = \frac{4R^2}{4} + \frac{3R^2}{4} = \frac{7R^2}{4}$$

$$gk = \sqrt{\frac{7R^2}{4}} = R\sqrt{\frac{7}{4}}.$$

Halveres i kvadratet $acbd$ (fig. 32) siderne ab og ad , og forenes halveringspunkterne med hinanden ved hjælp af en ret linje, så skjærer denne linje linjen ac i det punkt, hvor den sidste af de trapezliggende snitflader kommer til at skjære samme; at stykket am er $\frac{ac}{4} = \frac{R\sqrt{6}}{4}$, sees, når linjerne np og op træk-

kes; *naop* blir da et kvadrat, og diagonalerne i et kvadrat halverer hinanden.

Tykkelsen af trapezsnittene er altså $\frac{R\sqrt{6}}{4}$ eller 2,97 cm.

2) Sænkes snitfladen, opstår *seækkantede snit*, hvis ene side er R , mens den med samme parallelle side aftar fra $2R$ til R ; to sider er $R\sqrt{\frac{7}{4}}$, og to andre tiltar fra nul til $R\sqrt{\frac{7}{4}}$ (fig. 30).

Trækkes i kvadratet *adcb* linjen *bd*, så angir denne linje beliggenheden af det sidste snit i rækken, hvis tykkelse altså

er $mp = \frac{ac}{4} = \frac{R\sqrt{6}}{4}$ eller 2,97 cm.

3) De næste snit er *seækkantede* som 2).

4) Endelig fåes *trapezlige* snit som i 1).

Tykkelsen af de to rækker *trapezsnit* er $\frac{R\sqrt{6}}{2}$ eller 5,94 cm., og det samme er de to rækker *seækkantede snit*.

Da der er sex grundfladesider i hver prismeende, så blir der også sex snitrækker; af disse er *trapezterne* tilsammen $3R\sqrt{6}$ eller 35,64 cm. tykke og *seækkantsnittene* ligeså.

e. Snit lodret på et hjørne. Et plan lægges gennem to diametralt modstående sidekanter, så deles prismet i to fir-kantede prismer; snitfladen vil danne et rektangel (fig. 34), hvis sider er $2R$ og $R\sqrt{3}$; den være *aekf*, hvor *ae* er $2R$ og *af* er $R\sqrt{3}$.

Trækkes linjen *ef*, vil den forbinde to modstående hjørner i sekskanten; ved betragtning af det retvinklede triangel *eaf* fåes dens længde til $R\sqrt{7}$ eller 12,85 cm.

$$ef^2 = ae^2 + af^2 = (2R)^2 + (R\sqrt{3})^2 = 4R^2 + 3R^2 = 7R^2$$

$$ef = \sqrt{7R^2} = R\sqrt{7} \text{ eller } 12,85 \text{ cm.}$$

Inddeles siderne ae og fk i fire dele, fåes foruden hjørnerne a, e, f, k , punkterne b, c, d , og g, h, i . Punktet d svarer til diagonalen mn i grundfladen (fig. 35) og b til op . Nedfælder man fra alle punkter perpendicularer på linjen ef , så inddeles denne i 7 ligestore stykker, som hver må blive $\frac{R\sqrt{7}}{7}$ eller $1,33$ cm. Siden ek og af inddeles i tre ligestore stykker, som altså hver er $\frac{R\sqrt{3}}{3}$.

1) Lægges snittene lodret på linjen ef , vil der til en begyndelse dannes *trekanter* (fig. 37), indtil de når de to nærmeste hjørner; en af siderne voxer fra nul til $R\sqrt{3}$, og to andre sider voxer fra nul til $R\sqrt{\frac{4}{3}}$. Denne sidste værdi findes ved at konstruere et retvinklet triangel (fig. 36), hvis ene cathet er $ee = R$ (fig. 34), og hvis anden er $el = \frac{R\sqrt{3}}{3}$, og i dette finde hypotenusen y :

$$y^2 = R^2 + \left(\frac{R\sqrt{3}}{3}\right)^2 = R^2 + \frac{3R^2}{9} = R^2 + \frac{R^2}{3} = \frac{3R^2}{3} + \frac{R^2}{3} = \frac{4R^2}{3}$$

$$y = \sqrt{\frac{4R^2}{3}} = R\sqrt{\frac{4}{3}}.$$

Når snitfladerne har nået de nærmeste hjørner m og n , vil den i firkanten $aekf$ ligge i d ; altså vil snitrækkens tykkelse være $\frac{R\sqrt{7}}{7}$ eller $1,33$ cm.

2) Derpå dannes *femkanter* (fig. 37), til de to næste hjørner nåes; to sammenstødende sider er $R\sqrt{\frac{4}{3}}$, to sider, som slutter sig til disse, er parallelle og voxer fra nul til $R\sqrt{\frac{7}{3}}$, mens den femte er $R\sqrt{3}$. Værdien $R\sqrt{\frac{7}{3}}$ findes ved at konstruere et retvinklet triangel, hvis ene cathet er R , og hvis anden er $\frac{2R\sqrt{3}}{3}$, og så beregne hypotenusen z :

$$z^2 = R^2 + \left(\frac{2R\sqrt{3}}{3}\right)^2 = R^2 + \frac{12R^2}{9} = R^2 + \frac{4R^2}{3} = \frac{3R^2}{3} + \frac{4R^2}{3} = \frac{7R^2}{3}$$

$$z = \sqrt{\frac{7R^2}{3}} = R\sqrt{\frac{7}{3}}.$$

Det sidste af disse snit falder i firkanten $aekf$ i linjen bkc , og altså blir denne snitrække $\frac{2R\sqrt{7}}{7}$ eller 3,66 cm. tyk.

3) Når snitplanet føres videre, får man *ottekanter* (fig. 37); den ene af to parallelle sider tiltar fra nul til $R\sqrt{3}$, den anden aftar fra $R\sqrt{3}$ til nul; to andre sider, som støder til den første af de nævnte, aftar fra $R\sqrt{\frac{7}{3}}$ til nul; to parallelle sider, som atter slutter sig til disse, er $R\sqrt{\frac{7}{3}}$; til disse støder atter to, som voxer fra nul til $R\sqrt{\frac{7}{3}}$; man får ottekanter, til det næste hjørne nåes; den sidste af dem vilde svare til linjen ai i firkanten $aekf$; altså blir rækkens tykkelse $\frac{R\sqrt{7}}{7}$ eller 1,83 cm.

4) som 2).

5) som 1).

Da der er sex hjørner i hver ende, fåes sex snitrækker af dette slags:

$$\text{trekanter} \quad 6 \times \frac{2R\sqrt{7}}{7} = \frac{12R\sqrt{7}}{7} = 21,96 \text{ cm.}$$

$$\text{femkanter} \quad 6 \times \frac{4R\sqrt{7}}{7} = \frac{24R\sqrt{7}}{7} = 43,92 \text{ cm.}$$

$$\text{ottekanter} \quad 6 \times \frac{R\sqrt{7}}{7} = \frac{6R\sqrt{7}}{7} = 10,98 \text{ cm.}$$

Det sexkantede prisme leverer altså følgende snit:

<i>trekanter:</i>	$\frac{12R\sqrt{7}}{7} = 21,96$ cm. . . .	10,3 %	
<i>trapezer:</i>	$3R\sqrt{6} = 35,64$ cm. . . .	16,9 %	}
<i>rektangler:</i>	$3R\sqrt{3} = 25,26$ cm. . . .	11,9 %	
	$6R = 29,22$ cm. . . .	13,3 %	
<i>femkanter:</i>	$\frac{24R\sqrt{7}}{7} = 43,92$ cm. . . .	10,6 %	
<i>sekskanter:</i>	$R\sqrt{3} = 8,47$ cm. . . .	4,0 %	}
	$3R\sqrt{6} = 35,64$ cm. . . .	16,9 %	
<i>ottekanter:</i>	$\frac{6R\sqrt{7}}{7} = 10,98$ cm. . . .	5,2 %	
	211,09 cm.	99,6 %	

4. Snit gennem tessarakaidekaëdret.

Vi vil opskive tessarakaidekaëdret parallelt med fladerne, der enten er sexkantede, kvadratiske eller rhombiske, eller med kanterne; af disse sidste vil vi kun tage for os kanter, som forener to rhombiske flader.

Det tessarakaidekaæder, som anvendes ved udregning med tal, er det, hvis indhold er lig en kugle med 5 cm. radius, og hvor værdien R er 5,16 cm.

a. Snit parallelt med en kvadratisk flade. Snitfladerne er enten *kvadratiske* eller *ottekantede*.

1) De kvadratiske snitfladers sider voxer fra R til $\frac{3R}{2}$, og deres tykkelse er $\frac{r}{2}$ eller $\frac{R\sqrt{3}}{4}$ eller 2,23 cm. Dette sees med lethed, når man lægger tessarakaidekaëdret på en kvadratisk flade (fig. 38); den anden kvadratiske flade vil da vende lige opad; sænkes snitplanet fra denne successivt, vil snitfladerne blive kvadratiske, til de nærmeste hjørner, som

dannes af to sexkantede flader og den rhombiske flades spidse vinkel, nåes. Da de korte sider, som to og to begrænser den sexkantede flade i hver ende, er ligestore, må hjørnerne ligge midt mellem den kvadratiske flades kant og den kant, der forbinder to rhombiske flader. Lægges et plan gennem denne sidste kant parallelt med den kvadratiske flade, vil den dele afstanden mellem de kvadratiske flader $2r$ i to ligestore dele, som hver blir lig r . Følgelig må den sidste kvadratiske snitflades afstand fra den kvadratiske flade i tessarakaidekaëdret være $\frac{r}{2}$. Fra tessarakaidekaëdret huskes, at den sexkantede flade, før hjørnerne afsnubbedes, var et trapez, hvor den ene parallelle side var R og den anden $2R$, altså $abcd$ (fig. 39); halveres de to ikke parallelle sider i e og f , afsættes dh lig $\frac{R}{2}$ og trækkes gh parallelt med ac , så fåes et parallelogram, hvori

$$ch = ag = ef = 2R + \frac{R}{2} = \frac{4R}{2} + \frac{R}{2} = \frac{3R}{2};$$

men ef er lig den kvadratiske endeflades side, når denne er længst.

2) Snitter man videre, blir snitfladerne *ottekantede*; de fire lange sider aftar fra $\frac{3R}{2}$ til R , og de fire korte tiltar fra nul til rhombens korte diagonal $\frac{R}{\sqrt{2}}$; denne snitrækkes tykkelse er også $\frac{r}{2}$ eller $\frac{R\sqrt{3}}{4}$ eller $2,23$ cm.

3) De følgende snit er som 2).

4) De næste som 1).

Følgelig blir tykkelsen af:

$$\text{firkanter: } \frac{R\sqrt{3}}{2} = 4,46 \text{ cm.}$$

$$\text{ottekanter: } \frac{R\sqrt{3}}{2} = 4,46 \text{ cm.}$$

Da der kun er to kvadratiske flader, blir det også bare denne snitrække.

b. Snit parallelt den sexkantede flade. Disse snit blir alle sexkantede (fig. 41).

1) *Sexkanter* med en side lig R , en dermed parallel, som voxer fra R til $\frac{3R}{2}$, to sider, som voxer fra rhombens side $\frac{R\sqrt{5}}{4}$ til det dobbelte $\frac{R\sqrt{5}}{2}$, og endelig to lig rhombens side $\frac{R\sqrt{5}}{4}$. Tykkelsen af disse snit er lig $\frac{r}{2}$ eller $\frac{R\sqrt{3}}{4}$ eller $2,23$ cm.; alt dette sees ligetil af tessarakaidekaëdret.

2) Snittene vedblir fremdeles at være *sexkanter*, hvor siderne har følgende størrelser; en lig R , den med samme parallelle aftar fra $\frac{3R}{2}$ til R , to er $\frac{R\sqrt{5}}{2}$, og to voxer fra $\frac{R\sqrt{5}}{4}$ til $\frac{R\sqrt{5}}{2}$. Tykkelsen af denne snitrække er også $\frac{R\sqrt{3}}{4}$ eller $2,23$ cm.

3) som 2).

4) som 1).

Alle snittene er, som man ser, *sexkanter*, og deres samlede tykkelse $R\sqrt{3}$ eller $3,92$ cm.

Der er fire par *sexkantede flader* og altså fire sådanne snitrækker, hvis samlede tykkelse er $4R\sqrt{3}$ eller $35,68$ cm.

c. Snit parallelt med en rhombeflade. Man får *rhombiske, sexkantede og ottekantede snit*.

For at kunne bestemme tykkelsen af de enkelte snit-

rækker må man først finde afstanden mellem to rhombiske flader, som ligger diametralt i forhold til hinanden. Til den ende konstruerer man den snitflade, som vilde fremkomme, om man lagde et plan gennem alle fire rhombers korte diagonaler (fig. 40). Denne være $abcdefgh$, hvori $ab = cd = ef = gh = R$. Forlænges alle disse linjer, til de skjærer hinanden to og to, fåes en firkant $iklm$; den forlængelse, hver af linjerne får, er (cnfr. tessarakaidekaëdret) $\frac{R}{2}$; i det retvinklede triangel kim er:

$$km^2 = ki^2 + im^2 = (2R)^2 + (2R)^2 = 4R^2 + 4R^2 = 8R^2$$

$$km = \sqrt{8R^2} = R\sqrt{8} = 2R\sqrt{2}.$$

Nu ved vi, at kn og om er lig den fra tessarakaidekaæderhjørnerne borttagne pyramides højde eller $\frac{R}{\sqrt{8}}$.

Afstanden mellem de to rhomber blir efter dette:

$$2R\sqrt{2} + \frac{2R}{\sqrt{8}} = R\sqrt{8} + \frac{2R}{\sqrt{8}} = \frac{8R}{\sqrt{8}} + \frac{2R}{\sqrt{8}} =$$

$$= \frac{6R}{\sqrt{8}} = \frac{6R}{2\sqrt{2}} = \frac{3R}{\sqrt{2}}.$$

Trækkes linjen il og ad (den sidste mellem de stumpe vinkler i to rhombiske flader, som er parallelle med hinanden), så er afstanden mellem begge lig den halve korte diagonal i rhomben eller $\frac{R}{2\sqrt{2}}$.

Beliggenheden i forhold til km af de første trekantede hjørner, snitfladen når, idet den sænker sig parallelt med en rhombeflade, hvis korte diagonal er bc , finder man ved fra p at afsætte ps lig den halve diagonal i et kvadrat, hvis side er R , eller $\frac{R}{\sqrt{2}}$, og afstanden ns er således $\frac{3R}{2\sqrt{2}} + \frac{R}{\sqrt{2}} = \frac{3R}{2\sqrt{2}} + \frac{2R}{2\sqrt{2}} = \frac{5R}{2\sqrt{2}}$.

1) Får en rhombiske snitflader (fig. 42), hvis sider voxer fra $\frac{R\sqrt{5}}{4}$ til $\frac{R\sqrt{5}}{2}$, og deres tykkelse er $\frac{R}{2\sqrt{2}}$ eller 1,^{so}.

2) Blir snitfladerne *sekskantede* (fig. 42); de fire sider er $\frac{R\sqrt{5}}{2}$, og de to andre voxer fra nul til $\frac{R}{\sqrt{2}}$; deres samlede tykkelse er $\frac{R}{2\sqrt{2}}$ eller 1,^{so}. At de to sider voxer fra nul til $\frac{R}{\sqrt{2}}$, findes ved at betænke, at den halve diagonal i den kvadratiske flade, hvis side er R , er $\frac{R}{\sqrt{2}}$ og halvparten af denne igjen $\frac{R}{2\sqrt{2}}$, og at netop den sidste sekskantede snitflade må skjære diagonalen på midten, da den skal gå gennem den rhombiske flades stumpe hjørne, der ligger $\frac{R}{2\sqrt{2}}$ fra det plan, som går gennem kvadratets anden diagonal og rhombens lange axe. Men en linje gennem midten af et kvadrats halve diagonal parallelt med den anden diagonal halverer de to sider, den træffer.

I det retvinklede triangel abc (fig. 44) har man:

$$ac^2 = ab^2 + bc^2 = \left(\frac{R}{2}\right)^2 + \left(\frac{R}{2}\right)^2 = \frac{R^2}{4} + \frac{R^2}{4} = \frac{R^2}{2}$$

$$ac = \sqrt{\frac{R^2}{2}} = \frac{R}{\sqrt{2}}.$$

3) De næste snit er *ottokanter* (fig. 42); deres tykkelse er $\frac{R}{2\sqrt{2}}$, og deres sider har følgende værdier: to parallelle sider voxer fra $\frac{R}{\sqrt{2}}$ til $R\sqrt{2}$, to andre parallelle fra nul til rhombens lange diagonal eller $\frac{R\sqrt{3}}{2}$, og de fire aftar fra $\frac{R\sqrt{5}}{4}$ til $\frac{R\sqrt{5}}{2}$.

4) som 3).

5) som 2).

6) som 1).

De rhombiske flader er to par, altså også disse ovenfor beskrevne snitrækker to, og da $\frac{R}{2\sqrt{2}}$ er 1,80 cm., så fåes:

$$\text{rhomber} \quad \frac{2R}{\sqrt{2}} = 7,20 \text{ cm.}$$

$$\text{sekskanter} \quad \frac{2R}{\sqrt{2}} = 7,20 \text{ cm.}$$

$$\text{ottekanter} \quad \frac{2R}{\sqrt{2}} = 7,20 \text{ cm.}$$

d. Snit parallelt en kant, som forbinder to rhombeflader.

Man tar tessarakaidekaëdret og stiller det op således, at et plan, som lægges gennem to parallelle kanter, der forbinder to rhombeflader, står lodret på horizontalplanet og sagittalt i forhold til iagttageren. Høiden af dette plan eller afstanden mellem de to parallelle kanter er da $2R$; ti kanterne er sidekanterne i et regulært sexkantet prisme, hvis grundflades omskrevne radius er R . Lodret på dette plan og parallelt med den opadvendte kant lægges et andet plan, som går gennem de to med samme parallelle kanter, der begrænser de to hosliggende sideflader i prismet; dette plan vil da også passere gennem rhombens stumpe hjørne, og dets afstand fra den opadvendte kant er $\frac{R}{2}$. Løftes planet, til det går gennem de to rhombers spidse vinkler, deles rhombernes korte diagonal i to ligestore dele, og da denne forener den opadvendte kant med planet i dets første stilling, må planet i sin nye stilling ligge midt mellem begge eller i afstanden $\frac{R}{4}$ fra dem.

De snit, som ligger parallelt med den opadvendte kant

og lodret på det perpendikulære sagittalt stillede plan, er *rektangulære, ottekantede og seækkantede*.

1) *Rektangler* er snittene (fig. 43), indtil snitfladen under sin sænkning kommer til at ligge gennem to rhombefladers spidse vinkler; deres to parallelle sider voxer sukcessivt fra R til $\frac{3R}{2}$, og de andre to tiltar fra nul til rhombens lange diagonal eller $\frac{R\sqrt{3}}{2}$. Tykkelsen af denne snitrække er $\frac{R}{4}$ eller 1,29 cm.

2) Ved at føre snitfladen videre fåes *ottekanter* (fig. 43), til den går gennem rhombens stumpe vinkel; to parallelle sider aftar fra $\frac{3R}{2}$ til R , fire sider, som støder til enderne af disse og er to og to vekselsvis parallelle, har en længde, der tiltar fra nul til R , og endelig aftar de to sidste parallelle linjer, som lukker ottekanter, fra $\frac{R\sqrt{3}}{2}$ til nul. Tykkelsen af denne række er $\frac{R}{4}$ eller 1,29 cm.

3) Nu fåes en snitrække med *seækkanter* (fig. 43), hvis tykkelse er R eller 5,16 cm.; de er alle regulære polygoner og siderne lig R .

4) Som 2).

5) Som 1).

Da der er to par kanter, som forener rhombeflader, så fåes også to snitrækker, hvis tykkelse sees af nedenstående:

$$\text{rektangler: } R = 5,16 \text{ cm.}$$

$$\text{ottekanter: } R = 5,16 \text{ cm.}$$

$$\text{seækkanter: } 2R = 10,32 \text{ cm.}$$

Idet vi samler alle de snit, tessarakaiddekaëdret behandlet på denne måde gir, får vi følgende tabel, hvor snittenes tykkelse er udtrykt med R , i centimeter og i procenter.

Firkantsnit:

$$\left. \begin{array}{l} \textit{kvadratiske:} \quad \frac{R\sqrt{3}}{2} = 4,46 \text{ cm.} \\ \textit{rhombiske:} \quad \frac{2R}{\sqrt{2}} = 7,20 \text{ cm.} \\ \textit{rektangler:} \quad R = 5,16 \text{ cm.} \end{array} \right\} 16,82 \text{ cm.} = 17,5 \%.$$

$$\left. \begin{array}{l} \textit{Ottekantsnit:} \quad \frac{2R}{\sqrt{2}} = 7,20 \text{ cm.} \\ \quad \quad \quad \frac{R\sqrt{3}}{2} = 4,46 \text{ cm.} \\ \quad \quad \quad R = 5,16 \text{ cm.} \end{array} \right\} 16,82 \text{ cm.} = 17,5 \%.$$

$$\left. \begin{array}{l} \textit{Seækkantsnit:} \quad 2R = 10,32 \text{ cm.} \\ \quad \quad \quad \frac{2R}{\sqrt{2}} = 7,20 \text{ cm.} \\ \quad \quad \quad 5R\sqrt{3} = 44,60 \text{ cm.} \end{array} \right\} 62,12 \text{ cm.} = 64,8 \%.$$

$$95,76 \text{ cm.} \quad 99,8 \%$$

5. Snit gennem rhombedodekaædret.

I rhombedodekaædret kan man, som bekendt, opstille fire slags axer: ¹⁾ *A-axerne*, som forbinder firkantede hjørner, $2R$; ²⁾ *α -axerne*, som forbinder trekantede hjørner, $R\sqrt{3}$. ³⁾ *α -axerne* ligger mellem midten af to rhombeflader, $\frac{2R}{\sqrt{2}}$. ⁴⁾ *B-axerne* lodret på to diametralt modstående kanter, $\frac{4R}{\sqrt{6}}$. Lodret på disse axer kan der lægges snit, og derved opstår der fire hovedsnitrækker.

a. Snit lodret på A-axen. Denne axe danner en vinkel på $35^\circ 16'$ med α -axen, og dens snit er *kvadratiske* eller *ottekantede* (fig. 45).

1) De snit, som ligger mellem det firkantede polhjørnes spids og de fire nærmeste trekantede hjørner, er *kvadratiske*, og siden voxer fra nul til R ; deres tykkelse er $\frac{R}{2}$ eller 3,20 cm.

2) Derpå kommer der et $\frac{R}{2}$ tykt lag med *ottekantede* snit ligetil ækvator; hver anden side aftar fra R til nul, mens hver anden side tiltar fra nul til rhombens lange diagonal $R\sqrt{2}$.

3) I ækvator er snittet kvadratisk med siden $R\sqrt{2}$.

4) som i 2).

5) som i 1).

De kvadratiske snits række er altså R eller 6,40 cm., og de ottekantedes ligeså.

Nu er der sex firkantede hjørner og følgelig tre axer; således fåes tre snitrækker, hvori

de *kvadratiske* snit tilsammen er $3R$ eller 19,20 cm. og

de *ottekantede* også tilsammen er $3R$ eller 19,20 cm.

b. Snit lodret på α -axen. Disse er enten *trekantede* eller *seækkantede* eller *nikantede* (fig. 46).

1) Mellem det trekantede polhjørnes spids og de nærmest liggende tre firkantede hjørner er snittene ligesidede *triangler*, hvis sider voxer fra nul til $R\sqrt{2}$ (rhombens lange diagonal). Tykkelsen af dem er $\frac{R}{\sqrt{12}}$ eller 1,85 cm.

2) Derpå blir snittene *nikantede* til de nærmeste tre trekantede hjørner; tre sider aftar successivt fra længden af den lange diagonal $R\sqrt{2}$ til nul, mens de øvrige sex sider voxer fra nul til rhombens høide P ; de nikantede snit er $\frac{R}{\sqrt{12}}$ eller 1,85 cm. tykke.

3) Mellem de sidstnævnte trekantede hjørner på den ene side af ækvator og de nærmeste hjørner på den anden side af samme blir snitfladerne regulære *seækanter*, hvis sider er lig rhombens høide P ; denne snitrækkes tykkelse er $\frac{R}{\sqrt{3}}$ (d. e. $s = \frac{R}{\sqrt{12}}$) eller 3,70 cm.

4) Derpå kommer *nikantede* snit som i 2) og

5) Endelig *trekantede* snit som i 1).

Af alle de snit, man får ved at opskive rhombedodekaëdret lodret på en α -axe, er tykkelsen af:

$$\text{trekanterne: } \frac{R}{\sqrt{3}} = 3,70 \text{ cm.}$$

$$\text{seækanterne: } \frac{R}{\sqrt{3}} = 3,70 \text{ cm.}$$

$$\text{nikanterne: } \frac{R}{\sqrt{3}} = 3,70 \text{ cm.}$$

Der er otte trekantede hjørner og følgelig fire α -axer; tilsammen blir i det hele de forskjellige snitrækkes tykkelse følgende:

$$\text{trekanter: } \frac{4R}{\sqrt{3}} = 14,80 \text{ cm.}$$

$$\text{seækanter: } \frac{4R}{\sqrt{3}} = 14,80 \text{ cm.}$$

$$\text{nikanter: } \frac{4R}{\sqrt{3}} = 14,80 \text{ cm.}$$

c. *Snit lodret på α -axen.* Rhombedodekaëdret ligger på en flade, og alle snit blir parallelle med den diametralt modsatte flade; alle snit (med undtagelse af de, som netop falder i rhombefladen, og som således ikke egentlig kan tages med i beregningen) blir *seækantede* (fig. 47); de fire sider er lig rhombens side $\frac{R\sqrt{3}}{2}$, og de to andre voxer først fra nul

til rhombens korte diagonal R og aftar derpå igjen til nul. Længden af a -axen er lig rhombens lange diagonal $R\sqrt{2}$ eller 9,0 cm. Nu er fladerne tolv og følgelig a -axerne sex og den samlede tykkelse af alle sexkantede snit $6R\sqrt{2} = 54,0$ cm.

d. Snit lodret på B-axen. Disse snit er parallelle med en kant og femkantede, sexkantede og syvkantede (fig. 48).

1) Snittene er femkantede fra kanten, og indtil de når de to nærmeste kanter; to sammenstødende sider voxer fra nul til $\frac{R\sqrt{11}}{4}$; to parallelle sider, som slutter sig til disse, er lig rhombens side eller $\frac{R\sqrt{3}}{2}$, og den femte side voxer fra nul til rhombens lange diagonal $R\sqrt{2}$. Værdien $\frac{R\sqrt{11}}{4}$ er længden af den linje ah (fig. 10), som trækkes fra det stumpede hjørne a af rhomben til halveringspunktet for dens modstående side. Derpå nedfælder man linjen af lodret på bd ; den er lig rhombens høide $\frac{2R}{\sqrt{6}}$, og punktet f ligger $\frac{R}{\sqrt{12}}$ fra hjørnet b ; altså er linjen

$$fh = \frac{R\sqrt{3}}{4} + \frac{R}{2\sqrt{3}} = \frac{3R}{4\sqrt{3}} + \frac{2R}{4\sqrt{3}} = \frac{R}{4\sqrt{3}}.$$

I det retvinklede triangel afh er

$$\begin{aligned} ah^2 &= \left(\frac{2R}{\sqrt{6}}\right)^2 + \left(\frac{R}{4\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{4R^2}{6} + \frac{R^2}{16 \cdot 3} = \frac{2R^2}{3} + \frac{R^2}{16 \cdot 3} \\ &= \frac{32R^2}{16 \cdot 3} + \frac{R^2}{16 \cdot 3} = \frac{33R^2}{16 \cdot 3} = \frac{11R^2}{16} \end{aligned}$$

$$ac = \sqrt{\frac{11R^2}{16}} = \frac{R\sqrt{11}}{4}$$

At det sidste femkantede snit vil halvere rhombens side, ser man uden videre, når man stiller rhombedodekaëdret således, at den kant, hvorifra snittene udgår, ligger horisontalt, sagittalt og vender lige opad, og et firkantet og trekantet hjørne ligger i samme lodrette plan, det firkantede øverst, og begge vendte mod iagttageren; samtidig sees det, at de femkantede snit er $\frac{P}{2}$ eller $\frac{R}{\sqrt{6}}$ eller 2,62 cm. tykke.

2) Så er snittene *syvkantede*, til de når de trekantede polhjørner for den α -axe, hvormed snittene føres parallelt; to sammenstødende sider er $\frac{R\sqrt{11}}{4}$, to tilstødende parallelle sider er lig rhombens side $\frac{R\sqrt{3}}{2}$, to til disse sidste stødende sider voxer fra nul til $\frac{R\sqrt{11}}{4}$, og den syvende side aftar fra $R\sqrt{2}$ til nul. Tykkelsen af snitrækken er $\frac{R}{\sqrt{6}}$ eller 2,62 cm.

3) Ækvatorialsnittet er *sekkantet* med to parallelle sider, som er lig rhombens side $\frac{R\sqrt{3}}{2}$; til enderne af disse slutter sig to sammenstødende sider, hvis længde er $\frac{R\sqrt{11}}{4}$.

4) Derpå kommer igjen *syvkanter* og

5) Endelig tilslut *femkanter*.

De snit, som ligger mellem to diametralt modstående kanter, har en samlet tykkelse af $2P$ eller $\frac{4R}{\sqrt{6}}$ eller 10,48 cm., hvoraf halvparten eller 5,24 cm. er femkanter og den anden halvdel syvkanter; kanternes antal er 24; følgelig er der 12 par og ligeså mange snitrækker.

Alle snitrækkers *femkanter* er tilsammen $\frac{24R}{\sqrt{6}}$ eller 62,88 cm. og *syvkanterne* ligeså.

Rhombedodekaædret leverer følgende snit:

<i>trekanter</i> :	$\frac{4R}{\sqrt{3}} = 14,80 \text{ cm.} = 5,6 \%$.	
<i>firkanter</i> :	$3R = 19,20 \text{ cm.} = 7,3 \%$.	
<i>femkanter</i> :	$\frac{24R}{\sqrt{6}} = 62,88 \text{ cm.} = 23,8 \%$.	
<i>sekskanter</i> :	$\frac{4R}{\sqrt{3}} = 14,80 \text{ cm.} = 5,6 \%$.	}
	$6R\sqrt{2} = 54,12 \text{ cm.} = 20,6 \%$.	
<i>syvkanter</i> :	$\frac{24R}{\sqrt{6}} = 62,88 \text{ cm.} = 23,8 \%$.	
<i>ottekanter</i> :	$3R = 19,20 \text{ cm.} = 7,3 \%$.	
<i>nikanter</i> :	$\frac{4R}{\sqrt{3}} = 14,80 \text{ cm.} = 5,6 \%$.	
	$262,68 \text{ cm.}$	$99,6 \%$.

Når man sammenstiller grundformernes snitflader, får man nedenstående tabel.

Tærningen.	Sekskantprismet.	Rhombedodekaædret.	Tessarakaidekaædret.
<i>Trekanter</i> ligesidede.	<i>Trekanter</i> ligebenede.	<i>Trekanter</i> ligesidede.	
<i>Firkanter</i> kvadrater rektangler.	<i>Firkanter</i> rektangler trapezer.	<i>Firkanter</i> kvadrater.	<i>Firkanter</i> kvadrater rektangler rhomber.
<i>Sekskanter</i> ikke regulære.	<i>Femkanter</i> to sider parallel <i>Sekskanter</i> regulære ikke regulære.	<i>Femkanter</i> to sider parallel <i>Sekskanter</i> regulære ikke regulære.	<i>Sekskanter</i> regulære ikke regulære.
	<i>Ottekanter</i> simple ottekant.	<i>Syvkanter</i> <i>Ottekanter</i> kvadrater med afsnuhb. hjørner.	<i>Ottekanter</i> kvadrater m. afsnuhb. hjørner simple ottekanter.
		<i>Nikanter</i>	

Af denne fremgår det, at forskellige grundformer gir samme slags snitflader og en og samme grundform flere slags snit; det er derfor aldeles umuligt af et enkelt snit at bestemme, fra hvilken grundform snittet er hentet. Man kunde kanske indvende, at skjønt snittene i det store og hele er lige, så har de dog også noget særeget ved sig, blandt trekanter har vi ligesidede og ligebenede og mellem firkanterne rhomber, kvadrater og rektangler o. s. v., og når vi toge det tilbørlige hensyn til denne forskellige form, måtte de kunne lede os på ret vei. Men betænker man, at snittene i den praktiske mikroskopi aldrig kan lægges med den regelmæssighed som her under ideelle forhold, men nødvendigvis må falde en hel del mere tilfældigt, så indsees det let, at et snit kun behøver at gå en smule på skrå for istedetfor kvadrater at levere rhomber eller rektangler o. s. v., og den hjælp, som man kunde hente af deres specielle form, blir således for intet at regne. Efter en enkelt snitflades form lader intetsomhelst tredimensionalt sig opkonstruere hverken med hensyn til udseende eller størrelse; kan et legeme ikke studeres anderledes end ved hjælp af snit, må der snitrækker til og det snitrækker, hvor man kjender de enkelte skivers tykkelse eller snitfladernes indbyrdes afstand. Først da er det muligt med tilstrækkelig sikkerhed at modellere et legeme m. h. t. form og dimensioner. Og at mikroskopikerne altfor lidet har benyttet det fortrinlige middel, de i modelleringen har, til at kontrollere de ved tænkning og plantegning vundne resultater, vil snart erfares, hvis man tager sig for at give deres tankefostre legemlige former. Derfor vilde det være ønskeligt, om mikroskopikerne vilde lære sig modelleringens skjønne kunst og mere end hidtil betænke, at også de mikroskopiske gjenstande er legemer, og at de ikke blir vor åndelige eieendom, før de kan tilegnes af vor fantasi på en sådan måde, at vi kan gå rundt om dem som om en billedstøtte og ikke

længer behøver at nøie os med skyggebilledets fattige to dimensioner.

Jeg har med velberåd hu også nævnt størrelsen, skjønt jeg af egen erfaring meget godt ved, at den oftest behandles med souveræn foragt; thi en mikroskopiker, som jeg gjorde opmærksom på størrelsens betydning, svarede mig: »størrelsen er ligegyldig, det er bare på formen, det kommer an«. Men man måtte vist længe lede efter en bygmester, der m. h. t. de tildannede bygningsmaterialier, hvoraf han skulde sammensætte et hus eller et skib, vilde ytre de samme ord; og også vi skal af de enklere former opbygge mere sammensatte, og da vil størrelsen vise sig at være af ligeså stor betydning for os og vort bygværk som bygningsmaterialierne for bygmesteren og hans hus.

Ved den mikroskopiske undersøgelse af et histologisk præparat indstiller man uvilkårligt for kjærnerne og tegner cellerne således, som de ved denne indstilling ser ud; da kjærnerne vanligvis indtar omtrent midten af cellernes axe eller deres centrum, så antar disse lettelig i fantasien de samme former, som snitfladerne gennem centerne; den tredie dimension overser man uden videre og savner den ikke; ti under hele den undervisning, der gis os, føres legemværdenen frem for os i tegninger d. v. s. formede på flader, såsom i astronomi og geografi, naturhistorie og stereometri o. s. v.; dette må rigtignok ansees for et fremskridt i forhold til før, men leder dog til, at den tredie dimension rent undertrykkes. Få har evne til at føie den tredie dimension til, og under alle omstændigheder koster det anstrængelse; man slår sig derfor til ro med de to dimensioner uden engang at tænke på den tredie, og legemerne føres altid frem for tanken som fladebegreber; dette kan forklare, hvorfor cellerne så let hos mikroskopikerne taber sin legemlighed, og det i den grad, at de umuligt lader sig modellere efter beskrivelserne og tegningerne. Med ovenstående for øie vil det derfor

være af interesse at undersøge, hvilke plangeometriske former vi får ved at lægge snit gennem grundformernes midtpunkter, parallelt flader, kanter og lodret på foreningslinjerne mellem hjørner.

Tørningen leverer ved snit parallelt fladerne 3 kvadrater, parallelt kanterne 6 rektangler og lodret på to og to modstående hjørners foreningslinje 4 sexkanter.

I *det sexkantede prisme* gir snit parallelt med grundfladen 1 sexkant, med sidefladen 3 rektangler, med sidekanten 3 kvadrater, med grundfladens kant 6 sexkanter og lodret på foreningslinjerne mellem to modstående hjørner 6 ottekanter.

Ved snit gennem *tessarakaidekaædrets* centrum parallelt med kvadratfladerne fåes 1 ottekant, med de sexkantede flader 4 sexkanter, med rhombefladerne 2 ottekanter, og med kanter, der forbinder rhombefladerne 2 sexkanter.

Rhombedodekaædrets snitflader er, lodret på *A*-axerne 3 kvadrater, på *a*-axerne 4 sexkanter, på *α*-axerne 6 sexkanter, og på *B*-axerne 12 sexkanter.

Alt i alt fåes på denne måde 9 kvadrater (13,6 %), 9 rektangler (13,6 %), 39 (59,0 %) sexkanter og 9 (13,6 %) ottekanter, altså det overveiende tal af de former, som møder øiet, blir sexkanter.

Dog cellerne undersøges i regelen ikke enkeltvis, men liggende sammen i lag med bestemt ordning og en rationel snitføring vil ske enten parallel med lagenes overflade eller sagittalt eller frontalt. De sex former, som stemmer direkte fra grundformerne, har under disse omstændigheder følgende snitflader: *tørningen* leverer ved snit i alle tre retninger kvadrater, *det sexkantede liggende prisme* ved horizontalsnit kvadrater, ved sagittalsnit rektangler og ved frontalsnit sexkanter; *rhombedodekaædret* med firkantet ækvatorzone gir ved alle tre slags snit kvadrater; af det stående *sexkantede prisme* fåes ved horizontalsnit sexkanter, ved sagittalsnit rektangler

og ved frontalsnit kvadrater, af *tessarakaïdekaëdret* ved horizontalsnit og frontalsnit sexkanter, ved sagittalsnit ottekanter, og endelig *rhombedodekaëdret* med sexkantet ækvatorialbælte lutter sexkanter. Af horizontalsnittene blir 50 % kvadrater, 50 % sexkanter, af frontalsnittene 50 % firkanter, 50 % sexkanter og af sagittalsnittene 16,6 % sexkanter, 66,4 % firkanter, 16,6 % ottekanter.

Den kvadratiske orden i horizontalretningen synes i dyreriget at være sjælden, da cellerne stræber at lægge sig så tæt som muligt til hverandre; og går vi ud fra en triangular horizontal ordning som den herskende, blir sexkanternes overvægt stærkt iøinefaldende, idet 100 % af horizontalsnittene, 66 % af frontalsnittene og 33 % af sagittalsnittene er sexkanter.

Udvider man den regel, at cellerne stræber at ligge så tæt som muligt, til også at gjælde vertikalordenen, når de ligger i flere lag, blir rhombedodekaëdret den hyppigste form, og ved indstilling for kjærnen vil alle ideelt formede celler give sexkantede snitflader.

Under disse forudsætninger er det ikke vanskeligt at forstå, hvorfor sexkanten møder os så ofte.

b. Snit gennem regelmæssigt ordnede hobe af kugler og grundformer.

Den histologiske undersøgelse beskjæftiger sig i sjeldneste fald med isolerede celler; for det meste laver man præparater ved at lægge snit gennem vævene i forskjellige retninger; mikroskopet indstilles for kjærnerne, og præparatet aftegnes således, som det på denne måde viser sig. Mellem år og dag leveres der af histologerne utallige slige tegnninger. Skal man kunne tyde disse rigtigt, d. e. omdanne de leverede todimensionale former i tredimensionale, eller eventuelt påvise deres feil, må den nødvendige forudsætning til

at kunne gjøre dette med held være den, at man er i besiddelse af et godt kjendskab til, hvorledes snit gennem hobe af kugler og polyëdrer i det hele ser ud. Dette vilde man kunne opnå ved at forfølge de geometriske former, snitfladerne vil vise ved successive snit gennem hobe af kugler, af de ovenfor omtalte grundformer og af de kombinationsformer, som opstår, når kugler trykkes sammen i to lag. Men da undersøgelsen af alle mulige snit vilde blive meget vidtløftig og heller ikke give synderlig udbytte, vil jeg her indskrænke den til de snit, der går gennem kuglernes og polyëdernes centre, når de ligger i et, to eller uendelig mange lag. Af disse snit vil jeg igjen bare behandle de horizontale, frontale og sagittale, idet jeg forudsætter, at både kugler og polyëdrer ligger ordnede i horizontale lag og i rækker, som er parallele med iagttagerens frontale flade. Og for at frembringe en større lighed med virkelige snit gennem cellemasser, skal centret i kuglerne og polyëdrene tænkes indtaget af runde legemer, som gir cirkulære snitflader og således træder i cellekjærernes sted.

α. Snit gennem regelmæssigt ordnede hobe af kugler.

Virkelige snitflader gennem kuglerne (fig. 49, 55) viser sig i tegningerne med lineær kontur, og hvis snittet går gennem centrum, betegnes dette med en indtegnet kjærne; berører kuglerne derimod blot snitfladen med et punkt, tegnes de som punkterede cirkler, hvis radier er lig kuglens (fig. 51). Kuglerne ligger naturligvis ordnede på samme måde, som forhen under overskriften kuglernes ordning (p. 324) er vist.

1. Kugler i den kvadratiske orden.

Disse gir *horizontalsnit* af samme udseende som i tegningen fig. 49; altså ligestore kvadratisk ordnede cirkler, uanset hvormange lag de ligger i. De frontale eller sagit-

tale snit varierer med lagenes antal og ordningen i vertikalretning.

1) *Enkelte lag. Frontalsnit og sagittalsnit*: en enkelt rad med kjærneholdige cirkler.

2) *Dobbelt lag eller uendelig mange lag*. De adskiller sig kun ved at i første tilfælde er der to rader snit og i det andet uendelig mange.

α. Den kvadratisk-kvadratiske orden. Frontalsnit og sagittalsnit: kvadratisk ordnede cirkler med kjærner (fig. 49).

β. Den kvadratisk-triangulære orden. Frontalsnit: triangulær ordnede cirkler med kjærner (fig. 50); *sagittalsnit*: afvejlende rækker med kjærneførende cirkler og punkterede cirkler (fig. 51) i kvadratisk ordning.

γ. Den firkantede pyramideorden. Frontalsnit og sagittalsnit: afvejlende rækker med kjærneholdige cirkler og punkterede cirkler i triangulær ordning (fig. 52).

2. Kugler i den triangulære orden.

Horizontalsnittene har kjærneholdige cirkler i den triangulære orden (fig. 50).

1) *Enkelte lag. Frontalsnit*: en enkelt rad kjærneholdige cirkler (fig. 49 øversie række); *sagittalsnit*: en enkelt rad med afvejlende, kjærneholdige og punkterede cirkler (fig. 53 øverste række).

2) *Dobbelt og uendelig mangedobbelt lag* adskilles kun ved snittrækernes antal i vertikalretningen.

δ. Den triangulær-kvadratiske orden. Frontalsnit: kjærneholdige cirkler i den kvadratiske orden (fig. 49); *sagittalsnit*: afvejlende kjærneholdige og punkterede cirkler, ordnede kvadratisk således, at hvert slags cirkler står lodret under hinanden i vertikalretningen (fig. 54).

ε. Den triangulær-triangulære orden. Frontalsnit: kjærneholdige cirkler triangulært ordnede (fig. 50); *sagittalsnit*: horizontale rækker bestående afvejlende af kjærneholdige og

punkterede cirkler; rækkerne er ordnede kvadratisk i vertikalretningen således, at en punkteret cirkel står under en kjærneholdig og omvendt (fig. 53).

2. *Den tetraëdriske orden.* *Frontalsnit:* horizontale rader med bare kjærneholdige og bare kjærneløse cirkler, som afvexler med hverandre (fig. 55); *sagittalsnit:* horizontale rader af cirkler, hvor andenhver er kjærneholdig og andenhver punkteret; raderne er ordnede således i forhold til hinanden, at begge slags cirkler danner skrå rader (fig. 56).

β. Snit gennem grundformerne i uendelig mange lag.

Her er der også fulgt den metode, at snit, som går gennem centrer, er betegnet med indtegnede kjærner, men andre snit uden kjærner.

1. Den kvadratiske orden.

Denne omfatter *tærninger*, liggende *seækkantede prismer* og *rhombedodekaëdrer*, som står på *A*-axen; alle disse tænkes ordnede i uendelig mange lag og gir i *horizontalsnit* kvadrater, der for de to førstes vedkommende vender en side mod tilskueren (fig. 57), mens de for rhombedodekaëdrets vedkommende vender sin spids mod ham (fig. 60).

Tærninger. *Frontalsnit* og *sagittalsnit:* kvadrater (fig. 57).

Liggende seækkantede prismer. *Frontalsnit:* regulære sexkanter (fig. 58); *sagittalsnit:* en horizontal rad med kjærneholdige rektangler og en med mindre kjærneløse rektangler (fig. 59), når den vendes med den venstre lodrette kant mod tilskueren).

Rhombedodekaëdrer. *Frontalsnit* og *sagittalsnit:* kvadrater ordnede som i fig. 60.

2. Den triangulære orden.

Ordenen omfatter stående *seækkantede prismer*, *tessara-kaiidekaëdrer* og *rhombedodekaëdrer* med α -axen lodret; de

tænkes alle at ligge i uendelig mange lag, og gir allesammen regulære sexkantede *horizontalsnit* med kjærner (fig. 58).

Stående sexkantede prismer. *Frontalsnit:* kvadrater (fig. 57); *sagittalsnit:* rader af afvxlende liggende kjærneholdige og stående kjærneløse rektangler; i vertikalretning indeholder raderne blot kjærneholdige eller kjærneløse rektangler (fig. 59).

Tessarakaidekaëdrer. *Frontalsnit:* regulære sexkanter (fig. 58); *sagittalsnit:* rader med afvxlende ottekanter med kjærner og kvadrater uden kjærner, der er ordnede således under hinanden, at under et kvadrat står en ottekant og omvendt (fig. 63).

Rhombedodekaëdrer. *Frontalsnit:* en horizontal rad kjærneholdige sexkanter og to rader kjærneløse femkanter afvxlende med hverandre (fig. 65); *sagittalsnit:* horizontale rader med afvxlende hjerneholdige sexkanter og kjærneløse rhomber (fig. 64).

γ. Snit gennem grundformer og sammensatte former i to lag.

Hvad horizontalsnittene angår, så blir disse *kvadratiske*, når polyëdrerne er fremgåede af den kvadratiske orden (fig. 57), og *sexkantede*, når de tilhører den triangulære orden (fig. 58).

1. Den kvadratiske orden.

Tærninger. *Frontalsnit* og *sagittalsnit:* kvadrater med kjærner (fig. 68).

Liggende sexkantede prismer, der i den ene ende er afsluttet med et plan. *Frontalsnit:* kjærneholdige femkanter (fig. 67); *sagittalsnit:* en rad stående kjærneholdige rektangler og en rad liggende kjærneløse rektangler (fig. 70).

Rhombedodekaëdrer med den ene ende afsluttet af et plan. *Frontalsnit:* kjærneholdige femkanter og *sagittalsnit* ligeså.

2. Den triangulære orden.

Stående sexkantede prismer. *Frontalsnit:* to rader kvadrater (fig. 68); *sagittalsnit:* to rader med afvejlende kjærneholdige og kjærneløse rektangler (fig. 71).

Tessarakaïdekaëdrer afsluttede med et plan i den ene ende. *Frontalsnit:* femkanter med kjærner (fig. 67); *sagittalsnit* (fig. 69): to rader med afvejlende kjærneholdige sexkanter og kjærneløse rektangler.

Rhombedodekaëdrer afsluttede med et plan i den ene ende. *Frontalsnit:* en horizontal rad kjærneholdige og en rad kjærneløse femkanter (fig. 72); *sagittalsnit:* kjærneholdige femkanter og kjærneløse firkanter danner rader (fig. 73).

8. Grundformer i et lag.

De eneste grundformer, der dannes ved sammenpresning af kugler i et lag, er *tærninger* og stående *rette regulære sexkantede prismer*.

Tærningerne gir kvadratiske *horizontalsnit* (fig. 57), *frontalsnit* og *sagittalsnit* (fig. 61); de *sekskantede prismer* har regulære sexkanter i *horizontalsnit* (fig. 58), en rad med kvadrater i *frontalsnit* (fig. 61) og en rad med afvejlende kjærneholdige og kjærneløse rektangler i *sagittalsnit* (fig. 62).

Jeg har overalt indskrænket mig til former, som er opståede ved en ligelig sammentrykning, og udeladt den matematiske angivelse af de geometriske formers størrelse udtrykt med radien, da læseren, om han finder det nødvendigt, selv med lethed vil kunne udregne den ved at følge de fremgangsmåder, der foran er brugte.

Horizontalsnit benytter histologerne forholdsvis lidet, men desmere tværsnit d. v. s. ideelt taget sagittale eller frontale snit. Går man ud fra, at den hyppigste celleorden er den

triangulære i horizontalretningen, vil ikke alle de snitflader, man får ved at gjøre sagittale eller frontale snit gennem cellehobene, være kjerneholdige; ti om snittet passerede enkelte cellers kjærner, eller om mikroskopet indstilledes for cellekjærnerne i enkelte celler, så vilde der dog gives talrige, hvori ingen kjærner såes ved det valgte snit eller den valgte indstilling. I de histologiske tegninger derimod ser man kjærner næsten i hver eneste cellesnitflade. Er dette overensstemmende med, hvad de histologiske snitpræparater virkelig viser? De her gennemgæede snit vækker tvil i så henseende og opfordrer til at anvende den størst mulige opmærksomhed på, at forestillinger og tegninger kommer til at stemme med virkeligheden.

7 Breve fra Præsten Hans Strøm til Biskop Gunnerus,
mest vedkommende zoologiske Undersøgelser, skrevne
i Aarene 1762—1766.

Et Bidrag til disse to navnkundige Mænds Biografier.

Meddelte af J. BELSHEIM.

I Norske Videnskabers Selskabs Samling af Haandskrifter i Throndhjem (Kvart No. 243) findes en Pakke af forskjelligartet Indhold, mest Koncepter og Manuskripter af forskjellige af Gunnerus' trykte mindre Afhandlinger, men ogsaa en Del Breve til ham, og blandt disse 7 af den bekjendte Videnskabsmand Præsten Hans Strøm (født i Borgund paa Søndmør ^{25/1} 1726, Kapellan hos sin Faders Eftermand der, Augustinus Meldal 1750, Sognepræst til Volden 1764, forflyttet som saadan til Eker 1778, død 1795) til den bekjendte lærde Biskop J. E. Gunnerus (født i Kristiania ^{26/2} 1718, Docent i Jena 1743, derefter 1755 Prof. i Kjøbenhavn og 1758 Biskop i Throndhjem, død 1773).

Da jeg under et Ophold i Throndhjem ved Pintsetider 1882 blev opmærksom paa disse Breve, afskrev jeg dem og troede, at de fortjente at offentliggjøres saavel af Hensyn til Brevenes Forfatter som deres Modtager, uanset deres Indhold. Dette er dog ogsaa af ikke liden Interesse baade derved, at det viser, hvorledes disse to Mænd stadig og ivrig drev sine Naturforskninger, og Brevene indeholde udentvivl adskillige interessante Oplysninger vedkomne Zoologien.

De vise, med hvilken Kjærlighed Brevskriveren omfattede Videnskaberne, hvilken Pris han satte paa Gunnerus' Iver og Arbeider derfor. De give, især i 4de Brev, adskillige Oplysninger om Udgivelsen af Strøms Søndmørs Beskrivelse og om andre af hans literære Arbeider, ligesom ogsaa om nogle af Gunnerus' Arbeider. At en Brevsending mellem Thronhjem og Søndmør da kunde behøve 4^{1/2} Maaned for at komme frem, (se 5te Brev) viser, hvor tungvindt det var paa den Tid; det er vel hellerikke uden Interesse at se, at H. Strøm gjentagne Gange fik Skrivelser fra Linné, der satte stor Pris paa hans Arbeider, ligesom ogsaa at Strøm stod i Forbindelser med andre Videnskabsmænd.

1.

Høiædle og Høiærværdige Hr. Biskop! -

Da det har behaget D. H. nogle Gange at erindre min Person og at lade mig hilsé ved forekommende gode Venner, saa finder jeg mig forbunden at aflægge min ærbødige Taksigelse for saadan Ære, der var mig ligesaa uventet som uforskyldt. Dernæst har jeg ærb. at takke for den Yndest D. H. har vist ved at rekommenedere min Søndmørs Beskrivelse for Præsteskabet i sit Stift og for de gratiøse termini D. H. har udladet sig med samme Omgaaende hos Hr. Christian Meldal¹⁾, som derom har underrettet mig. I Betragtning af alt dette var det nu min første Skyldighed at tjene D. H. som en stor Elsker af Naturhistorien med endel Naturaliers Tilsendelse, hvilket og virkelig skulde have skeet, om jeg ikke tilforn havde udtømmet min lille Samling for at fornøie gode Venner og Patroner, særdeles Hr. Etatsraad Kleven-

¹⁾ Christian Fredrik Meldal f. ²⁵/₅ 1735 paa Gaarden Ratvigen i Borgunds Præstegjæld, Søn af Provst Augustinus Meldal, hjalp efter overstanden Examen 1756 Faderen i Embedets Førelse, blev pers. Kap. i Vø 1761, derpaa 1764 pers. Kap. i Borgund og efterfulgte 1774 Faderen som Sgpr. smstds., død af Slag 1785. (Erlandsens Efterr.).

feld¹⁾, som har tilskrevet mig, og har derfor nu intet tilbage, som kunde fortjene D. H.s Opmærksomhed. Det eneste jeg kan love er et Par Afhandlinger, om de skulde staa D. H. an, den ene indeholdende meteorologiske Observationer af Barometer og Thermometer for 1761, og den anden et halvt Hundrede eller flere Insecters Beskrivelse med Tegninger over de rareste, som for Vidtløftigheds Skyld ei kunde faa Sted i min Søndmørs Beskrivelse²⁾. Disse Afhandlinger ere vel ikke opsatte endnu, men kan dog præsteres, saa snart det skulde forlanges. Da jeg har ladet mig sige, at D. H. er meget begjærlig efter det Slags Søfugle, som kaldes Krykjer, vil jeg her give deres Beskrivelse, siden jeg just ikke har dem ved Haanden, og altsaa ei kan have den Fornøielse at tilsende dem in Natura. De ere i Henseende til Fødder, Neb og anden Skabning virkelig en Slags Maager, men knap halv saa store som de sædvanlige Strandmaager. Nebbet er gult, langt, smalt og i nederste Kjæbe bugtet ligesom paa Maagerne. Paa Hovedet, Ryggen, Vingerne og den bagerste Del af Halsen er den lysgraa eller perleblaa, dog noget mørkere paa Hovedet. Men i Panden, paa Kinderne saavel som Brystet, Bugen og Stjerten og den forreste Del af Halsen er den snehvid. Mundvigene og Øinebrynene ere røde. De 5 største Vingfjædre ere sorte i Spidsen (den første ogsaa sort omkring Kanten), men de 2 sidste hvide i Spidsen. Fødderne ere sorte og dannede som Maagernes. *Larus albus dorso cono* Linn. *Fauna Svec.* § 125 ligner denne allermost, undtagen at Fødderne, der beskrives gule som paa alle Krykjer, jeg har seet, ere begsorte. Det er mig ellers en særdeles Fornøielse, at D. H. som jeg hører, anvender sin

1) formodentlig Torkild Kleve, siden adlet med Navnet Klevenfeld, født i Kjøbenhavn 1710, Sekretær i danske Kancellie 1734 og Justitssekretær i Høiesteret 1737, Assessor sammesteds 1744, død 1777.

2) Begge disse Afhandlinger bleve siden trykte i Norske Videnskabers Selskabs Skrifter 2det, 3die og 4de Bind.

høiberømte Lærdom paa at gjøre Fædrelandet bekjendt og stræber at bringe Norges naturlige Historie i noget Lys, som altfor længe har ligget in obscuro.

Havde Hr. Prokansler Pontoppidan ei begyndt dermed her i Stiftet, havde der maaske ikke endnu været tænkt paa nogen Beskrivelse over Søndmør, og hvor længe vil det ikke vare, førend Gemytterne i Throndhjems Stift opvækkes, om det ei sker af D. H. Jeg for min Part spaar mig virkelig af D. H. rosværdige Bemøielse de bedste Følger og vil af Hjerteret tilønske D. H. den høiestes Naade og Bistand saavel til disse som alle andre sit høivigtige Embede vedkommende Forretninger og har isøvrigt den Ære at underskrive mig etc.

Hans Strøm.

Ratvig, 9de Janr. 1762.

(Gunnerus' Paategning: Besvaret den 5te Mars 1762).

2.

Efterat jeg havde bekommet D. Hs. høistærede Skrivelse af 15de Oktbr. anni præter. og deraf fornummet, at mine Afhandlinger vare agtede værdige at indrykkes i Deres Akter, besluttede jeg at skrive dem om igjen, siden mig gaves Tid dertil. Jeg tager mig da den Frihed at tilsende D. H. disse nye Afskrifter og vil ei fortryde den Umage, naar den kan tjene til D. H.s og Publici Fornøielse. Mine meteorologiske Observationer har jeg fortsat til forbigangne Aars Udgang, at jeg herefter kan begynde fra Nytaar. Min Beskrivelse over Insekter har jeg efter D. H.s Raad confereret med Linnæi senest udkomne Beskrivelser og derved faaet Anledning dels at udelukke, dels at tilsætte et og andet. Ligesaa har jeg og tilføiet Linnæi trivielle Navne over ethvert, at loca hos bemeldte Autor desto lettere kunde opledes. Endelig har jeg og gjort nogle Tegninger om igjen, at alle Ting kunde blive desto accuratere, som indlagte Stykke Papir

udviser og samme vilde D. H. behage at føie til Tabellen, Kobberstikkerne til Efterretning. Imod Slutningen af dette Aar eller tilkommende Aars Begyndelse, eller om Gud vil og vi leve, kan jeg sikkert love D. H. en ny Afhandling om Insekter, som jeg ³mener skulde blive saa meget bedre, som jeg har adskillig nyt at indføre og af den Aarsag har jeg givet denne tilsendte Navn af det første Stykke. Jeg tænker og herefter at bruge den Methode at give Definitioner paa alle de Insekter, som jeg enten aldeles ikke finder hos Linnæus, eller og har Aarsag at tvile om, hvorpaa jeg har givet Prøve i nærværende Afhandling No. 65 og 66, hvis Synonyma jeg ikke kunde finde hos Linnæus og ikke heller skjættede om at bryde mit Hoved med. Samme Maade har jeg brugt i en Afhandling om 10 subtile Insekter, alle tegnede under Microscopio, som jeg efter en fornem Mands Anmodning i dette Aar har havt den Ære at nedsende til det Kjøbenhavnske lærde Selskab, for hvilket den har fundet Bifald ¹). Jeg takker ærbødigst for den Underretning om Haakjærringen og Krykken og vilde ønske mig mange saadanne. Den første har jeg aldrig seet og kan altsaa ei dømme derom. Den anden derimod, som var en af de første Naturalier jeg har undersøgt, er nok af mig bleven betragtet med alt for flygtige Øine, allerhelst jeg den Tid ingen Beskrivelse havde over *Larus tridactylus* og siden har fundet den saaledes beskrevet i Henseende til Farven, at jeg mindst kunde formode noget saadant. For denne og flere Decouverter, som vi vente fra D. H. bliver enhver Liebhaber af Naturhistorien Dem forbunden. Jeg for min Part ønskede at faa en ligesaa god Oplysning om *Liren* eller *Skraben*, som og opholder sig i det norske Hav, men er meget sky og derfor vanskelig at bekomme. *Qviketield* er og en Fugl, som

¹) Trykt i Danske Vid. Selsk. Skr. 9de og 10de Bind, samt i ny Samlings 1ste, 2den og 3die Tome.

jeg endnu ikke har nogen tilstrækkelig Oplysning om. *Kav-Ornen* (rettere *Kav-Orren*) som jeg i min *Søndmørs Beskrivelse* har anført, er derimod befundet at være den samme som *Sø-Orren*, hvilken her adskilles fra *Hav-Orren* og er *Cylymbus podiceps minor*. Fjær-Kurren eller Fjære-Pisten maa efter mine Tanker være et nyt Species. Mon Herfuglen — (Upupa) tilforn er rangeret iblandt norske Fugle? En saadan fandtes her forleden Høst og giver mig Formodning om flere rare Naturalier i Norge. Af Frygt for, at jeg opholder D. H. alt for længe med denne min ringe Skrivelse maa jeg nu afbryde forblivende osv.

Hans Strøm.

Ratvig, 16de Mars 1763.

P. S. Da dette Brev nogen Tid var bleven liggende af Mangel paa Leilighed, indløb imidlertid D. H. respektive med Hr. Christian Meldal angaaende en Del Anmodninger, som kunde tjene til D. H.s Forehavende med at forfærdige en Floram Oecon. Norveg., hvorpaa jeg tjenstlig maa svare, at jeg for nærværende Tid har intet betydeligt at tillægge, hvad derom er anført i min *Søndmørs Beskrivelse*, men vil dog have det i Erindring. Det meste, som mig efter bemeldte Skrifters Udgivelse er forekommet, er dette, at den Art *Potentilla Anserina* eller dens Rødder om Foraaret opløies i visse Agre, som ligge nær ved Strandbredden og kastes ei bort som andet Ukrud, men ædes med temmelig Begjærlighed af de Gemene, som ogsaa kalde den *Musegræs*. At samme sker i England sees af Linnæi *Flora Svecica*. At den lille Væxt *Salix foliis seratis globris orbic.*, her kaldet *Fjeldmor*, ædes meget begjærlig ei alene af Kjør, men og Heste, som siges at elske dette fremfor andre Væxter paa Fjeldene, er vel en ny Anmærkning, som bestyrker den Mening, at Fjeldurter har en særdeles Kraft. At *Campanula cærulea vulgaris* eller dens Blomster giver en smuk grøn Farve, naar de koges, har jeg selv erfaret ved en Hændelse, men aldrig mærket, at samme

er i Brug, hvilket jeg dog undres over. At samme Farve dog er bekendt udenlands, sees af Flora Svec. At de store Enebær-Træer, naar de er ret fede, give de bedste Kavler paa Torskegarn, er i min Beskrivelse bleven forglemt. Men da saadanne sjelden findes her, bruges Kavler af Seljetræer langt mere. Kvistene af Enebærtræ lægges altid paa Bunden af Rostekar. Men er der mange uhele Bær (i Sverige kaldt Kikbær) derpaa, kaldes den her uren og forkastes som uren og utjenlig til saadant Brug, maaske formedelst den lille Orm, som ligger inden i.

3.

D. Hs. seneste meget ærede af 9de Juui har jeg nylig havt den Ære at imodtage og vil saa meget mindre opsætte dets Besvarelse, som jeg nu staar færdig at forlade Borgensund og begive mig hen til Volden, hvorfra Correspondencen falder vanskeligere. Min ærbødigste Taksigelse aflægges da saavel for velment Gratulation, som for de i Deres Brev indeholdte og mig meget behagelige Efterretninger, hvoraf jeg med største Fornøielse ser, med hvilken Lykke og Flid D. H. lægger Vind paa at oplyse Fædrelandets Naturhistorie, og ønsker derfor hjertelig, at det længe maa nyde den Ære at beholde saaden en Mand, hos hvilken Lærdom, Lyst og Evne i lige Grad findes forenede. Det var mig kjært, at Slutningen af mine Meteorol. Observ. for 1762 bleve indrykkede i den 2den Tome af deres Acter, og feiler det vel ikke, D. H. jo iagttager, at der nu slaaes en Streg derover i de seneste Observationer for 1763. Det andet Stykke af Insekternes Beskrivelse skal til Foraaret betids indsendes. Jeg har og allerede begyndt paa en ny Afhandling, som er de-stitueret til det Kjøbenhavnske Selskab og deri efter forrige Methode aftegnet og beskrevet 1) en ny pulex cancriformis, i hvis Bug jeg har fundet et halvt hundrede levende Unger,

hvoraf jeg lærte, at dette genus henhører til vivipara, som og hvortil den bruger sine 3 store Stjertfødder, nemlig til at aabne Bugskielle, at Ungerne en efter anden kan komme ud 2) en ny Nereis eller scolopendra marina 3) tvende Sl. Thetya tentaculis dorsalibus duplici serie dispositis et arbore sientibus, 4) en ny og meget liden Lepas. 5) Formica onivora Linn. E. N., som her findes i Mængde og ei kan være andet end genus neutrum til Formica cespitum ejusd. 6) en Cepus marinus eller Orm, som ligner Cepus marinus allermost, samt med den mærkelige Forskjel, at Indvoldene ligge forvarede i en tynd Cochlea og Leveren i sammes spira, paa samme Maade som hos Sneglerne. Dette Species er altsaa en Middelart mellem Molusca — D. H. mærker vel, at istedenfor at Sneglerne ligge indesluttede i deres Cochlea, saa indeslutter dette Species en Cochleam — og kan saavidt jeg ser ikke henføres under noget genus i Linnæi Systema. Naar D. H. hernæst bærer mig med sin behagelige Skrivelse, ønskede jeg at vide hans Betænkning om noget saadant Species var bekjendt, og hvilket generisk Navn de helst kunde tillægge dem. *Fiske-Joen* kan umulig være den samme som *Kav-ornen*, saa længe den sidste efter vore Bønders Sigende alene skal sees svømmende paa Havet. Derimod vil jeg meget gjerne tro, at *Klub-Alken* og den *smalnebbede* er et Species, uagtet den sidste ingen hvid Stribe har over Nebbet. At *Skraben* er Larus piger curie. Klenii eller Puffing author. har Monsr. Brünich ¹⁾ forvissat mig om. *Sandrønnen* har jeg nu faaet og ser, at det er Charodrius Hiaticula. En *Kvikke-Tjeld* er mig og tilbragt, og da samme var intet andet

¹⁾ Maaske Morten Thrane Brünich, født ^{29/9} 1737 i Kjøbenhavn, reiste 1757 udenlands, blev 1769 Professor i historia naturalis i Kjøbenhavn, 1784 kommitteret i Bergverkscollegiet og 1789 Overbergkommisær paa Kongsberg, Overberghauptmand 1791, forlod Kongsberg og drog til Kjøbenhavn 1814, død 1827. Han udgav en Ornithologia borealis i 1764, som Strøm omtaler i føl ende Brev.

end en Laxtite(?) eller Totonus, saa kan jeg ei andet end istemme D. H.s Mening i den Post. Den første, som har gjort dem til 2 diverse Fugle, er Hr. Pontoppid.; idetmindste har han givet mig Anledning til denne Vildfarelse ved at beskrive Tjeld som en særdeles Fugl, da dog Lucas Debes¹⁾, som han har taget Beskrivelsen af, sletintet andet mener med den sædvanlige Tjeld eller pua marina. Det er mig meget kjært, at D. H. er bleven istand til at beskrive *Berg-Laxen*(?) bedre end jeg har gjort. Nylig har jeg observeret en Fisk, som i Volden kaldes *Noss* og i det meste ligner Hysen. Den er *Gadus luscus* Linn. Sammesteds falder og en Fisk kaldet *Skrig-Nebbe*, der ligner en Berggylte eller Sø-Karudse, men har længere Tryne eller Næb og 3 mørke Pletter paa Ryggen. D. Hs. Mening om Springer, Spekhugger og Stour-Eining er udentvivl rigtig, eller idetmindste rigtigere end min. Den Spekhugger, jeg har seet hoppe op af Vandet, har ei været større end en Torsk, og da den for og bag var meget stumpet, uden kjendelige Tegn til Sporfinner, tænker jeg det maa være den, man kalder *Stub*. Den rette Spekhugger beskrives derimod langt større, dog mindre end Springeren, samt med en opadbøiet Snude, og maa uden tvivl blive *Orca* Author. At *Stour-Hyningen* henhører til samme Classe, kan saa meget mere være troligt, som der er de, der tale om Spekhuggere, der ere større end Springere, og dele Stour-Hyninger i 2 Slags, nemlig nogle med en hvid Plet paa hver Side, og andre uden samme. Ved denne Anledning maa jeg og erindre, at *Rør-Hvalen* beskrives at have 2 adskilte Blæsehuller, men *Sildehvalen* 2de, som oventil forene sig til et, samt paa Bugen mange Ujævnheder, ligesom et Klæde lagt i mange Folder. Den første maa altsaa være

¹⁾ Lucas Debes, født 1623 i Stubbekjøbing paa Falster, Præst i Thors-havn paa Færøerne 1651 og Rektor ved Skolen og Provst der 1673, død 1776. Skrifter af ham omtales ofte, f. Ex. i Pontoppidans Norges naturlige Historie.

den rette Finnefisk, og den anden derimod Balæna Boops, og som jeg mener Hr. Egedes Nordcaper. Jeg takker meget ærbødigst for den meget behagelige Foræring af Actor. Nidros. 2den Tome og ønsker D. H. megen Lykke til deres ligesaa smukke Spicilegium Floræ Norv. Siden De ikke har Linn. Flora Lapp., vil jeg give mig den Fornøielse at udskrive hvad Author sammesteds melder om Lushatten, saavidt det maaske kan tjene til deres Øiemærke. Efter at han Pag. 177 § 221 har anført den under Navn Aconitum foliis peltotis multifidis hispidis, petolo supremo Cylindroico melder han Pag. seqv. (Her følger da en længere Anførsel paa Latin, som her udelades). Jeg har den Ære-beständig at forblive osv.

Hans Strøm.

Ratvig, 17de Aug. 1764.

4.

Jeg har atter havt den Ære at bekomme D. Hs. Skrivelse og takker ærbødigst for enkelte Underretninger, som fornøier mig mere end alt, hvad jeg Aar og Dag igjennem læser i Aviserne. Gud selv forlænge Deres Dage og formere Deres Kræfter til at fuldføre de begyndte Arbejder, saa kan man vist vente noget retskaffent, som ellers maatte savnes, dels fordi de fleste af vore Lærde liden Nytte gjør med deres Lærdom, dels fordi de nyttige Lærde ere hos os meget kortlivede. At ingen af mine Aphroditæ ere aftegnede, er vistnok en Mangel, som nu ikke kan erstattes, siden jeg forsømte det i Begyndelsen. Siden har jeg vel nogle Gange fundet den siddende paa Østers; men da samme mange Dage tilforn har været fiskede, saa har Exemplarerne ikke været fuldkomne nok eller i sin rette Stand. Ved det, D. H. melder om Bohadsch, og der er opkommen nogen Mistanke hos mig, at hans og mine Mollusca maa have meget tilfælles, saa er

dette en af de fornemste Aarsager, hvorfor jeg skriver dette Brev at forlange samme Author til Laans for en kort Tid, da jeg herved giver min Haand for, at den til Sommeren uskad skal tilbagesendes, enten jeg lever eller dør. Det eneste som kan undskylde min Dristighed og bevæge D. H. til slig Artighed er dette, at jeg anser ham for Stator rei litterariæ(?) hos os og en stor Befordrer af alle nyttige Fornøielser. Mrs. Brünichs Ornithologie blev mig forleden Sommer opsendt, men da Skibet forliste, savner jeg endnu den Nytte og Fornøielse, jeg deraf ventede mig, og da jeg i Aar skrev ham til derom, mærkede jeg, han allerede var reist udenlands. Jeg kan ved denne Leilighed ikke forbigaa, at Msr. Brünichs *Colymbus stellatus* i Atlas Dan. er uden tvivl den samme, som jeg og maaske flere har kaldet *Imber*, og det er kun Hr. Pontoppid. og D. H., som har beskrevet den rette *Imber*. Dette ved jeg dog tilvisse, at de begge kaldes her med dette Navn, og om jeg ikke tager meget Feil, er deres smaa *Colymbi rostro griseo* Unger af bemeldte *Colymbi stellati*. Det er vistnok, at *Skjorvænge* er temmelig stor, og skjønt mindre end de andre Ørne, dog større, end jeg har beskrevet dem. Men til Dato har jeg ei kunnet faa dem at se. Det kan gjerne være, at *Heilo* er et med *Akelo*. Men dette ved jeg dog, at jeg har fundet begge af en Størrelse. Den *Akelo*, jeg melder om, med graa Bryst og Bug, maa nok være at adskille Species, og om jeg erindrer vel, beskriver Klein *pluvialis viridis* af saadan Farve. Sjøbørting kaldes her de Laxe, som avles, fødes, eller blive baarne i det salte Vand til Forskjel for dem, som avles i det ferske Vand, og ere mørkere paa Skindet. Fersk *Vands Brasen* er mig ubekjendt; mon den ikke skulde være den samme som Gjedde — dennes egentlige Skabning ellers vel nok bekjendt — thi den siges af de faa Bønder, som have seet den her, mest at skulle ligne en Valange(?), og imellem Langer og Brosmer er ikke stor Forskjel. Bønder tager hellerikke Sagen

saa nøie. *Gjedde-Rør* (hvorom i min Beskriv.), som og kaldes *Gjeld-Rør*, item *Berg-Rør*, er intet andet end Hun- eller Rognfisken af Rørene, og er for det øvrige ei adskilt fra samme uden i Farven. Til Bevis paa, hvormeget Navne differere, maa jeg anføre dette, at *Elvekongen* (motacilla peet. albo corp. nigro) kaldes her, hvor jeg nu bor, *Lax-tite*, *Blankesteen* har jeg, uagtet al Umage, endnu ikke kunnet faa tilstrækkelig Underretning om. *Knøtter*(?) og *Systerømnik*(?) adskilles her, og alle ved, at Knøtterne har ingen rød Farve som hin. Dog Navnene variere meget, som sagt er. Derimod vil jeg gjerne tro, at min *Natvake* er ikke den rette. Den blev mig vel tilbragt under dette Navn og siden Linnæus kalder den saa, var jeg desto ihærdigere at fæste Tro dertil. Men siden har jeg fundet Aarsag at tvivle derom. Ilde er det, at D. Hs. Flora skal saa længe forhales, og jeg mærker, at det ikke gaar D. H. meget bedre end mig i den Fald. Min Beskrivelses 2den Part har for 4 Aar siden været færdig og nedsendt. Siden faldt jeg paa, at give den en anden Indretning og at anføre alt mærkværdigt under de Gaarder, hvor det forefindes, som De maaske har seet af de til Prof. Schøning tilsendte Kapitler. Da denne Forandring skulde ske af mine Brødre, og Capitlerne af dem maatte beskrives, gik først nogen Tid bort, dog blev omtrent den halve Del trykt, indtil min Broder Kirkeskriveren skulde skille sig fra Biskop Harboes Kontor og tiltræde sit nye Embede, da Værket standsede et helt Aar, og da det endelig blev færdigt til Nytaar 1764, befandtes, at Bogtrykkeren i Sorø havde anvendt Papiret til Kraftes¹⁾ Mechaniske Værker, og kunde ei anskaffe Papir før til indeværende Aars Udgang, da Trykningen skal foretages paany. Hvo som her

¹⁾ Jens Kraft, født i Fredrikshald 1720, blev 1746 Prof. matheseos ved Sorø Akademi. Død 1765. Hans Forelæsninger over Mekanik udkom i Sorø 1763—64.

skal udrette noget, maa altsaa belave sig paa Taalmodighed. Jeg har nylig tilsendt det Kjøbenhavnske lærde Selskab en Afhandling om 10 Søvæxter¹⁾, hvoriblannt ogsaa vare en Del af de til D. H. indsendte smaa Tang-Arter. I min seneste Afhandling om Insekter har jeg mærket et Par Feil, som jeg ønsker ved D. H.s Hjælp at faa rettede, førend Afhandlingen nedsendes, skjønt jeg og har skrevet mine Brødre til derom, ifald Afhandlingen skulde være nedsendt, førend dette indløber, da D. H. kan befries for den Umage. Sidst iblandt Carabi anføres en ved Navn *Distinctus*, som dog neppe bliver nogen anden end *fenugeneus*(?) Linnæi, skjønt samme her altid eller idetmindste som oftest falder rødsort. Denne bør da udelades tilligemed næst foranførte *Carabus atro-rufus*, og derimod tilsættes 1. *Carabus (atro-rufus) ater. subtus rufus elytris mollibus*, som egentlig er den samme, men bør beskrives saaledes: den er til 3 Linier lang, har hjertedannet Hals skjold med en Fure i Midten og Indtrykkelser paa Siderne. Vingedækkerne ere fint stribede samt bløde og bøielige. Bugen er og blød. Farven er oven til rødsort, men nedenunder mørkerød, ligesom paa Fødderne og Følehornene. Under Vingedækkerne sees kun ganske lidet Tegn til Vinger, saa den kan regnes blandt apteros. I Henseende til de bløde Vingedækker ligner den meget foranførte *Carabus mollis*, alene at denne sidste har Punkter i Vingedækkernes Striber, som fattes hin. 2. *Carabus (rufescens) ater, subtus rufescens, elytrissolidis*. Er dobbelt saa stor med bredere Hals-Skjold og haarde Vingedækker, som har dybe Striber. Farven er oventil mere begsort, og nedenunder mere sortrød ligesom paa Fødder og Følehorn. NB. Denne er tilforn anmeldt i en Anmærkning, som nu bortfalder og udslettes. Jeg tager mig en stor Dristighed, at jeg bemøier D. H. med saa ringe Ting. Jeg har og skrevet

1) Trykt i Dansk Vid. Selsk. Skr. 10de og 12te Tome.

derom til mine Brødre, som nok besørge disse Rettelser, ifald D. H. ei skulde finde Leilighed dertil, for det øvrige reko-menderer jeg mig som tilforn i D. Hs. Bevaagenhed og hen-lever med største Veneration osv.

H. Strøm.

Øren Præstegd., 14de Octbr. 1765.

P. S. Ifald D. H. har noget at sende mig, kan det sen-des til Sorenskriver Heide, som nok besørger det.

P. S. Fra Hatløen har jeg Prøver af graa Kalksten, som jeg efter Beskrivelse har holdt for den almindelige hvide Kalksten-Art, som her mangesteds antræffes. NB. Den under-jordiske Talg eller Fedt, hvorom meldes acta Svec. 1743 1 og 2 Afhandl., og som i Vogels Mineralogi kaldes Serum minerale, har jeg i Aar fundet i en Myr her paa Præste-gaarden.

5.

Jeg kan ikke sige, hvor fornøiet jeg blev ved Ankom-sten af D. H.s særdeles ærede Skrivelse, som ei indløb førend den 20de April og var følgelig $4\frac{1}{2}$ Maaneder gammel. Jeg ser deraf, at D. H. ei har taget min dristige Begjæring ilde op, som jeg frygtede for, og takker hjertelig for den tilsendte Bog, som var mig til megen Fornøielse og Nytte. Efter at jeg i nogle faa Dage har løbet den igjennem, sender jeg den nu ufortøvet tilbage af Frygt for, at den gjør en ligesaa langsom Tur til Throndhjem igjen som derfra hid, ligesaa tilsendes efter Forlangende Linn. Flora. Lapp., hvilken D. H. kan beholde saa længe De behøver den. Jeg er meget obli-geret for D. Hs. gode Løfte at forsyne mig med et Exemplar af sin Flora, hvilken jeg gjerne modtager, hvordan den er, dog kan et Exemplar paa Trykpapir være mig godt nok. Ligeledes tager jeg med Glæde imod det Tilbud at forskrive mig den nyeste Edition eller Udtog af Dillerii Værk De Muscis, som jeg vel aldrig faar uden ved D. Hs. Hjælp, og

vil derfor have mig den samme ærbødigst udbedet. Jeg kan ei andet end approbere og admirere D. Hs. Forslag at sende Studenter til Upsala; thi ellers vil Arbeidet falde altfor svært, og det synes at nogle sove sig ihjel, at andre skal arbeide sig til døde. Jeg har ellers tænkt at erindre D. H om nogle Personer, som jeg kjender, og efter mine Tanker burde inviteres at træde ind i Deres Selskab, da De udentvivil vilde blive nyttige Lemmer. Saadanne ere Hr. Tyrholm¹⁾ paa Bragnæs, Hr. Steenbuch²⁾ ved Throndhjem og en Foged ved Navn Randulf³⁾, som om jeg erindrer ret, har givet os den chemiske Underretning om Jordarter og Agerdyrkning. Angaaende Bohadsch, da har jeg deraf lært adskilligt. 1. De grene- og trælignende Horn, som sees paa min Søhane, blive nok Pulmones, thi da Hjertet sidder i Ryggen, saa kan Lungerne ogsaa finde der sit Sæde. 2. Hans Argus bliver ikke Jonst-(?) Lepus Moring, om det er som jeg vist formoder, at Jonstons og min er et. Argus ligner den vel meget, men ikke aldeles. I Henseende til forskjellige vil jeg kun nævne dette, at Argus har Corpus plagioplateum, men min — her menes ikke den førnævnte No. 1 — convexum som Jonst. Tegning viser; den samme er ganske god, naar undtages, at de koniske Ører burde været flaskede og de 9 Blade ved Rumpen krusede; dog naar den trækker Bladene ind i Kroppen, sees lidet eller intet til Krusene, saa Tegningen i dette Tilfælde kan passere. 3. Hans Hydra og min *Somige* bliver et og samme Creatur. Dette slutter jeg af 2 døde Exempla-

1) Nils Henrik Tyrholm, Søn af Kancellieraad Mikael Tyrholm, Præst i Vansø. Præst 1760 ved Fredriks Hospital i Kjøbenhavn og 1765 Præst til Bragernæs og Strømsø, død 1766, udgav nogle naturhistoriske Afhandlinger.

2) Hans Steenbuch, født $\frac{20}{5}$ 1722 i Væø, hvor Faderen Erik Pedersen Leganger var Præst, men kaldte sin Søn efter sin Ven Prof. H. Steenbuch, blev 1757 Præst til Melhus, død 1800. En Søn af ham var Prof. jur. i Kristiania Henrik St., f. 1774, død 1839.

3) Peder Randulf, Foged i Indherred, død i Kjøbenhavn 1776, 53 Aar gl.

rer, jeg forleden Aar fik at se. Det ene var tykt som en Haandlede og en Spand langt, det andet kun 1 til $1\frac{1}{2}$ Finger langt og 1 Tomme bredt samt krumt som Hydra fremstilles. Begge havde lige saadanne koniske Vanter udentil i Skindet og samme lange Muskler paa Skindets indvendige Side som hans Hydra. De mange tentacula foran og paa Bugen fandt jeg ikke, og undres ikke derover siden Bohadsch selv melder, at de sees ikke mere, naar den er død. I forreste og bagerste Ende havde de ellers en Aabning. — Det er bekjendt, at Sømigen sprøiter Vand af sig, ligesom Hr. Bohadsch beretter om sin Hydra — Hr. Bohadsch tager uden Tvivl Feil, naar han mener, at Jonston eller Aldrovardy har blot efter Fiskeres Beretning givet hans Argus Navn og Lighed med en Hane; thi dem jeg mener og som Jonston udentvivl sigter til, ligner ganske en siddende Hane som og hans Tegning. Lader D. H. flittig lede under Tanget paa Bjergene ved Søen, tør han nok finde dem; thi der har jeg fundet mange deraf. Om Sømigen og adskillige andre Ting tænker jeg at kunne give nogen Underretning i mine Anmærkninger til Descript. Søndm. p. 1, som allerede er færdigskrevne og destineret til 5te Tome af Deres Acta, men indsendes ikke denne Gang; siden der vel ikke saa hastig behøves; imedens jeg bier dermed, kan et og andet nyt forefalde. Imidlertid ligger den færdig til Tjeneste¹⁾. Foruden de Insekters Beskrivelse, jeg forleden Aar nedsendte til det Kjøbenhavnske Selskab, har jeg nu nogle færdige at nedsende, saa de i alt blive 10 som forrige Gang. De sidste er 1. *Orme-Rør paa Østers*, siden jeg ser, at Linnæus ei kjender de animalia, som bor i Dentalia, men sætter samme Post in blanco, saaledes: animal . . . Jeg har fundet i disse en skjøn Purpurfarve, som er intet andet end deres Æg. Østerskallen selv tingeres ofte af denne Purpurfarve. 2. *Lavelusen*, hvis ovaria ser ud

¹⁾ Trykt i Norske Vidensk. Selsk. Ny Samling. I.

som lange Streng, mere end 2 Gange saa lange som den hele Krop. 3. *Lumbricus cirrhis longissimis*, som jeg har meldt om i min Beskrivelse og Hr. Linnæus tilmeldte mig i sin Skrivelse, at han ikke kjender. Den samme skriver han om Fig. 1, 16, 17, 20. 19. 12. 13. Tab. 1 i min Beskriv. Jeg erindrer og, at han meddeler om *Vrette-Myren*, sigende, at den er *mimosa scandens*, hvilken jeg dog ikke finder i hans *Spec plant. edit. 1*. Han har faaet dem fra de norske Strander og plantet dem i sit Orangerie. Jeg tager mig her ved den Fornøielse at tilsende et lidet Stykke af et Søtræ, som ligner de hvide og skjøre Søtræer i alle Ting, saavidt jeg ser, undtagen i Farven. Det er nu et Par Aar gaaet og beholder vel altsaa stedse sin røde Farve. Maaske det er af selvsamme Slags det, der meldtes om i Aviserne fra Thronhjem for kort Tid siden. Jeg erindrer, at D. H. forrige Gang meldte om 2 Ferskvandsfiske *Sjøbørtling* og *ferskv. Brosme*, hvilke jeg vel ikke kjender, men slutter dog, at den første er intet andet end Laxen, siden samme her kaldes *Sjøbørtling*, naar den er meget blank paa Skindet og derfor menes at være avlet (eller ligesom fød, baaren) i Saltvand, hvorimod den, som avles i Ferskvandet, siges at være mørkere. I Sverige kaldes et Sl. Ørret *Børtling*, hvilket sees af *Fauna Sv.* Ferskvands *Brosme* kan vel ei være andet end et Sl. *Mustela fluvialis*, siden *Brosmen* mest ligner det Slags Fiske. Nær havde jeg glemt at besvare D. Hs. Spørgsmaal angaaende *Brygden*, hvilken ingen her, saavidt jeg har hørt eller spurgt, har seet at lette Hovedet i Veiret eller ovenfor Vandet. Da Budet haster, hvormed dette afgaar, maa jeg herved afbryde, forblivende med største Taknemmelighed og Veneration osv.

H. Strøm.

Øren Præstegd., 25de April 1766.

6.

Jeg takker ærbødigt for den Ære af D. Hs. Skrivelse for forrige Aar og ønsker intet heller end Vedligeholdelsen af en for mig saa nyttig og behagelig Correspondence. Efter Løfte indsendes nu en ny Afhandling om Insekter, som er bleven temmelig vidtløftig, men dog med Flid forkortet, siden det for Kobberstikkets Skyld ei vel vilde lade sig gjøre at dele den. Til andet Aar kan jeg altid blive istand til at tilveiebringe en ny af samme Art og Vidtløftighed eller i den Sted Supplementa til min Beskrivelse over Søndmør, særdeles 2den, 3die, 4de og 5te Kapitel, som ligeledes vil blive temmelig vidtløftige. Mine meteorologiske Observationer for forrige Aar fremsendes i Haab, at deres Ufuldkomnethed undskyldes. Det øvrige er, som D. H. ser, ikke af mig, men en Person ved Navn Jens Krogh¹⁾, en Søn af Hr. Thomas Krogh, Sognepræst til Davigen i Nordfjord. Han har et godt Genie og bliver nok i Stand til at præstere noget retskaffen, naar han encourageres, hvilket jeg mente bedst kunde ske ved at gjøre ham bekjendt med D. H. Den øvrige Anledning sees at have eget medfølgende Brev, som jeg beder gunstigt maatte modtages. Jeg er D. H. største Tak skyldig for meddelt nova litteraria, især for Udtoget af Bohadsch, hvis pulmones ramosi ad anum giver mig stærk Formodning om, at mine Cornua dorsalia arborescentia eller romosa ere ligeledes pulmones, skjønt jeg ingen Bevægelse har fundet hos dem, der kunde bringe mig paa de Tanker, da dog Hjertets Bevægelse hos samme Dyr er kjendelig nok. Hans Beskrivelse over den egentlige Lepus marinus kommer just ikke overens med den, jeg har holdt derfor, og ligner

¹⁾ Jens Andreas Krogh, født 1740 i Daviken, hvor Faderen Thomas Georg Krogh (født i Ørskoug 1714, død som Sgpr. til Vik 1785) dengang var Sognepræst. Blev 1769 Medhjælper hos Faderen og 1777 dennes Eftermand i Daviken, 1780 Sgpr. til Nykirken i Bergen, død 1783.

Jonstons Aftegning over *Lepus marinus* fuldkommen, naar 1. undtages, at Ørene paa min ere flaskede. 2. at Bladene i Rumpen, der ere 9 i Tallet, ligne fuldkommelig krusede Kaalblade. Efter Bobadsches Theori skulde vel og disse Blade blive pulmones, hvilket synes underligt. Noget særdeles Mærkværdigt i Henseende til Norges Naturhistorie er mig ikke nylig forekommet. Den Fisk *Cataphractus* Anthon., med 4 Horn paa Næsen fik jeg dog forleden Høst. Intet længes jeg nu mere efter end D. Hs. *Specilegium plantar.* og vil ydmygst udbede mig et Exemplar deraf, da jeg med største Fornøielse betaler hvad den koster. At beskrive og aftegne en Del rare Søvæxter har jeg vel tænkt paa. Men nu er mit Forsæt standset ved det jeg er kommen til at bo saa langt fra Havet, foruden det at det er vanskeligt at skille det rare fra det almindelige, saa længe man ei har fornødne Skrifter. Til Slutning aflægger jeg min ærbødigste Hilsen og har den Ære med største Høiagtelse at henleve osv.

Hans Strøm.

Øren Præstegd., 6te Mai 1766.

P. S. Kunde D. H. give mig nøiere Oplysning om de Fuci(?) jeg forrige Aar tilsendte Dem, skede mig en Tjeneste. Fra Hr. Linnæus har jeg nylig havt et Brev, som var mig saa meget mere uventeligt, som jeg aldrig har skrevet ham til. Men da han takker for mit Brev og tilsendte Bog, slutter jeg, at en af mine Brødre har skrevet ham til i mit Navn. En Del rare Insekter og testacea jeg tilsendte Monsr. Brüniche har denne og tilsendt ham i mit Navn. Hr. Linnæus viser sig meget fornøiet med min Beskrivelse og glemmer ei at tillægge vor rettelig store Biskop Gunnerus sin velfortjente Berømmelse. Hans nye Systema kommer ud til Vaaren. Ellers har han nylig været angrebet af en farlig Sygdom uden Haab om Restitution, men dog lykkelig overvundet den.

7.

D. Hs. seneste meget Ærede af 20de Mai var opfyldt med saa mange nye og rare Efterretninger og tilbragte mig en saa særdeles Fornøielse, at jeg for at vise min Erkjendtlighed, om ei for anden Aarsag finder mig forbunden at besvare samme. Jeg takker da derfor ærbødigst og ønsker af Hjertet at Gud vilde vedligeholde og formere Deres Kræfter i mange Aar, helst siden jeg ved af Erfarenhed, hvormeget det svækker Kræfterne at gribe sig saa stærkt an paa en Gang. Jeg havde ved denne Leilighed foresat mig at indsende mine færdigliggende Anmærkninger til Søndmørs Beskrivelse, men betænkte igjen, at det formodentlig ei haster saa længe ei den 4de Tome er udkommen, og jo længere Tiden kommer, jo mere fuldkomne kan de blive. Jeg tænker deri at kunne sige et og andet nyt; visse Stykker nødes jeg og til at oplyse med Tegninger, saasom et Slags *Silices figurati*, *Blankestenen*, den *smaanebbede Alk* etc. *Blankestenen* er et *Sl. Lax*, og saavidt jeg af alle mærke kan en *Salmo immaculatus Linnæi*, som neppe tilforn findes aftegnet. Den *smalnebbede Alk* ligner i Henseende til *Nebbet Lomvien* fuldkommen. Men da denne er hel sort paa Hoved og Hals, saa er derimod Farven paa hin aldelts som paa *Klubalken*, naar jeg undtager den hvide *Streg* fra *Nebbet* til *Øinene*. Jeg staar derfor endnu i *Tvivil* om jeg skal antage den for en *Art Forandring* af *Lomvien* eller en *ny Alke-Art*, og det, som kommer mig mest underligt for, er dette, at den saa ofte sees i *Fjordene*, hvor dog *Lomvien* og *Klub-Alken* sjelden eller aldrig fornemmes, saavidt mig er vitterligt. Men D. H. ved maaske bedst at opløse dette *Tvivilsmaal*. En af de fornemste Aarsager, hvorfor jeg skriver denne Gang, er at føre D. H. fra den *Vildfarelse*, mit forrige *Brev* maaske har bragt Dem i angaaende *Somigen*. Jeg maa da sige, at jeg siden *Udgaven* af min *Beskrivelse* har seet 2de *Exem-*

plarer, skjønt begge døde. Den første — saadan en har jeg engang seet komme af Kjæften paa en Torsk, men den var død og slunken —, som fandtes hængende ved Torskegarn var omtrent 1 Spand lang, af Tykkelse som en Haand bred, ovenpaa besat med bruskagtige Knuder af en konisk Skikkelse, eller rettere inden i Huden besat dermed. Ovenpaa var den blodrød og sagdes at kunne gjøre sig haard som en Hummerskal, da den var levende. Indeni havde den mange Strengte eller Muskler ligesaa lange som Kroppen og fastsiddende til Huden. Foran sad et bruskagtigt Ben omtrent af Skikkelse som en Hestesko, og i samme syntes mig var en Aabning, som svarede til den udvendige Mund. Henved hin eller bageste Fod syntes og at være et Hul. Den og hin blev mig tilbragt under det Navn *Botne-Aat* (Aat, som ligger paa Bunden, sagdes at være kommen af Munden paa en Fisk) og bliver maaske et andet Species, skjønt jeg, da jeg skrev mit forrige Brev, ansaa dem for et. Den var kun lidet længere end en Finger, og ganske lidet tykkere, derhos var den og krum og lignede følgelig Hydra Bohadschii allermest i Henseende til udvortes Anseende, skjønt den ei var saa lang. Jeg fandt alt det samme hos denne som hin, undtagen det bruskagtige og krumme Ben indeni forreste Ende, hvilket jeg ei observerede. Dette er alt, hvad jeg kan berette om disse Dyr, og saavidt jeg kan slutte, bliver der neppe nogen væsentlig Forskjel imellem den første og den og Deres *Holothurium tæmulum*. Nær havde jeg glemt at takke for Deres Flora, som blev mig tilsendt i Sommer fra Sorenskriver Heide, hvilken jeg og har givet Ordre at betale den. Den er saadan, at jeg for min Part inderlig længes efter Fortsættelsen, skjønt jeg maa tilstaa, at D. H. allerede har gjort mere, end man kunde vente. I min Urt-Fortegnelse har jeg endnu begaaet en stor Feil, som jeg ved denne Leilighed vil erindre. *Agrostis Fugegræs* skal egentlig være *Agrostis Capillaris*, og *Hypericum colycibus serroto-glandulosis*, Hype-

ricum pulcrum. At Drosera eller deres Deig fordriver Ringorme har jeg erfaret. Artemia Buegræs (forstaar dens Knopper), sat paa Brændevin er ypperlig mod Durchløb, som Monsr. Krogh først og efter ham jeg har erfaret. Qviste af Betula liernus lagde i Mel fordriver Mid. Kagger gjort af samme Træ har en lige Virkning, naar Mel deri forvares. Under udhængende Fjeld- eller Bjerghvælvinger har jeg fundet en Tremella longitudinalis perduca actero latera serata, som jeg holder for en ny Væxt; dog om alt dette mere i mine Anmærkninger. Ilde er det, at i Østerlandene ei findes nogen, som kan gaa D. H. til Haande. Med Prof. Oeder¹⁾ synes jeg, det gaar langsomt, og Hr. Tyrholm tabte vi forhastigt. Intet Foretagende kan være nyttigere end at sende Studenter til Upsala, ilde var det, om samme med fortrædelige Hendelser skulde hindres. Nu falder det mig ind, om D. H. har observeret ved Deres medusa togata (urtica major Jonston), at dens Cirrhi ere pertusi og sprøite Vand i en høi Straale, naar de trykkes; de har og en stærk Altraktion til alt, hvad man holder til den, endog poleret Jern. En Nereis marina har jeg stukket den i Munden og befundet, at den sugede eller trak den ind i sig. Exerementa har jeg ogsaa seet gaa ud af samme Orificium, skjønt ventelig igjennem en anden Canal. Neritæ marinæ har jeg undertiden fundet i dem, naar jeg har skaaret dem op. Med min Reise til Bergen i Aar havde jeg tildels den Hensigt at blive bekjendt med kyndige Mænd i Landets Naturhistorie, men forjæves. Smukke Samlinger fandt jeg hos adskillige, helst Cancelleraad Boalt²⁾, men ingen rette Kjendere, dog mær-

1) Georg Kristian Oeder, den bekjendte Botaniker, født i Anspach 1728, var i forskjellige Stillinger i Danmark og Norge, var en kort Tid 1772 Stiftamtmand i Thronhjem, død 1791, gjorde i Aarene 1755—60 botaniske Reiser i Danmark og Norge og udgav de første 12 Dele af Flora Danica, som fortsattes af Müller, Wahl og Hornemann.

2) Jens Boalt blev 1756 Rektor i Bergen, død 1781.

kede jeg stor Lyst hos mange og blev og forsynet med en Del rare indenlandske Insekter. Den unge Apotheker de Besche er den eneste, som har havt Linnæi Undervisning. Men ham talte jeg kun engang med saa kortelig, tror og neppe han kjender andet end Apothekerurter. Ofte har jeg tænkt, men ligesaa ofte glemt at spørge om D. H paa sin Visitatsreise ei har faaet nogen nøiere Kundskab om den Saltkilde paa Gaarden Gørhem i Overhalden, hvorom i min Beskrivelse Pag 56. Men jeg opholder Dem altfor længe, vil derfor kun gjentage mit forrige Ønske om al aandelig og legemlig Velsignelse over dem, forbliver osv.

H. Strøm.

Øren Præstegd., 16de Sept. 1766.

P. S. Naar jeg nøiere efterser D. Hs. Beskriv. over Lomvien som 3 Actor., finder jeg, at den fuldkommen passer til min smalnebbede Alk, følgelig blive de begge een Fugl. Men hvad skal man da gjøre af den Lomvie, jeg nylig har seet med ganske sort Hoved, Strube og Hals alt ned til Brystet. Mon den ikke skulde være Colymbus toille Linnæi? Af hans Description synes mig, man kunde slutte det. Mig synes, at den var lidt tykkere og større end den smalnebb. Alke og besidder derfor et Neb $1\frac{1}{2}$ Tom. 1 Lin. langt fra Mundvigerne, $2\frac{1}{2}$ Tom. langt ved Underkjævens Bugt, hvor det er bredest, samt $\frac{1}{2}$ Tom. høit; henved Overkjæbens Spidse sees en sløv Tand eller Indskjærelse osv.

Udkast til en Autobiografi af Justitsraad Kristopher Hammer.

Meddelt af J. BELSHEIM.

I den Hammerske Samling i Norske Videnskabers Selskabs Bibliothek i Throndhjem findes et Hefte med forskjelligartet Indhold, Excerpter af Skrifter, Concepter m. m., alt med C. Hammers Haand. I Slutningen af Heftet er et paa-begyndt Udkast til hans Autobiografi. Da denne ikke alene indeholder en Del Oplysninger, som ikke findes i J. Mandix' Biografiske Efterretninger om C. Hammer i Norske Videnskabers Selskabs Skrifter i 19de Aarh. I. Bd. og tillige giver nogle Oplysninger om Skoleforhold i Hammers Ungdoms Tid, meddeles Udkastet til Autobiografien her. Manden var paa sin Maade en Patriot og havde levende Interesse for Naturkundskaber, hvorfor det her maa være rette Plads for hans Levnets-Udkast.

Som man ser, rækker denne Autobiografi ikke længer end til 1746, da H. var 26 Aar gl. Han blev 1752 Generalkonduktør for Landet og Kjøbstæderne i Aggershus Stift, fra hvilket Embede han fik Afsked 1801. Han døde som Justitsraad paa sin Gaard Melbostad i Gran 1804. Ved Testament af 1781 havde han skjænket sine Midler, Bøger og Naturalier til Norske Videnskabers Selskab i Throndhjem. Som Konduktør havde han anlagt den gamle tunge og bakkede Hovedvei over Filefjeld. Dette har han anseet saa vigtigt

og fortjenstfuldt, at han har ladet hugge en Indskrift derom i en stor Sten ved Veien i en af de bratteste Bakker strax ovenfor Mariestuen.

Som bekjendt udgav H. adskillige Skrifter; men disse skulle ikke have synderligt Værd.

Vita

Jeg Christopher Hammer er fød paa Hadelan i Grans Præstegaard, hvor min S. Fader var Proust, Anno 1720 d. 20 Augustie. Da jeg nu var bleven 10 Aar gammel, døde min F. Andreas Hammer, og min M. Bergitha Coldevin tilligemed min Søstere Karren og Inger Maria Hammer levede igjen i megen Sorg, der efter gik jeg i latinsk Skole 1 aar hos min Morbroder Kort Coldevin, som under største Flid oplærde mig, med intet bædre imod mig end en Tyran, fra ham kom jeg da til Christiania til Monsr. Bændich, som ogsaa meget flitteligen, men dog strængeligen lærte mig, fra hvilken siden 1 halvt Aar var forløben, kom jeg til Arbin, som meget negligerit og uden flid lærte mig 1 Aar og et halvt, saa jeg glemte mer en jeg lærte; endeligen, da jeg havde været hjemme en heel sommer og glæmt meget, kom jeg til den smukke og fromme Mand Hr. Green i Gulbrandsdalen paa Froen, som uden huug og den mindste onde mine og ord, men med stor flid oplærte mig 2 aar og 1 halvt, som demiterte mig i mit 17de paa det 18de aar, da jeg havde gaæet i 5 aar i skolen, til Accademiet med saadant Testimonio. (Her følger da Testimoniet, ledsaget med den Oplysning, at han betalte det med 8 Rdl, og derhos ledsaget med et latinsk Digt, hvilket alt her udelades).

Siden reiste jeg til Kiøbenhavn og kom her paa 2 dage, da jeg landede den 23de om aftenen Kl. 10. Den 28 Junie leverede jeg mit Testimomum, tilbage 4 Rd. Den 12 July Ao 1738 var jeg oppe til examen artium og fik 11 bene

loci com.	catech.	hebr.	græc.	lat.	hist.	phys.	geogr.	astr.	log.	metaph.	eth.	geomet.
b	b	b	b sed hæsi- tan- ter.	opt.	b	b	b	b	b	b	b	0

hele Genesis til Deposit. og hele Novum Testamentum græcum. Den 26 July var jeg oppe i examen Styli. Horrebov vor decanus.

(Her følger da Stilprøven, først den latinske Oversættelse af den medfølgende latinske Text, den er meget kort; maaske den ikke er meddelt fuldstændigt, hvorfor den heller ikke her afskrives. Der er og slaaet Streg over det meste.).

1739 tog Jeg examen Philosophicum og fik laudabilem, i Hebraisken angav de Historiske Bøger med Berømmelse. Da jeg havde gaaet 1 Aar paa Hr. Hans Tuller¹⁾ Hebraiske Collegier, lærte Hebraiske Accentuation, Chaldaisk, Syrisk og Arabisk, søgte derefter Theologiske Collegier, blev klar fra Academiet, var i 5 Aar i Grans Præstegaard hos min Sognepræst Hannibal Hammer, blev øvet i Homilitiken og udi Prædikestolen, i 1 Aar studerte Jura, reiste saa til Kbhavn 1746. (Det øvrige mangler i Haandskriftet.)

¹⁾ Denne Hans Tulle er — ifølge Kraft og Nyerups Literaturlexikon — født i Norge, blev Student 1733, Præst i Hjørlande i Sjælland 1740 og døde 1743. Han udgav i 1740 et Skrift: »Bibelys i det exegetiske Mærke« S. 176 4to. Ifølge en Notits i S. J. Ahnanders Anvisning til et i udvalgt theologisk Bibliothek II. Stockholm 1763 S. 152, gjorde denne Bog megen Opsigt, da den kom ud, og den betegnes som et med megen Flid, Arbeidsomhed og Læsning forfattet Arbeide. Af denne Hammers Biografi ser man, at denne Hans Tulle en Tid har holdt Forelæsninger ved Universitetet over Hebraisk. Det har ikke været Meddelelsen muligt at finde flere Oplysninger om denne Mand.

Classification und Integration von gewöhnlichen Differentialgleichungen zwischen x, y , die eine Gruppe von Transformationen gestatten. IV.

Von
SOPHUS LIE.

Eine gewöhnliche Differentialgleichung zwischen x, y

$$y^{(n)} = F(x, y, y', \dots, y^{(n-1)})$$

ist bekanntlich immer reductibel auf die lineare partielle Differentialgleichung

$$Af = 0 = \frac{df}{dx} + y' \frac{df}{dy} + \dots + y^{(n-1)} \frac{df}{dy^{(n-2)}} + F \frac{df}{dy^{(n-1)}}.$$

Setzen wir insbesondere voraus, wie in dieser Abhandlung geschehen soll, dass F gar nicht die Grösse $y^{(n-1)}$ enthält, so kennt man einen *Jacobischen* Multiplikator von $Af = 0$, nämlich 1. Gestattet nun $y^{(n)} = F$ überdies eine bekannte (oder unbekante) infinitesimale Transformation, so kommen meine allgemeine Untersuchungen über Beziehungen zwischen Integralen, Multiplikatoren und infinitesimalen Transformationen eines vollständigen Systems zur Anwendung.

In der nachstehenden Arbeit betrachte ich zuerst ein $(n - 2)$ -gliedriges vollständiges System zwischen n Variablen

$$A_1 f = 0 \dots A_{n-2} f = 0 \quad (x_1, x_2, \dots, x_n)$$

und nehme dabei an, dass ich schon einen Multiplikator M , und eine infinitesimale Transformation

$$Bf = \xi_1 \frac{df}{dx_1} + \dots + \xi_n \frac{df}{dx_n}$$

desselben kenne. Sind dann die $A_k f = 0$ auf eine solche Form gebracht, dass alle $(A_i A_k)$ identisch verschwinden, während Gleichungen der Form

$$B A_i f - A_i B f = \lambda_{i1} A_1 f + \dots + \lambda_{i, n-2} A_{n-2} f$$

bestehen, so ist der Ausdruck

$$I = B \log M + \sum \frac{d\xi_k}{dx_k} + \sum \lambda_{kk}$$

(Math. Ann. Bd. XI, p. 508) nach mir entweder eine Constante oder aber eine Lösung des vollständigen Systems. Tritt der erste Fall ein, und ist dabei die betreffende Constante gleich Null, so ist M , wie ich bei einer früheren Gelegenheit ohne Beweis angedeutet habe, ein Multiplikator des vollständigen Systems

$$A_1 f = 0 \dots A_{n-2} f = 0, Bf = 0,$$

sodass die zugehörige Lösung sogleich durch eine Quadratur gefunden wird; hiernach giebt eine neue Quadratur die noch fehlende Lösung des Systems $A_k f = 0$. Ist dagegen der Ausdruck I identisch gleich einer nichtverschwindenden Constante, so verlangt die Bestimmung der Lösung des Systems $A_k f = 0, Bf = 0$ die Integration einer gewöhnlichen Gleichung erster Ordnung, die im Allgemeinen nicht durch Quadratur erledigt werden kann. Ist diese Integration geleistet, so kann, beweise ich, die Bestimmung der noch fehlenden Lösung des Systems $A_k f = 0$ nicht allein, wie im früheren Falle, durch Quadratur sondern sogar durch Differentiation geleistet werden.

Nach der Auseinandersetzung dieser allgemeinen Theorie betrachte ich überhaupt Differentialgleichungen n^{ter} Ordnung

$$y^{(n)} = F(x, y, y' \dots y^{(n-2)}),$$

welche die Grösse $y^{(n-1)}$ nicht enthalten, und bestimme zunächst alle Transformationen, welche jede derartige Gleichung in eine Gleichung ähnlicher Form umwandelt. Darnach bestimme ich alle solche Gleichungen, die eine continuirliche Gruppe von Transformationen in sich gestatten und reducire sie auf einfache canonische Formen. Endlich zeige ich, wie die Integration einer derartigen Gleichung in einfachster Weise geleistet werden kann.

§ 1.

Beziehungen zwischen Multiplicatoren und inf. Transformationen eines vollständigen Systems.

Ein vollständiges System kann nach *Clebsch* und *Mayer* immer auf eine solche Form

$$A_k f = X_{k1} \frac{df}{dx_1} + \dots + X_{kn} \frac{df}{dx_n} = 0 \quad (x_1 \dots x_n)$$

$$(k = 1, 2 \dots q)$$

gebracht werden, dass die *Jacobischen* Ausdrücke ($A_i A_k$) sämmtlich gleich Null sind. Setzen wir nun voraus, dass unser vollständiges System eine bekannte infinitesimale Transformation

$$Bf = \xi_1 \frac{df}{dx_1} + \dots + \xi_n \frac{df}{dx_n}$$

gestattet, dass also q Relationen der Form

$$B A_i f - A_i B f = \lambda_{i1} A_1 f + \dots + \lambda_{iq} A_q f$$

bestehen, ferner dass ein Multiplikator M des vollständigen Systems vorgelegt ist, so bestimmt der Ausdruck

$$B(\log M) + \sum \frac{d\xi_k}{dx_k} + \lambda_{11} + \lambda_{22} + \dots + \lambda_{qq} = I$$

bekanntlich entweder eine Lösung von den $A_k f = 0$ oder eine Constante. (Math. Ann. Bd. XI, p. 508).

Wir werden den wichtigen Fall, dass I eine absolute Constante darstellt, näher discutiren, und setzen dabei zunächst voraus, dass I identisch gleich Null ist.

Zu den q vorgelegten Ausdrücken $A_1 f \dots A_q f$ fügen wir, wie bekanntlich immer möglich, $n - q$ solche weitere Grössen $A_{q+1} f \dots A_n f$, dass die Ausdrücke $(A_i A_k)$ sämmtlich verschwinden und dabei keine Relation der Form

$$\rho_1 A_1 f + \dots + \rho_q A_q f + \dots + \rho_n A_n f = 0$$

stattfindet. Bringen wir sodann Bf auf die Form

$$Bf = \alpha_1 A_1 f + \dots + \alpha_n A_n f$$

und setzen

$$B'f = Bf - \alpha_1 A_1 f - \dots - \alpha_q A_q f = \alpha_{q+1} A_{q+1} f + \dots + \alpha_n A_n f$$

so wird einerseits

$$B' A_k f - A_k B' f = (\lambda_{k1} + A_k \alpha_1) A_1 f + \dots + (\lambda_{kq} + A_k \alpha_q) A_q f$$

und andererseits

$$B' A_k f - A_k B' f = -A_k \alpha_{q+1} \cdot A_{q+1} f - \dots - A_k \alpha_n \cdot A_n f,$$

woraus hervorgeht, dass die rechten Seiten in diesen beiden Gleichungen identisch verschwinden, und dass daher die λ die Werthe

$$\lambda_{k1} = -A_k \alpha_1 \dots \lambda_{kq} = -A_k \alpha_q$$

besitzen.

Ich behaupte nun, dass M ein Multiplicator des vollständigen Systems

$$A_1 f = 0 \dots A_q f = 0, B'f = \sum \eta_k \frac{df}{dx_k} = 0$$

darstellt, anders ausgesprochen, dass der Ausdruck

$$B'(\log M) + \sum \frac{d\eta_k}{dx_k}$$

identisch verschwindet¹⁾. Zum Beweis bilden wir zunächst die Gleichung

$$B' \log M = B(\log M) - \alpha_1 A_1(\log M) - \dots - \alpha_q A_q(\log M)$$

und darnach mit Berücksichtigung von den Relationen

$$\eta_k = \xi_k - \alpha_1 X_{k1} - \dots - \alpha_q X_{qk}$$

die Gleichung

$$\begin{aligned} \sum \frac{d\eta_k}{dx_k} &= \sum \frac{d\xi_k}{dx_k} - \alpha_1 \sum \frac{dX_{1k}}{dx_k} - \dots - \alpha_q \sum \frac{dX_{qk}}{dx_k} \\ &= \sum \frac{d\alpha_1}{dx_k} X_{1k} - \dots - \sum \frac{d\alpha_q}{dx_k} X_{qk} \end{aligned}$$

die, da M ein Multiplicator des vollständigen Systems $A_k f = 0$ darstellt, die Form

$$\begin{aligned} \sum \frac{d\eta_k}{dx_k} &= \sum \frac{d\xi_k}{dx_k} + \alpha_1 A_1(\log M) + \dots + \alpha_q A_q(\log M) \\ &\quad - A_1 \alpha_1 - A_2 \alpha_2 \dots - A_q \alpha_q \end{aligned}$$

annimmt. Also wird

$$\begin{aligned} B' \log M + \sum \frac{d\eta_k}{dx_k} &= B(\log M) + \sum \frac{d\xi_k}{dx_k} - A_1 \alpha_1 - \dots - A_q \alpha_q \\ &= B(\log M) + \sum \frac{d\xi_k}{dx_k} + \lambda_{11} + \dots + \lambda_{qq} = 0 \end{aligned}$$

sodass wir wirklich den folgenden Satz aufstellen können.

Satz. Ist die früher besprochene Grösse I gleich Null, so ist der gegebene Multiplicator M des vollständigen Systems $A_k f = 0$ zugleich ein Multiplicator des vollständigen Systems $A_k f = 0$, $Bf = 0$.

Gelingt es daher $n - q - 2$ Lösungen des Systems $A_k f = 0$, $Bf = 0$ zu bestimmen, so findet man die fehlende Lösung durch eine Quadratur; hiernach findet man die noch

¹⁾ Sieh Math. Ann. Bd. XI, p. 505—509 und *Mayers* Abhandlung imselben Bande p. 558.

fehlende Lösung des Systems $A_k f = 0$ durch eine neue Quadratur. (Math. Ann. Bd. XI, p. 503—504).

2. Wir betrachten jetzt den Fall, dass die Grösse I constant und *von Null verschieden* ist. Dabei können wir uns auf den Fall beschränken, dass $q = n - 2$ ist.

Die Gleichungen

$$A_1 f = 0 \dots A_{n-2} f = 0, Bf = 0$$

bilden ein vollständiges System, dessen Lösung Φ bekanntlich durch die Integration einer gewöhnlichen Differentialgleichung erster Ordnung gefunden wird. Setze ich nun

$$\frac{d\Phi}{dx_k} = \Phi_k, \quad \sum \frac{\Phi_k}{\Phi_1^2 + \Phi_2^2 + \dots + \Phi_n^2} \frac{df}{dx_k} = Cf,$$

so behaupte ich, dass unser vollständiges System $A_k f = 0, Bf = 0$ die infinitesimale Transformation Cf gestattet. Ist in der That Ψ eine ganz beliebige Lösung dieses vollständigen Systems, so ist Ψ immer eine gewisse Funktion von Φ :

$$\Psi = \Omega(\Phi)$$

und daher ist $C\Psi$ immer selbst eine Funktion von Φ , nämlich

$$C(\Psi) = \frac{d\Omega}{d\Phi} C(\Phi) = \frac{d\Omega}{d\Phi}$$

was wieder heisst, dass die infinitesimale Transformation Cf das vollständige System $A_k f = 0, Bf = 0$ in sich transformirt. (Math. Ann. Bd. XI, p. 495).

Es bestehen somit $n - 2$ Relationen der Form

$$C A_k f - A_k C f = \nu_{k1} A_1 f + \dots + \nu_{kq} A_q f + \nu_k Bf.$$

Setze ich nun

$$Df = Cf + \rho Bf$$

so wird

$$D A_k f - A_k D f = (\nu_{k1} + \rho \lambda_{k1}) A_1 f + \dots + (\nu_{kq} + \rho \lambda_{kq}) A_q f \\ + (\nu_k - A_k \rho) Bf$$

und dabei ist es, werden wir sehen, immer möglich die Grösse ρ in solcher Weise zu wählen, dass die Ausdrücke $\nu_k - A_k \rho$ sämmtlich verschwinden. Setzen wir in der That

$$A_k f + \nu_k \frac{df}{d\rho} = E_k f,$$

so wird

$$(E_i E_k) = (A_i \nu_k - A_k \nu_i) \frac{df}{d\rho}$$

und wenn wir in die *Jacobische* Identität

$$((A_i A_k) C) + ((A_k C) A_i) + ((C A_i) A_k)$$

die Werthe der Grössen $(A_i A_k) (A_i C)$ eintragen, so erkennen wir, dass die Grösse $A_i \nu_k - A_k \nu_i$ gleich Null ist, d. h. dass alle $(E_i E_k)$ verschwinden, so dass die Gleichungen $E_k f = 0$ ein vollständiges System bilden. Also giebt es eine infinitesimale Transformation der Form $Df = Cf + \rho Bf$, die das vollständige System $A_k f = 0$ in sich transformirt. Andererseits wissen wir aber, dass Bf eine infinitesimale Transformation dieses Gleichungssystems darstellt. Setzen wir daher

$$\Delta = \begin{vmatrix} X_{11} & X_{12} & \dots & X_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{n-2,1} & \dots & \dots & X_{n-2,n} \\ \xi_1 & \dots & \dots & \xi_n \\ \eta_1 + \rho \xi_1 & \dots & \dots & \eta_n + \rho \xi_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} X_{11} & \dots & \dots & X_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{n-2,1} & \dots & \dots & X_{n-2,n} \\ \xi_1 & \dots & \dots & \xi_n \\ \eta_1 & \dots & \dots & \eta_n \end{vmatrix}$$

so ist $\frac{1}{\Delta}$ ein Multiplikator des vollständigen Systems $A_k f = 0$. (Math. Ann. Bd. XI, p. 507), und gleichzeitig ein Multiplikator des vollständigen Systems $A_k f = 0$.

Nun aber ist M ein Multiplikator des vollständigen Systems $A_k f = 0$, dagegen kein Multiplikator des vollständigen Systems $A_k f = 0, Bf = 0$, indem sonst die Grösse I nach den Entwicklungen der vorangehenden Nummer verschwinden müsste, was nicht der Fall ist. Also schliessen wir, dass $\frac{1}{\Delta}$ und M zwei wesentlich verschiedene Multiplikatoren des voll-

ständigen Systems $A_k f = 0$ darstellen, und dass daher das Verhältniss

$$M: \frac{1}{\Delta} = M \Delta$$

eine wirkliche Lösung von den Gleichungen $A_k f = 0$ liefert. Dabei darf diese Lösung keine Funktion von der früher gefundenen Lösung Φ sein. Bestände in der That eine Relation der Form

$$M \Delta = \pi (\Phi)$$

so wäre die Grösse

$$M = \frac{\pi (\Phi)}{\Delta}$$

ein Multiplikator des vollständigen Systems $A_k f = 0$, $Bf = 0$, was indess nicht der Fall sein kann. Also ist $M \Delta$ eine von Φ unabhängige Lösung von den Gleichungen $A_k f = 0$.

Fügen wir hierzu die Bemerkung, dass es nach dem Vorangehenden nicht nothwendig ist, die Grösse ρ zu kennen, um Δ berechnen zu können, so erkennen wir, dass die Integration des vollständigen Systems $A_k f = 0$ mit dem bekannten Multiplikator M und der bekannten infinitesimalen Transformation Bf , wenn I constant und von Null verschieden ist, nach der Erledigung einer Gleichung erster Ordnung, keine Quadratur sondern nur Differentiation verlangt.

Wir stellen die Frage, ob die soeben besprochene Differentialgleichung erster Ordnung durch Quadratur erledigt werden kann.

Nehmen wir dabei an, wie wir ohne Beschränkung können, dass Bf in solcher Weise gewählt worden ist, dass alle $(A_k B)$ gleich Null sind, so deckt sich das Integrationsproblem von den Gleichungen $A_k f = 0$, welche die bekannte infinitesimale Transformation Bf gestatten, mit der Auffindung von n solchen neuen unabhängigen Variablen $y_1 y_2 \dots y_n$, dass

$$A_1 f = \frac{df}{dy_1}, A_2 f = \frac{df}{dy_2} \dots A_{n-2} f = \frac{df}{dy_{n-2}}, B f = \frac{df}{dy_{n-1}} \quad (1)$$

wird. Denkt man sich in den bekannten Multiplikator M die neuen Variablen y eingeführt, und den hervorgehenden Ausdruck mit der Funktionaldeterminante

$$\begin{vmatrix} y_1 & y_2 & \dots & y_n \\ x_1 & x_2 & \dots & x_n \end{vmatrix} = D$$

dividirt, so ist der Quotient

$$\frac{M}{D} = N \quad (2)$$

ein Multiplikator von den Gleichungen

$$\frac{df}{dy_1} = 0 \dots \frac{df}{dy_{n-2}} = 0,$$

was durch die Relationen

$$\frac{d}{dy_1} \left(\log \frac{M}{D} \right) = 0 \dots \frac{d}{dy_{n-2}} \left(\log \frac{M}{D} \right) = 0$$

ausgedrückt wird. Ueberdies ist

$$B \left(\log \frac{M}{D} \right) + \sum \frac{d\xi_k}{dx_k} = \frac{d}{dy_{n-1}} \left(\log \frac{M}{D} \right) = K, \quad (3)$$

wobei die von Null verschiedene Constante K gegeben ist. Hieraus ergibt sich, dass der neue Multiplikator N die Form

$$\log N = Ky_{n-1} + \Omega(y_n)$$

besitzt, und dabei können wir feststellen, dass Ω gleich Null sein soll. Wir betrachten die Gleichungen

$$A_1 f = \frac{df}{dy_1} \dots \dots \dots B f = \frac{df}{dy_{n-1}}, \log \frac{M}{D} = Ky_{n-1}$$

als Definitionsgleichungen von den Grössen y_k als Funktionen von den x_k . Sind $z_1 z_2 \dots z_n$ ein particulares System Lö-

sungen und $y_1 y_2 \dots y_n$ das allgemeinste System Lösungen dieser Definitionsgleichungen, so wird der Uebergang von den Variablen z_k zu den Variablen y_k vermittelt durch die Gleichungen

$$\frac{df}{dy_1} = \frac{df}{dz_1} \dots \frac{df}{dy_{n-1}} = \frac{df}{dz_{n-1}}, \log \frac{N_0}{D^1} = Ky_{n-1}$$

wenn N_0 den zu den Variablen z_k entsprechenden Multiplicator bezeichnet, und

$$\begin{vmatrix} y_1 & \dots & y_n \\ z_1 & \dots & z_n \end{vmatrix} = D^1$$

gesetzt wird. Hieraus folgt nun

$$y_1 = z_1 + f_1(z_n) \dots y_{n-1} = z_{n-1} + f_{n-1}(z_n), y_n = f_n(z_n)$$

$$\log \frac{N_0}{D^1} = Ky_{n-1}$$

oder durch Berechnung von D^1

$$\log \frac{N_0}{f_n'(z_n)} = Ky_{n-1} = Kz_{n-1} + Kf_{n-1}(z_n)$$

Nun aber ist $\log N_0 = Kz_{n-1}$, also wird

$$-\log f_n'(z_n) = K \cdot f_{n-1}(z_n).$$

Zwischen den n Funktionen $f_1(z_n) \dots f_n(z_n)$ besteht somit nur eine einzige Relation, welche nur dazu dient f_{n-1} ohne weiter anzugeben, nachdem $y_n = f_n(z_n)$ berechnet worden ist. Da y_n eine ganz arbiträre Funktion von z_n darstellt, so verlangt die Auffindung von y_n die Integration einer Differentialgleichung erster Ordnung, die keiner Reduction fähig ist.

Wir fassen die bemerkenswerthen Ergebnisse dieses Paragraphen im folgenden Satze zusammen:

Theorem. Besitzt das vorgelegte vollständige System

$$A_1 f = 0 \dots A_{n-2} f = 0 \quad (A_i A_k) = 0$$

zwischen n unabhängigen Variablen x_k eine bekannte infinitesimale Transformation $Bf = \sum \xi \frac{df}{dx}$ und einen bekannten Multiplikator M , so bildet man zunächst den Ausdruck

$$I = B \log M + \sum \frac{d\xi_k}{dx_k} + \sum \lambda_{kk}.$$

Ist I keine Constante sondern eine wirkliche Funktion von den x_k , so ist I eine Lösung des vollständigen Systems; ebenfalls ist BI eine solche Lösung. Sind daher I und BI unabhängige Funktionen von den x_k , so geschieht die Integration von den $A_k f = 0$ durch Differentiation. Ist dagegen BI eine Funktion von der schon gefundenen Lösung I , so verlangt die Integration des vollständigen Systems eine Quadratur. — Ist andererseits I eine Constante, so stellt sich die Sache wesentlich verschieden, jenachdem I gleich Null oder von Null verschieden ist, in welchem letzten Falle I ohne wesentliche Beschränkung gleich 1 gesetzt werden kann. Ist I gleich Null, so ist M ein Multiplikator des vollständigen Systems $A_k f = 0$, $Bf = 0$ dessen Lösung somit eine Quadratur verlangt; hiernach liefert eine neue Quadratur die noch fehlende Lösung des Gleichungssystems $A_k f = 0$. Ist dagegen I gleich 1, so findet man eine Lösung des vollständigen Systems $A_k f = 0$, $Bf = 0$ durch die Integration einer Differentialgleichung erster Ordnung, die sich nicht durch Quadratur erledigen lässt; hiernach findet man die noch fehlende Lösung von den $A_k f = 0$ durch Differentiation.

§ 3.

Transformationstheorie von allen Gleichungen der Form $y'' = F(xy)$.

3. Ich stelle in diesem Paragraphen zunächst die Frage nach der allgemeinsten Transformation

$$y = Y(xy), \quad x = X(xy)$$

vermöge deren *alle* Gleichungen der Form

$$y'' = F(xy)$$

in Gleichungen der analogen Form

$$y'' = \Phi(xy)$$

übergeführt werden. Setzen wir zur Abkürzung immer

$$\frac{dU}{dv} = U_v, \frac{d^2U}{du dv} = U_{uv} \text{ etc.}$$

so wird

$$y' = \frac{dy}{dx} = \frac{Y_x + Y_y y'}{X_x + X_y y'}$$

$$y'' = \frac{(X_x + X_y y') (Y_{xx} + 2Y_{xy} y' + Y_{yy} y'^2 + Y_y y'') - (Y_x + Y_y y') (X_{xx} + 2X_{xy} y' + X_{yy} y'^2 + X_y y'')}{(X_x + X_y y')^3}$$

Dabei ist klar, dass im Ausdrucke der Grösse y'' sowohl der Nenner wie der Zähler von y' frei sein muss,⁷ wenn jede Gleichung $y'' = F(xy)$ die Form $y'' = \Phi(xy)$ erhalten soll. Also muss

$$X_y = 0, X_x Y_{yy} = 0, 2X_x Y_{xy} - Y_y X_{xx} = 0$$

sein, sodass X und Y die Form

$$X = X(x), Y = A \sqrt{X'} y + X_2(x)$$

besitzen. Dies giebt:

Satz. 2. Die Gleichungen

$$x = X(x), y = A \sqrt{X'} \cdot y + X_2(x)$$

bestimmen die allgemeinste Transformation, welche alle Gleichungen der Form $y'' = F(xy)$ in Gleichungen der analogen Form $y'' = \Phi(xy)$ umwandelt.

Dieser Satz wird uns später sehr nützlich sein.

4. Wir suchen sodann alle Gleichungen $y'' = F(xy)$, die eine infinitesimale Transformation

$$\delta x = \xi(xy) \delta t, \delta y = \eta(xy) \delta t$$

gestatten. Dabei sehen wir von allen linearen Gleichungen

$$y'' = X(x) y + X_1(x)$$

weg; dieselben sind ja nämlich reductibel auf die Gleichung $y'' = 0$, deren Gruppe bekannt und zwar dem Inbegriffe aller projectivischen Transformationen der Cartesischen Ebene $x y$ identisch ist.

Bei der infinitesimalen Transformation (4) erhalten y' und y'' die Incremente

$$\frac{\delta y'}{\delta t} = \eta_x + (\eta_y - \xi_x) y' - \xi_y y'^2$$

$$\begin{aligned} \frac{\delta y''}{\delta t} = & (\eta_y - 2\xi_x - 3\xi_y y') y'' - \xi_{yy} y'^3 + (\eta_{yy} - 2\xi_{xy}) y'^2 \\ & + (2\eta_{xy} - \xi_{xx}) y' + \eta_{xx} \end{aligned}$$

Diese Werthe substituiren wir in die Gleichung

$$\delta y'' - F_x \xi - F_y \eta = 0$$

und erhalten hierdurch die Bedingungsgleichung

$$\begin{aligned} (\eta_y - 2\xi_x - 3\xi_y y') F - \xi_{yy} y'^3 + (\eta_{yy} - 2\xi_{xy}) y'^2 \\ + (2\eta_{xy} - \xi_{xx}) y' + \eta_{xx} - F_x \xi - F_y \eta = 0, \end{aligned}$$

die hinsichtlich $x y$ und y' identisch bestehen soll. Also wird zunächst

$$\xi_{yy} = 0, \quad \eta_{yy} - 2\xi_{xy} = 0$$

so dass ξ und η jedenfalls die Form

$$\xi = Xy + X_1, \quad \eta = X'y^2 + X_2y + X_3$$

besitzen müssen. Ferner wird

$$\begin{aligned} -3XF + 3X''y + 2X'_2 - X_1'' = 0, \quad (X_2 - 2X'_1) F + \eta_{xx} \\ - F_x \xi - F_y \eta = 0 \end{aligned}$$

Wäre nun X verschieden von Null, so wäre F linear hinsichtlich y , und da wir diesen Fall schon ausgeschlossen haben, so können wir setzen

$$\begin{aligned} X = 0, \quad 2X'_2 - X_1'' = 0, \quad (X_2 - 2X'_1) F + X_2''y + X_3'' - \\ F_x X_1 - F_y (X_2y + X_3) = 0 \end{aligned}$$

sodass

$$X_2 = \frac{1}{2} X_1' + B \quad (B = \text{Const})$$

wird. Die gesuchte infinitesimale Transformation besitzt daher die Form

$$\xi = X_1, \eta = \frac{1}{2} X_1' y + B y + X_3$$

und die entsprechende Gleichung $y'' = F(x y)$ wird bestimmt durch die Relation

$$\begin{aligned} (B - \frac{3}{2} X_1') F + \frac{1}{2} X_1''' y + X_3'' - F_x X_1 \\ - F_y (\frac{1}{2} X_1' y + B y + X_3) = 0 \end{aligned}$$

5. Indem wir nun die Resultate der beiden vorangehenden Nummern verbinden, gelingt es alle Gleichungen der Form $y'' = F(x y)$, die eine continuirliche Gruppe gestatten, auf einfache canonische Formen zu bringen. Gleichzeitig erhalten wir eine naturgemässe Classification von den betreffenden Gleichungen.

Sei

$$y'' = F(x y)$$

eine vorgelegte Gleichung mit der infinitesimalen Transformation

$$(5) \delta x = X_1(x) \delta t, \delta y = (\frac{1}{2} X_1' y + B y + X_3) \delta t$$

Um diese infinitesimale Transformation und die Gleichung $y = F$ auf möglichst einfache canonische Formen zu bringen führen wir neue Variablen $x y$ durch die Substitution

$$x = \Phi(x), y = A \sqrt{\Phi'} \cdot y + f(x)$$

ein, Alsdann wird

$$\delta x = \Phi'(x) X_1(x) \delta t$$

und dabei kann $\Phi'(x)$ immer derart gewählt werden, dass δx constant

$$\delta x = C \delta t$$

wird. In den Formeln (5) können wir daher ohne wesentliche Beschränkung $X_1 = C$ setzen; und also wird

$$\delta x = C \delta t, \delta y = (B y + X_3) \delta t.$$

Um diese Formeln noch mehr zu vereinfachen setzen wir

$$x = x, y = A y + f(x)$$

worans

$$\delta x = C \delta t, \quad \delta y = (By + Cf' - Bf + AX_3) \delta t$$

Ist nun C oder B verschieden von Null, so kann $Cf' - Bf + AX_3$ ohne Beschränkung gleich Null gesetzt werden. Die entsprechenden Formen unserer infinitesimalen Transformation sind

$$p, p + Byq, yq$$

Ist dagegen $B = C = 0$, so ist die entsprechende infinitesimale Transformation AX_3q wie man leicht einsieht, reductibel auf die Form q .

Wir müssen jetzt die zu den gefundenen infinitesimalen Transformationen entsprechenden Formen der Gleichung $y'' = F(xy)$ bestimmen.

Zu der infinitesimalen Transformation p entspricht die Gleichungsform $y'' = F(y)$. Die infinitesimale Transformation $p + Byq$ ist ohne Beschränkung reductibel auf die Form $p + yq$; daher wird F in diesem Falle bestimmt durch die Gleichung

$$F - \frac{dF}{dx} - y \frac{dF}{dy} = 0$$

und besitzt somit den Werth $y \Omega(e^{-xy})$. Hat dagegen unsere infinitesimale Transformation die Form yq , so wird F bestimmt durch die Gleichung

$$F - y F_y = 0$$

und besitzt daher die lineare Form $F = Xy$, die wir ausgeschlossen haben. Hat endlich unsere infinitesimale Transformation die Form q , so besitzt die entsprechende Differentialgleichung die lineare Form $y'' = F(x)$, die ebenfalls ausgeschlossen worden ist.

Satz. Gestattet daher eine nichtlineare Gleichung $y'' = F(xy)$ eine infinitesimale Transformation, so besitzt diese Transformation jedenfalls die Form

$$X(x)p + \left(\frac{1}{2} X'y + By + X_3\right)q$$

und dabei ist X sicher von Null verschieden. Durch Einführung von zweckmässigen Variablen ist unsere Transformation reductibel auf die eine unter den beiden Formen

$$p, p + yq$$

Die entsprechende Differentialgleichung besitzt im ersten Falle die Form $y'' = F(y)$, im zweiten Falle die Form $y'' = y\Omega(e^{-xy})$.

Es stellt sich nun die Frage nach allen nichtlinearen Gleichungen $y'' = F$ die zwei oder noch mehrere infinitesimale Transformationen gestatten. Alsdann wählen wir zwei inf. Transformationen, die eine Gruppe bilden, und denken uns dieselben wie immer möglich auf die Formen

$$p + (B_0y + X)q \\ xp + (Cy + X_1)q$$

gebracht. Dabei muss B_0 gleich Null sein, und X kann ohne Beschränkung gleich Null gesetzt werden, woraus wieder folgt, dass $X_1' = 0$ ist. Hierdurch erhalten unsere infinitesimalen Transformationen die Formen

$$p, xp + (\frac{1}{2}y + By + C)q$$

Die entsprechende Gleichung $y'' = F(y)$ wird bestimmt durch die Relation

$$(B - \frac{3}{2})F - [(B + \frac{1}{2})y + C] \frac{dF}{dy} = 0;$$

sie ist daher reductibel auf die eine unter den beiden cano-nischen Formen

$$y'' = y^m \text{ und } y'' = e^y.$$

Besonders bemerkenswerth ist die Gleichung $y'' = y^{-3}$, die wie man leicht verificirt, drei infinitesimale Transformationen gestattet.

6. Sei jetzt vorgelegt eine (nichtlineare) Gleichung $y'' = F(xy)$ mit einer bekannten infinitesimalen Transformation

$$Xp + (\frac{1}{2}X'y + By + X_3)q.$$

Wir ersetzen $y'' = F$ durch die äquivalente lineare partielle Differentialgleichung

$$Af = \frac{df}{dx} + y' \frac{df}{dy} + F \frac{df}{dy'} = 0$$

mit dem bekannten Multiplikator 1 und der bekannten infinitesimalen Transformation

$$Bf = X \frac{df}{dx} + \left(\frac{1}{2} X'y + By + X_3\right) \frac{df}{dy} \\ + (By' - \frac{1}{2} X'y' + \frac{1}{2} X''y + X_3') \frac{df}{dy'}$$

Jetzt ist

$$B(A(f)) - A(B(f)) = -X' Af$$

und also besitzt die Differentialinvariante I den Werth

$$I = 2B = \text{Const.}$$

so dass man *nie eine wirkliche Lösung durch Differentiation* bildet. Ist $B = 0$, so ist 1 Multiplikator des vollständigen Systems $Af = 0$, $Bf = 0$. Also ist die entsprechende totale Differentialgleichung

$$0 = \left(-\frac{1}{2} X'y'^2 + \frac{1}{2} X''yy' + X_3'y' - \frac{1}{2} X'yF - X_3F\right) dx \\ + (XF + \frac{1}{2} X'y' - \frac{1}{2} X'y - X_3') dy + \left(\frac{1}{2} X'y + X_3 - Xy'\right) dy'.$$

wie man auch leicht verificirt, numittelbar integrabel, indem der entsprechende *Eulersche* Integrabilitätsfaktor gleich 1 ist. Das in dieser Weise durch Quadratur bestimmte, Integral

$$-\frac{1}{2} Xy'^2 + \frac{1}{2} X'yy' + X_3y' + \int (XF - \frac{1}{2} X''y - X_3') dy \\ - \int \left(\frac{1}{2} X'yF - X_3F\right) dx$$

ist gleichzeitig eine Lösung von $Af = 0$, und also wird die noch fehlende Lösung dieser Gleichung durch eine neue Quadratur gefunden.

Ist B verschieden von Null, so findet man die Lösung des vollständigen Systems $Af = 0$, $Bf = 0$ durch Integration einer Gleichung erster Ordnung, die sich nicht vermeiden lässt. Hiernach findet man die noch fehlende Lösung von $Af = 0$ durch Quadratur.

In diesem letzten Falle kann man auch folgendermassen verfahren. Wir führen zunächst

$$x = \int \frac{dx}{X}, \quad y = \frac{y}{\sqrt{X}}$$

als neue unabhängige Variable ein. Hierdurch erhält unsere infinitesimale Transformation die Form

$$\delta x = 1, \quad \delta y = By + \varphi(x)$$

und dabei kann φ ohne Beschränkung gleich Null, und B gleich 1 gesetzt werden. In den hiermit bestimmten Variablen x y erhält die Gleichung $y'' = F$ die Form

$$y'' = y \Omega(ye^{-x}).$$

Hier führen wir

$$ye^{-x} = v, \quad \frac{y'}{y} = u$$

als neue Variable ein, und erhalten so die Gleichung erster Ordnung

$$\frac{du}{dv} = \frac{-u^2 + \Omega(v)}{v(u-1)}$$

die auf die bemerkenswerthe Form

$$\beta \frac{d\beta}{d\alpha} = \beta^2 + 2\beta + f(\alpha)$$

reductibel ist.

(Fortsetzung im nächsten Bande).

Zur Theorie der Transformationsgruppen

Von

SOPHUS LIE.

In früheren Abhandlungen behandelte ich die Frage, wenn zwei Gruppen von Punkttransformationen

$$B_1f \ B_2f \ \dots \ B_rf \ \text{und} \ C_1f \ C_2f \ \dots \ C_rf$$

in den Variablen

$$x_1 \ \dots \ x_v \ \text{und} \ y_1 \ \dots \ y_v$$

durch eine Berührungs- oder Punkttransformation aehnlich sind. Ich fand u. A. den Satz.

Satz. 1. Sind sowohl die B_{kf} wie die C_{kf} in dem Sinne unabhängig, dass kein Ausdruck $\sum \alpha_k B_{kf}$ oder $\sum \gamma_k C_{kf}$ identisch verschwindet; ist es andererseits möglich die C_{kf} derart zu wählen, dass in den Relationen

$$(B_i \ B_k) = \sum b_{iks} B_s, \quad (C_i \ C_k) = \sum c_{iks} C_s$$

jedesmal $b_{iks} = c_{iks}$ ist, so sind unsere Gruppen aehnlich. Ist insbesondere (wie wir annehmen können) $v = r$, so bildet man das vollständige System

$$B_{kf} + C_{kf} = 0;$$

die zugehörigen Integralgleichungen

$$\Omega_k (y_1 \ \dots \ y_r \ x_1 \ \dots \ x_r) = a_k \quad (k = 1 \ \dots \ r)$$

geben die allgemeinste Transformation, vermöge deren jeder Ausdruck $B_k f$ die Form $C_k f$ annimmt¹⁾.

Aus meinen Untersuchungen in Math. Ann. Bd. VIII fliessen unmittelbar, wie ich längst hervorgehoben habe, die allgemeinen Kriterien für die Aehnlichkeit durch Berührungstransformation von zwei beliebigen Gruppen von Berührungstransformationen.

In einer soeben erschienenen Arbeit von Herrn Killing findet sich der folgende Satz ohne Beweis aufgestellt.

»Zwei Raumformen für welche die in den Gleichungen«
 »(6) auftretenden Constanten (d. h. meine Constante c_{iks})«
 »denselben Werth haben, können stetig so auf einander«
 »abgebildet werden, dass diese Beziehung bei jeder Bewegung«
 »der einen Raumform bestehen bleibt, wenn gleichzeitig die«
 »andere in entsprechender Weise bewegt wird.«

Der hiermit angedeutete Satz ist, wenn ich ihn richtig verstehe, ein Corollar von meinem Satze I.

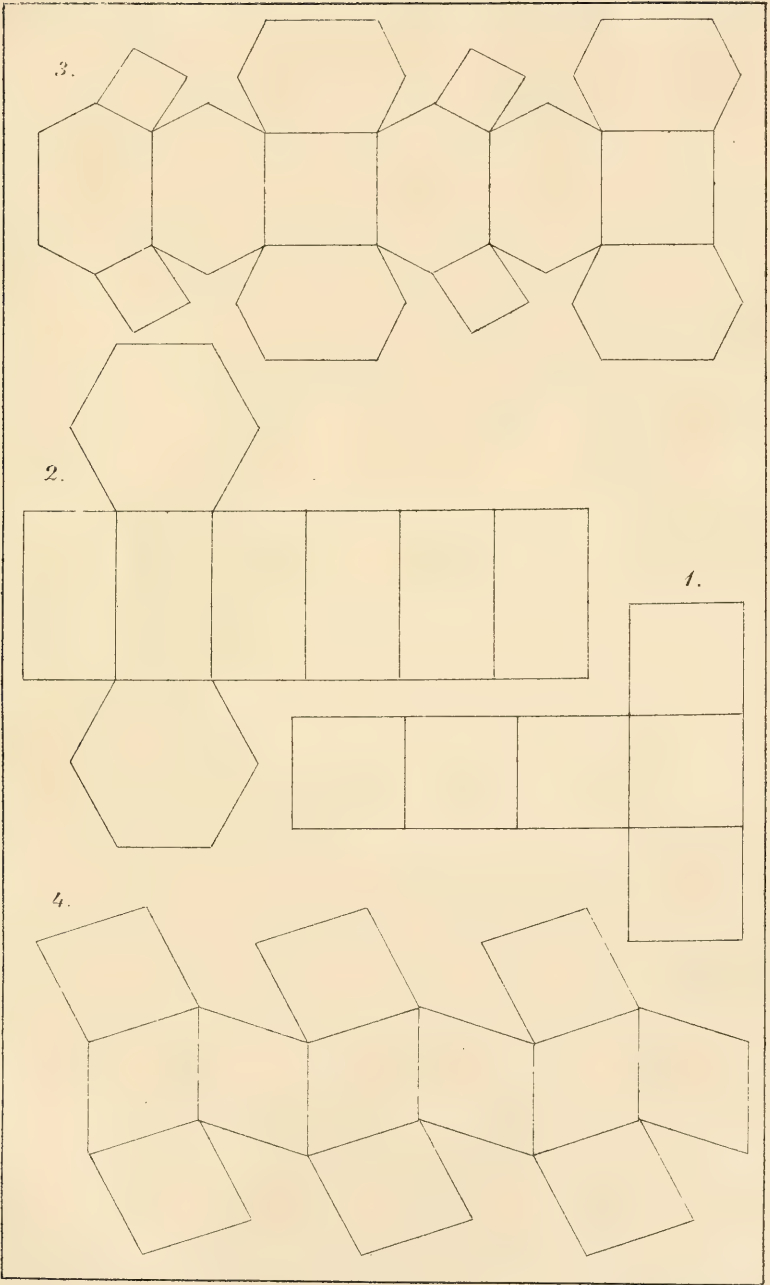
Man führe nämlich, wie ich in meinen Untersuchungen über Differentialinvarianten pflege, neben $x_1 \dots x_v$ gewisse zugehörigen Differentialquotienten (x') ein, indem man $z. B$ die Grösse x_v als Funktion von $x_1 \dots x_{v-1}$ betrachtet; ebenfalls führe man neben $y_1 \dots y_\mu$ gewisse zugehörigen Differentialquotienten (y') und einigen weiteren Grössen y'' , die nicht transformirt werden, ein. Werden dann die x_k durch eine Gruppe $B_k f$ transformirt, und ebenfalls die y_k durch eine gleichzusetzende Gruppe $C_k f$ transformirt; dann werden bekanntlich die Grössen $x x'$ und die Grössen $y y' y''$ durch zwei gleich-

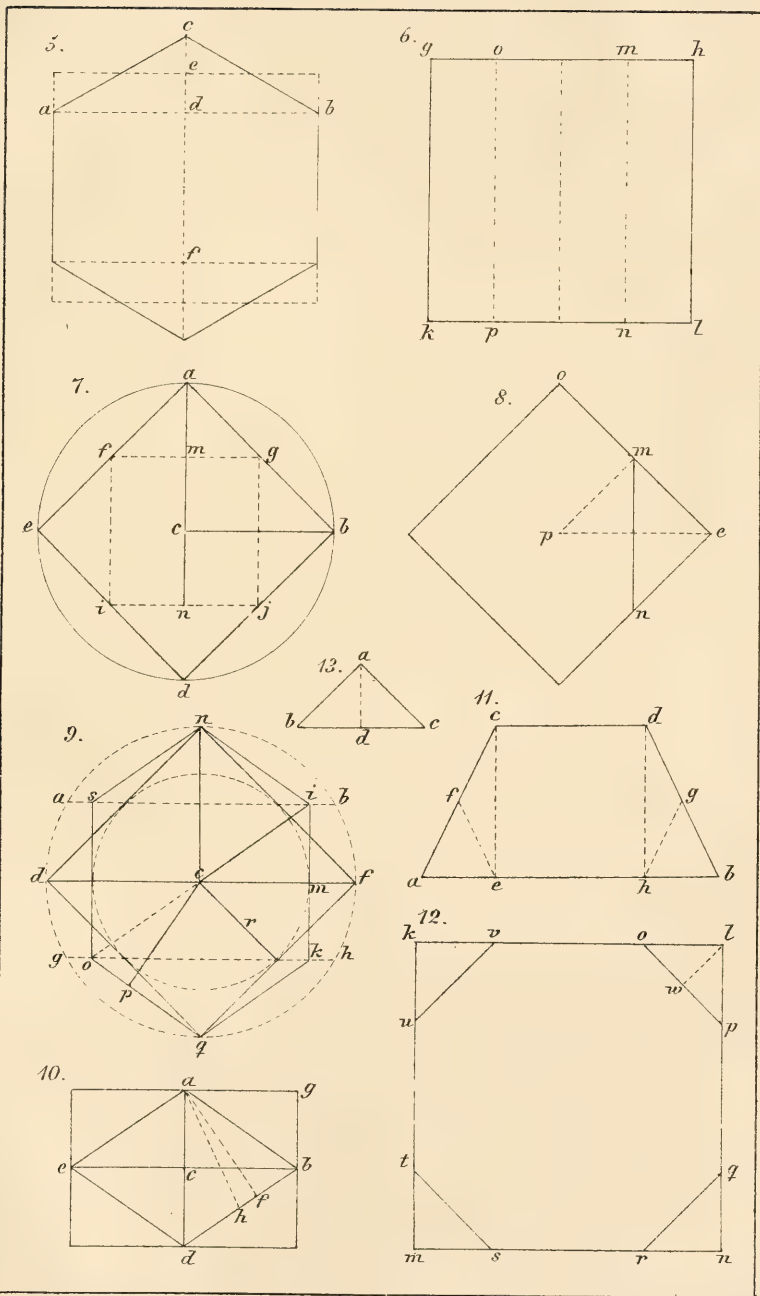
¹⁾ Die zur Aehnlichkeit von zwei beliebigen Gruppen $B_k f$ und $B'_k f$ nothwendigen und hinreichenden Kriterien sind nach meinen älteren Untersuchungen die folgenden: Sind $B_1 f \dots B_n f$ unabhängig und bestehen dabei die Relationen $B_{n+k} = \varphi_{k_1} B_1 + \dots + \varphi_{k_n} B_n$, $(B_i B_k) = \sum c_{iks} B_s$, so muss es möglich sein, die B'_k derart zu wählen, dass $B'_1 \dots B'_n$ unabhängig sind, während die Gleichungen $B'_{n+k} = \varphi'_{k_1} B'_1 + \dots + \varphi'_{k_n} B'_n$, $(B'_i B'_k) = \sum c_{iks} B'_s$ bestehen. Dabei dürfen die Gleichungen $\varphi_{ki} = \varphi'_{k_i}$ nicht contradictorisch sein.

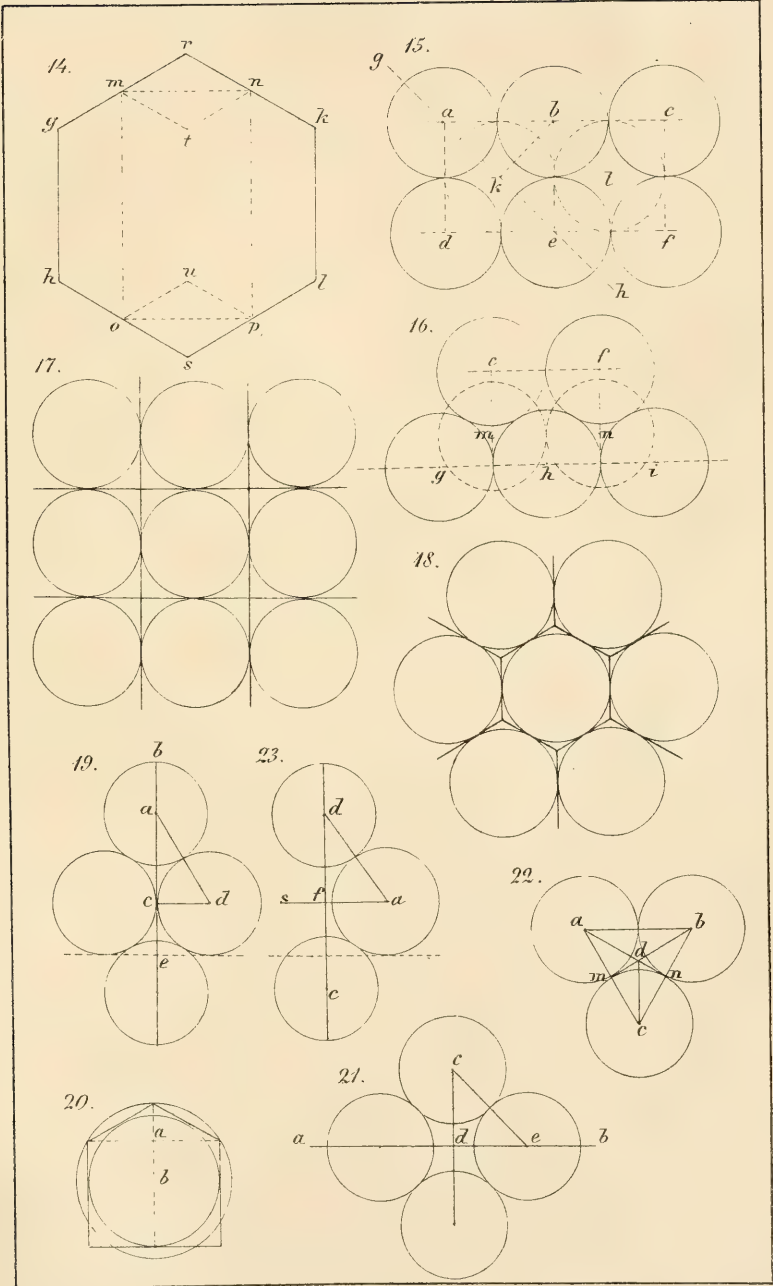
zusammengesetzte Gruppen $B'f$ und $C'f$ transformirt. Und indem man hinlänglich viele Differentialquotienten mitnimmt, kann man immer annehmen, dass kein Ausdruck $\sum \beta' B'f$ oder $\sum \gamma' C'f$ verschwindet. Also sind die Gruppen $B'f$ und $C'f$ ähnlich.

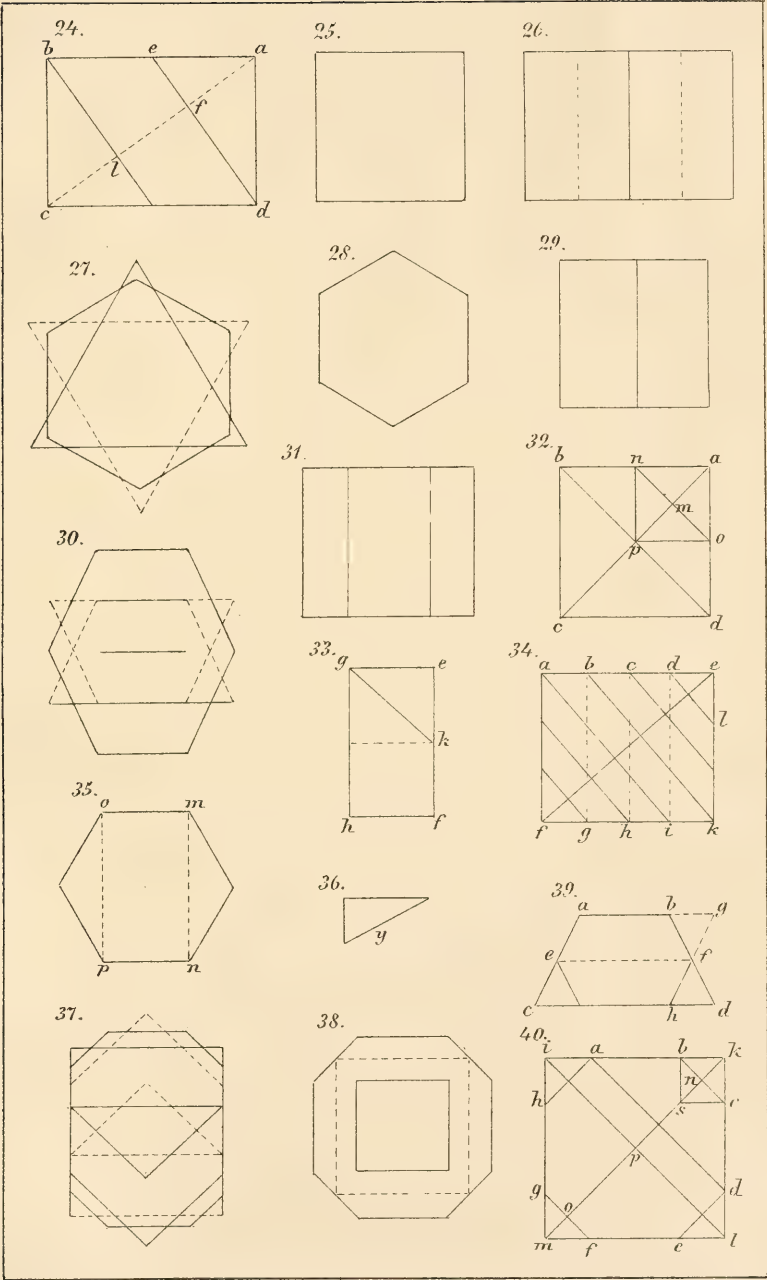
Es mag ausdrücklich hervorgehoben werden, dass die Zahlen ν und μ verschieden sein können. Es ist selbstverständlich, dass man meinen *allgemeinen* Satz über die Aehnlichkeit zweier beliebigen Gruppen $B_k f$ und $B'_k f$ in ähnlicher Weise verwerthen kann. Hierauf halte ich es indess für unnothwendig näher einzugehen, da die von mir gegebenen Principien Alles leisten.

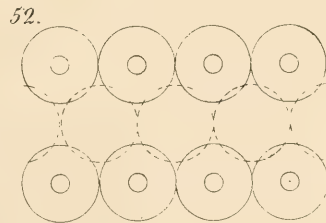
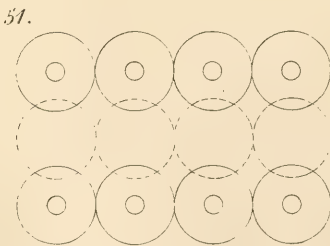
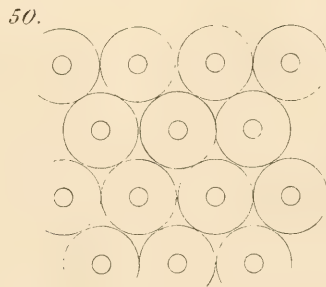
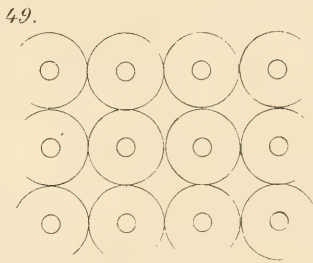
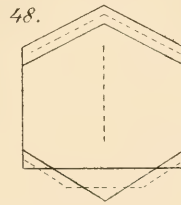
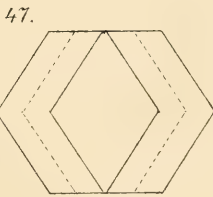
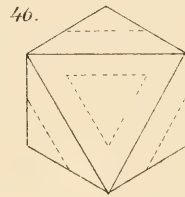
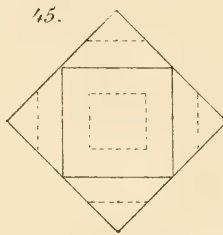
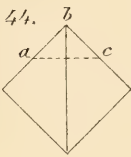
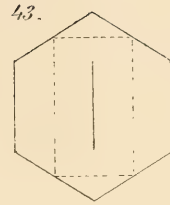
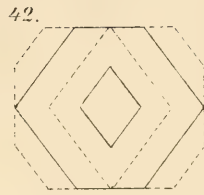
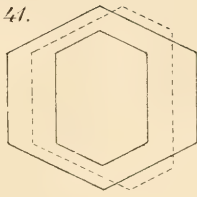


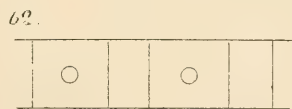
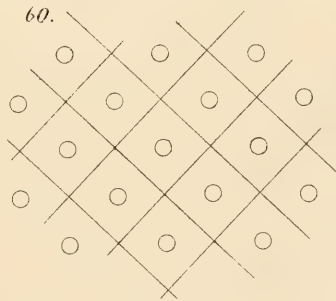
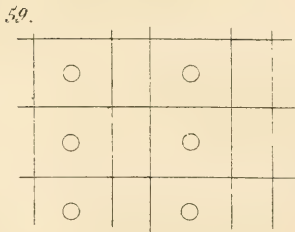
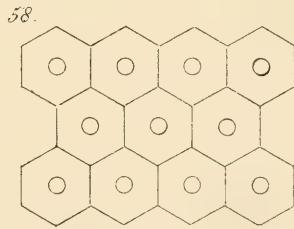
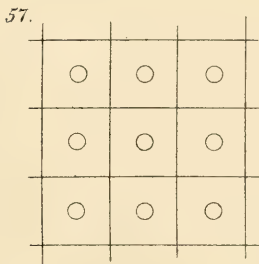
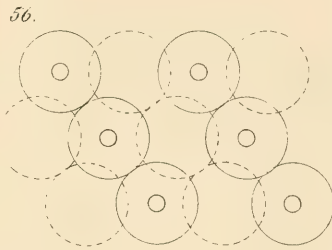
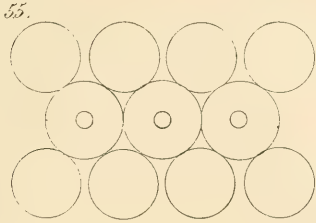
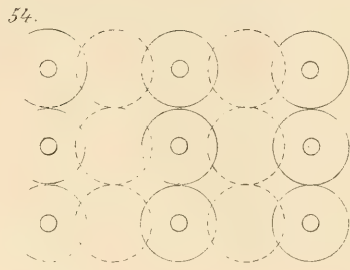
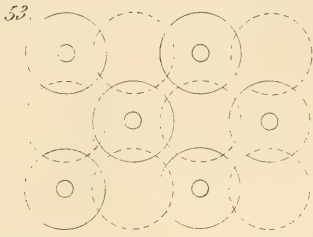




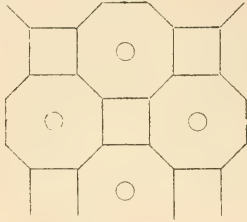




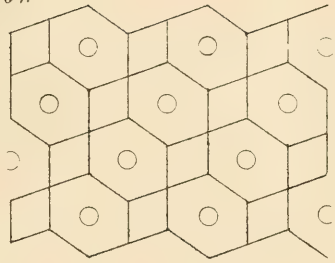




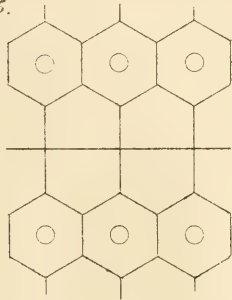
63.



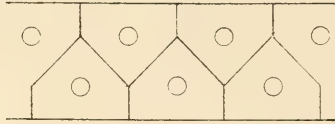
64.



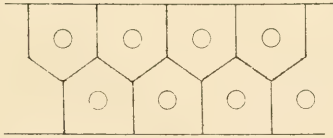
65.



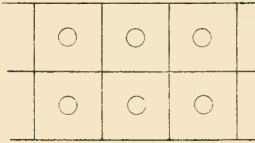
66.



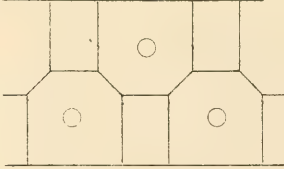
67.



68.



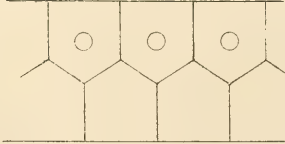
69.



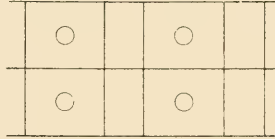
70.



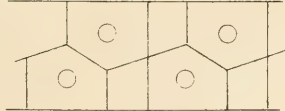
72.



71.



73.



7026
May 28. 1884.

25
Museum

1

Archiv

for

Mathematik og Naturvidenskab

Udgivet

af

Sophus Lie, Worm Müller og G. O. Sars.

Niende Bind. Første Hefte.



Kristiania.

Forlagt af Alb. Cammermeyer.

1884.

As 125

Avertissements.

La Nature. Revue des sciences de leurs applications aux arts et l'industrie. Journal hebdomadaire illustré. Rédacteur en chef: Gaston Tissandier. Pr. pr. Aarg. 26,00. — Note sur quelques Foraminifères nouveaux ou peu connus du golfe de Gascogne. L'Haplophyllum patavium et son habitat en Italie. Famille des Lathridiens. — Sur un poisson des grandes profondeurs de l'Atlantique, l'Eurypharynx pelecanoïdes. La perforatrice hydraulique Crampton. Hygiène scolaire. Des conditions de l'audition dans l'école. Propulseur dynamo-électrique pour aérostat allongé. L'organina mignonnette. — Les ruines de Sanxay (Vienne). Chauffage économique au moyen des combustibles pulvérulents; foyers et grilles Michel Perret. Escapade d'un aérostat. Les organismes microscopiques destructeurs des matériaux de construction. Utilisation des marées. Nouvelles recherches téléphoniques et microphoniques. — La forêt de cèdres de Teniet-el-Haad. Bateau rapide de m. Raoul Pictet. Station magnétique de l'observatoire du parc Saint-Maur. — Les canaux dérivés du Rhône. L'éclairage électrique à Nantua. Les guériments ou souterrains préhistoriques de la Vienne. Ascension du ballon l'horizon. Locomotive système Compound. — Ascenseur de sauvetage pour les incendies. Sur les sensations tactiles. La tête qui parle et s'évanouit en fumée. Le grand orgue du Palais de Cristal, à Londres. Nouveau contact électrique automatique avertisseur de passage des trains. — Indicateur électrique automatique du passage des trains de chemins de fer, systèmes Ducouso-Breguet. La consommation du lait à Paris. L'industrie des eaux gazeuses artificielles. — Les trains express en 1883. Mitrailleur de poche. Les mines de diamants du Cap. Les spectacles scientifiques; les armoires à disparition. — Papillons de l'Amérique méridionale; les Hæteres. Chemins de fer; rapidité de la pose de la voie en Amérique. Le voyage de la Vega autour de l'Asie et de l'Europe. Moteur à vapeur domestique. — La fabrication des conducteurs électriques. Le Tong-Kin. Un chemin de fer sur la glace. — Imitation des phénomènes électriques par les courants liquides ou gazeux. Les tricycles à l'exposition de «Stanley-club» à Londres. — Les phares américains. Observatoires scientifiques circumpolaires. La photographie des vibrations du son. Le réseau téléphonique de Reims. La locuste géante. Mécanisme de l'attitude verticale. — Un nouveau lys (Lilium Harrisii). Nouveau tourniquet, hydraulique à siphons. Eclairage électrique des rues à San José (Cali-

Archiv for Mathematik og Naturvidenskab udkommer med
1 Bind (4 Hefter) aarlig. Subscriptionsprisen er fastsat til
8 Kroner pr. Bind.

Niende Binds første Hefte indeholder følgende Afhandlinger:

Amund Helland. Jordskjelvene paa Ischia.

A. Blytt. Om den sandsynlige årsag til den periodiske ændring af havstrømmenes styrke.

Sophus Lie. Bestimmung des Bogenelements aller Flächen, deren geodätische Kreise eine infinitesimale Berührungstransformation gestatten.

Sophus Lie. Ueber die allgemeinste geodätische Abbildung der geodätischen Kreise einer Fläche.

Amund Helland. Studier over Islands petrografi og geologi.

Alb. Cammermeyer.

ornie). — Lançage du viaduc de Garabit. Le bronze silicieux. Les mutilations dentaires au Mexique et dans le Yucatan. Le phosphore électrique frontal. — La cacao et le chocolat. Nouveaux canons. Poisson des grandes profondeurs de l'océan. La téléphonie à grande distance. Une visite à l'observatoire Smith, au Spitzberg. — Les poulpes géants. Photographie instantanée. Machine à capsuler les bouteilles. Physique sans appareils. Voiture à vapeur à grande vitesse. La mousse de la bière. Un aquarium-volière-jardinière. — Statistique des appareils à vapeur en France. Carnot et les aérostats. Dynamomètre hydrostatique. — Eclairage des bouées par le gaz comprimé. Les progrès de l'agriculture; hier et aujourd'hui. La reproduction des crevettes. — La tachygraphe de m. Méresse. Voyages aériens au-dessus de la Manche et de la mer du Nord; récentes tentatives de passage en Angleterre. Le soufflage du verre par l'air comprimé. — La photographie isochromatique. L'exposition de insectes utiles et nuisibles au palais de l'industrie. Un traité de physique moderne. Le pont de Brooklyn. La science dans l'antiquité; la machinerie des temples. — Le pont de Brooklyn. Les valeurs de sabres. Hypocéphale armé. La navigation sous-marine. La photographie en médecine: appareil photo-électrique. Un nouveau bateau électrique. Le tramcar électrique de la »French electrical power storage co.« — Les arbres géants de la Californie. Les carrières d'ardoises à Angers. Les Cinghalais au Jardin d'Acclimatation de Paris. Les trotteurs. Le nouveau paquebot La Normandie. — Les chemins de fer à fortes rampes. Objectif électrique pour photographies instantanées.

Die Natur. Zeitung zur Verbreitg. naturwissenschaftl. Kenntniss u. Naturanschauung für Leser aller Stände. Organ d. »Deutschen Humboldt-Vereins«. Hrsg. v. Dr. Karl Müller, Halle. Pris pr. Aargang (ugentl. Nr.) Kr. 17,60. Indh.: Die Region d. Schott's in Nordafrika und das Sahara-Meer. Kosmologisches. Das Nordlicht u. seine kosmische Beziehungen. Allerlei Mystik. — Andeutungen über Wesen u. Ursache d. elektrischen Erdströme. Der Ometepe in Mittel-Amerika. Die Akkumulatoren. — Die tägliche Variation d. Windstärke. Die Feinde d. Weinstockes. Ein praktischer Pilz d. Waschwammes. — Spektroskop und astronom. Fernrohr im Dienste d. Meteorologie. Schilderungen aus China.

Das Ausland. Wochenschrift für Länder u. -Völkerkunde, unter Mitwirkg. von Prof. Dr. *Friedr. Ratzel* u. a. Fachmänner hrsg. Jahrl. 52 Nrn. à 20 S. 4to. Pris pr. Aarg. 30,80. Indh. Die Vergletscherung d. deutschen Alpen. Südslawisches Land u. Volk. Nachträge u. Nachspiel der »Jeannette«-Expedition. Eine holländische Stimme über Niederländisch-Indien. — An die Freunde deutscher Afrika-Forschung, kolonisatorischer Bestrebungen und der Ausbreitung des deutschen Handels. Die Zeitschriften in Ungarn. Köpfeschnellen im südlichen Borneo.

726
May 28. 1884

28. 1884

Museum

3

Archiv

for

Mathematik og Naturvidenskab

Udgivet

af

Sophus Lie, Worm Müller og G. O. Sars.

Niende Bind. Andet Hefte.



Kristiania.

Forlagt af Alb. Cammermeyer.

1884.

Avertissements.

La nature. Revue des sciences et de leurs applications aux arts et l'industri. Journal hebdomadaire illustré. Redacteur en chef *Gaston Tissandier*. Pr. pr. Aarg. 26,00. Indh. Le nouveau poste central des télégraphes à Paris. Le chlorozone. L'élasticité des solides. La glairine ou barégine des eaux thermales sulfureuses des Pyrénées. Régulateur à gaz. Un train de chemin de fer dans les flammes. Moteur hydraulique de m. Zschiesche. Les canaux et les barrages d'irrigation dans la région N. E. du Colorado. — La photographie en ballon. La prévision du temps et les théories d. m. Delauney. Sur la production de l'hydrogène par les machines dynamo-électriques. Les psorospermies utriculaires ou sarcosporidies. Le nouveau bateau de sauvetage d. m. Carlos Relvas. Le gui de chêne. — La comète Pons-Brooks, observations faites à Nice. La prévision du temps et les théories de m. Delaunay. Le renard bleu. — Curiosités physiologiques, les coureurs. La chimie dans l'Extrême-Orient; feux d'artifice japonais. — La mission française de la Terre de Feu; l'exposition du Cap Horn. La chimie allemande. Appareil germinateur. Revolver photographique d'amateurs. Récréations scientifiques. — Noteur solaire et température du soleil. Les Eucalyptus. L'arrivée des hirondelles; observations dans le centre de la France. La paraldéhyde. — Bateau à vapeur portatif, le Stanley. Chemin de fer à voie unique, le staff and ticket system. L'acide carbonique liquide, sa production industrielle et ses usages. Analyse du vin rouge par l'électrolyse. L'écume de mer. Halo solaire observé au parc de Saint-Maur. — Le pantanémone. Machine à trancher les roches. Pont militaires du commandant Marcille. Les vivisections. — Bibliographie. Nécrologique. Correspondance. Chronique. Academie des sciences. Boîte aux lettres. Recettes utiles. Bulletin météorologique de la semaine.

Die Natur. Zeitung zur Verbreit. naturwissenschaftl. Kenntniss u. Naturanschauung für Leser aller Stände. Organ d. »Deutschen Humboldt-Vereins«. Hrsg. v. Dr. *Karl Müller*, Halle. Pr. pr. Aargang (ugentl. Nr.) Kr. 17,60. Indh. Einige naturwissensch. Tagesfragen im 18. und 19. Jahrhundert. Etwas über *Vaccinium macrocarpum* Ait. Bibliographie, Geschichte u. gegenwärtiger Stand d. praktischen Meteorologie in Deutschland. — Die Republik Chile. Die photographische Flinte. Mystik d. Thierwelt. Deutsche Pflanzennahmen in ihrer Ableitung: Die Eokän-Fauna Süd-Patagienens. Rasse-Schilderungen. — *Welwitschia mirabilis*.

Archiv for Mathematik og Naturvidenskab udkommer med 1. Bind (4 Hefter) aarlig. Subscriptionsprisen er fastsat til 8 Kroner pr. Bind.

Niende Binds andet Hefte indeholder følgende Afhandlinger:

Amund Helland. Studier over Islands petrografi og geologi.

G. O. Sars. Bidrag til Kundskaberne om Decapodernes Forvandlinger. I.

S. A. Sexe. Læren om de imaginære Størrelser betragtet fra et elementært Standpunkt, samt om hvorledes man undgaar disse Størrelser.

Alb. Cammermeyer.

Künstliche Herstellung von Edelsteinen u. anderen Mineralien. Eruption d. Krakatau. Zur Vertheidigung d. Anziehungskraft. Die Jagd-Verhältnisse auf d. Ostsee u. an d. Küsten derselben. — Kosmisch-physikalische Mittheilungen. Nachricht über ein neues Planeten-Verhältniss. Die spectralanalytischen Erscheinungen, nebst einem Versuche zu einer einheitl. Erklärung derselben. — Gedanken über das Luft-Gemenge. Zur Förderung d. wissenschaftl. Landeskunde von Deutschland. Riesentöpfe d. sächsischen Schweiz. Zwei merkwürdige Licht-Ausbrüche d. Kometen Pons-Brooks. Etwas über die Kreolen. — Leuchten und Glühen d. meteorischen Körper. Zwei Vorträge über d. Hausschwamm. Kosmisch-physikalische Mittheilungen. Die Chirurgie bei Natur-Völkern u. in vorgeschichtlicher Zeit. Die Kugel-Blitz. — Ueber die Haupt-Formen der ältesten Eisen-Kultur in Nord-Europa. Aus Nordenskiöld's Bericht über d. Grönlands-Expedition. — Indianer-Ruinen in Kolorado, New-Mexico u. Arizona. Das Verhalten d. Wassers beim Uebergange in Eis. — Literatur Bericht. Geografische Mittheilungen, ornithologische, geologische, biografische, hortikulturhist., naturwissenschaftl., meteorolog., paläontolog., phytopatholog., museolog. zoologische, etholog., archäolog., botanische, chemischen Mittheilgn. Naturwissensch. Lehrmittel. Briefwechsel. Kleinere Mitth. Anzeigen.

Das Ausland. Wochenschrift für Länder u. Völkerkunde, unter Mitwirkung von Prof. Dr. *Friedr. Ratzel* u. a. Fachmänner hrsg. Jährl. 52 Nrn. à 20 S. 4to. Pris pr. Aarg. Kr. 30,80. Indh. Ueber Handel u. Verkehr bei d. Waganda u. Wanyoro. Honterus als Geograph. Kunst u. Witz d. Neger. Neue Beobachtungen über Eisbildung in d. Polarmeeren. Fischers Bericht über seine Reise in Ostafrika. — Der Rassenkampf. Ueber d. Tiefenverbreitg. d. Meeresalgen. Ueber die frühere Grösze d. Insel Helgoland. Die ältesten Bewohner d. Gouvernements Tambow. Proserpinen im Malaiischen Archipel. Die Sumero-Akkader ein altaisches Volk. — Neue litterarische Erscheinungen in d. Vereinigten Staaten. Neolithische Höhlenfunde aus Siebenbürgen. Die Masken von Zeylon u. d. ägyptischen Kultus. Die Veränderungen in d. Sundastrasze. — Armenische und grusinische Sprichwörter. Der Zusammenhang zwischen d. geologischen Alter u. d. Artenreichtum einer Gegend. Mostagenem. Stanley u. d. englische Protektorat am Kongo. — Die siebente Generalkonferenz d. europäischen Gradmessung zu Rom im Oktbr. 1883. Die Ansprüche Portugals auf d. Kongo. Ueber unsere heutige Kenntniss von Neu-Guinea. Ergebnisse d. jungsten zoogeograph. Forschungen Milne Edward's an Bord d. »Talisman«. — Die neuesten Berechnungen d. mittleren Temperaturen d. Nord- u. Südhemisphäre u. ihre Bedeutung f. die Erklärung d. Eiszeiten. Der Johannisbrotbaum auf Mallorka. — Das Feilen u. Färben der Zähne b. d. Bewohnern Südwestborneos, speciell d. Malaien d. Distrikte Batang Alai u. Laboean-Amas. Aus Grodekow's Reise durch Afghanistan. Briefe von Kongo. Zeitgemäszes über Sudan, Ostafrika u. Islam. — Kleinere Mittheilungen. Notizen. Litteratur.

7026
July 28/84

~~ag. Museum~~
Gool.

Archiv

for

Mathematik og Naturvidenskab

Udgivet

af

Sophus Lie, Worm Müller og G. O. Sars.

Niende Bind. Tredie Hefte.



Kristiania.

Forlagt af Alb. Cammermeyer.

1884.

Avertissements.

La nature. Revue des sciences et de leurs applications aux arts et l'industrie. Journal hebdomadaire illustré. Redacteur en chef: *Gaston Tissandier*. Pr. pr. Aarg. 26,00, Indh. Le nouveau poste central des télégraphes à Paris. Le chlorozone. L'élasticité des solides. La glairine ou barégine des eaux thermales sulfureuses des Pyrénées. Régulateur à gaz. Un train de chemin de fer dans les flammes. Moteur hydraulique de m. Zschiesche. Les canaux et les barrages d'irrigation dans la région N. E. du Colorado. -- La photographie en ballon. La prévision du temps et les théories de m. Delauney. Sur la production de l'hydrogène par les machines dynamo-électriques. Les psorospermies utriculaires ou sarcosporidies. Le nouveau bateau de sauvetage d. m. Carlos Relvas. Le gui de chêne. -- La comète Pons-Brooks, observations faites à Nice. La prévision du temps et les théories de m. Delaunay. Le renard bleu. -- Curiosités physiologiques, les coureurs. La chimie dans l'Extrême-Orient; feux d'artifice japonais. -- La mission française de la Terre de Feu; l'exposition du Cap Horn. La chimie allemande. Appareil germinateur. Revolver photographique d'amateurs. Récréations scientifiques. -- Moteur solaire et température du soleil. Les Eucalyptus. L'arrivée des hirondelles; observations dans le centre de la France. La paraldéhyde. -- Bateau à vapeur portatif, le Stanley. Chemin de fer à voie unique, le staff and ticket system. L'acide carbonique liquide, sa production industrielle et ses usages. Analyse du vin rouge par l'électrolyse. L'écume de mer. Halo solaire observé au parc de Saint-Maur. -- Le pantanémone. Machine à trancher les roches. Pont militaires du commandant Marville. Les vivisections. -- Bibliographie. Nécrologie. Correspondance. Chronique. Academie des sciences. Boîte aux lettres. Recettes utiles. Bulletin météorologique de la semaine.

Die Natur. Zeitung zur Verbreitung naturwissenschaftl. Kenntniss u. Naturanschauung für Leser aller Stände. Organ d. »Deutschen Humboldt-Vereins«. Hrsg. v. Dr. *Karl Müller*, Halle. Pr. pr. Aargang (ugentl. Nr.) Kr. 17,60. Indh. Einige naturwissenschaftl. Tagesfragen im 18. und 19. Jahrhunderte. Etwas über *Vaccinium macrocarpum* Ait. Bibliographie, Geschichte u. gegenwärtiger Stand d. praktischen Meteorologie in Deutschland. -- Die Republik Chile. Die photographische Flinte. Mystik d. Thierwelt. Deutsche Pflanzennahmen in ihrer Ableitung. Die Eokän-Fauna Süd-Patagoniens. Rasse-Schilderungen. *Welwitschia mirabilis*.

6

Archiv for Mathematik og Naturvidenskab udkommer med
1 Bind (4 Hefter) aarlig. Subscriptionsprisen er fastsat til
8 Kroner pr. Bind.

Niende Binds tredie Hefte indeholder følgende Afhandlinger:

S. A. Sexe. Læren om de imaginære Størrelser betragtet
fra et elementært Standpunkt, samt om hvorledes man undgaar
disse Størrelser.

I. H. L. Vogt. Norske ertsforekomster. I. II.

J. O. Hennem. Til belysning af cellernes former.

Alb. Cammermeyer.

Rettelser.

Pag. 211 Linie 6 fra oven staar: et, læs: A .

» 215 » 16 — — — — — de $(\sqrt[n]{+A})^n$, læs: de under $(\sqrt[n]{+A})^n$.

» 218 » 12 — — — — — $(\sqrt[a^2]{a^2})^m$, læs: $\sqrt[a^2]{a^2}$.

» 220 » 14 — — — — — $(\sqrt[-2]{-2})^2$, — $\sqrt[-2]{-1})^2$.

» 226 » 7 — — — — — $e^{\sqrt{-1}}$, — — — — — $e^{-\sqrt{-1}}$

» 227 » 1 fra neden staar: Cauchy's, 1ste, læs: Cau-
chy's, 1^{re}.

Künstliche Herstellung von Edelsteinen u. anderen Mineralien. Eruption d. Krakatau. Zur Vertheidigung d. Anziehungskraft. Die Jagd-Verhältnisse auf d. Ostsee u. an d. Küsten derselben. — Die Ruinen von Ollantaytambo. Die Erdbeben und die Spannung innerer Wasserdämpfe. Das Eis d. Polarmeere. Arabische Sprichwörter u. Redensarten. — Von Loando nach Bolobo. Sesostris oder Memnon? Ueber die Abstammung d. Flora Australiens. — Der Aufstand im Sudan. Reise d. Mr. Whitefield Mills durch d. westliche Zentralaustralien. Ueber Sprache d. Atjeher. Meteorolog. Beobachtungen im Karischen Meer. — Literatur Bericht. Geografische Mittheilungen, ornithologische, geologische, biografische, hortikulturhist., naturwissenschaftl., meteorolog., paläontolog., phytopatholog., museolog. zoologische, etholog., archäolog., botanische, chemischen Mittheilgn. Astronomisches. Naturwissensch. Lehrmittel. Briefwechsel. Kleinere Mitth. Anzeigen.

Das Ausland. Wochenschrift für Länder u. Völkerkunde, unter Mitwirkg. von Prof. Dr. *Friedr. Batzel* u. a. Fachmänner hrsg. Jahrl. 52 Nrn. à 20 S. 4to. Pris pr. Aarg. Kr. 30,80. Indh. Dr. *Heinr. Berghaus*. Briefe v. Kongo. — *Prschewalsky's* dritte Reise nach Zentralasien. Die Geographie d. Eisenbahnwesens in ihren wissenschaftl. Grundzugen. Lieutenant *Holm's* Reise an d. ostgrönländischen Küste. — Ein Brief über Akoma von *Adolf Bandelier*. Kapitän *Armits* Reise in Neu-Guinea. Zur Erweiterung d. wissenschaftl. Stationsbeobachtg. in fremden Ländern. Die Chupatkolonie in Argentinien. Das Reisen in Russland. Einige Worte über *Richthofens* »Aufgaben u. Methoden d. heutigen Geographie«. Die *Lubus* auf Sumatra. — Nachweis d. sepulkraten Charakters d. Funde von *Hissarlik* an ägyptischen Analogien. Akklimatisation und Verbreitung d. Individuen. — Madagaskars Lage u. Hilfsquellen. Die *Wotjaken*. *Pogge's* Rückmarsch von *Nyangwe* nach *Mukenge*. — Geographische und ethnographische Spitznamen u. Spottgeschichten. Der *Wenden* Fischerei. Die *Italiener* in *Assab* u. den *Gallaländern*. — Deutsche Flottenstation in *Kostarika*. Die Alpenbewässerung im Kanton *Wallis*. Land u. Leute im oberen Nil- u. Uellegebiet. Ein Vorschlag zur Ausfüllg. d. Lücken im geograph. Lehrmittel-Apparat. — Die hundert Katarakte des *Ygnazu* in *Missiones*. Zur *Nephrit*- u. *Jodeit*frage. Ueber d. Klima v. *Bosnien* u. d. *Herzegowina*. — Das Erdbeben auf *Ischia* an 28. Juli. Die Insel. Der innere Bau. Vorzeichen. Der Stosz. Die Verwüstung. Suchen u. Retten. Die Natur d. Erdbebens; Ansicht u. Karte, sowie vier Bilder d. Zerstörungen. — Reiseskizzen aus *Westruszland*. *Michielsens* Reise im südwestl. *Borneo*. — Ethnologisch-linguistische Forschungen über d. Osten *Europa's*. Die Fortschritte *Stanley's* u. *Brazza's* am *Kongo*. *Angra Peguenna*. Zur *Rebellion* in *Sudan*. — *Partsch* über die *Vergletscherung* d. *Karpathen* u. deutschen Mittelgebirge. Aus d. *Turkmenen-Steppen*. — Der Rückgang d. alpinen Gletscher u. seine Ursachen. *Zyprens* Wälder u. Waldwirthschaft. *Magyarische* Nationalitäts-Statistik. — Kleinere Mittheilungen. Notizen. Litteratur.

7026
Oct. 14, 1884.

Archiv

for

Mathematik og Naturvidenskab

Udgivet

af

Sophus Lie, Worm Müller og G. O. Sars.

Niende Bind. Fjerde Hefte.



Kristiania.

Forlagt af Alb. Cammermeyer.

August 1884.

Avertissements.

La nature. Revue des sciences et de leurs applications aux arts et à l'industrie. Journal hebdomadaire illustré. Rédacteur en chef: *Gaston Tissandier*. Pr. pr. Aarg. 26,00. Indh. Application de la traction électrique au chemin de fer monorail. Restes de végétaux de l'ancienne Égypte. La marine moderne; les cuirassés L'Indomptable et le Marceau. Un atelier de silex taillés, en Russie. Sables mouvants et colonnes de brèche du Turkestan. — Appareils de M. Cailletet pour la liquéfaction de gaz. Le tremblement de terre en Angleterre du 22 avril 1884. La société française de Physique; les séances de Pâques. Étude physique sur le lac Tahoe (Sierra Nevada). Machine pneumatique industrielle; ses applications à la fabrication de la glace. Sur l'aspect de la planète Saturne. Découverte de Tombeaux gallo-romains ou mérovingiens à Trun. Artillerie système de Bang. Le grand Lac Perbuckien du Jura. Ecole de Physique et de Chimie de la Ville de Paris — Scie continue à fils métalliques. Nouvelle île volcanique dans l'Alaska. Méthode pratique pour apprécier les distances. Explorations sous-marines. Le pyromètre universel de M. M. Boulier frères. Vin de champignon. L'étalon absolu de la lumière. Ferme-porte automatique de Norton. Adolphe Wurtz. La photographie colorée. Le canal de Panama. Le grand ascenseur de Stockholm. Attitudes après la mort. Station centrale d'éclairage électrique, système Edison, à New-York. L'exposition internationale d'hygiène et d'alimentation à Londres. L'art préhistorique en Amérique. Une fleur anormale de papaver rhæas. — Bibliographie. Nécrologie. Correspondance. Chronique. Académie des sciences. Boîte aux lettres. Recettes utiles. Bulletin météorologique de la semaine.

Die Natur. Zeitung zur Verbreitung naturwissenschaftl. Kenntniss u. Naturschauung für Leser aller Stände. Organ d. »Deutschen Humboldt-Vereins«. Hrsg. v. Dr. *Karl Müller*, Halle. Pr. pr. Aargang (ugentl. Nr.) Kr. 17,60. Indh. Zwei Vorträge über den Hausschwamm. Die Prüfung des Essigs. Weitere Bedenken gegen eine von den Massen ausgehende Anziehung. Französische Tiefwasser-Untersuchungen. Ein Brief aus Paris an den Redakteur der »geogr. Zeitschrift«. Geburt eines Yak-Sanga-Bastards. Physische Geographie. Ethnologische Mittheilungen. Ueber die Bauten der Tlingit-Indianer. Der Affe. Sonnen-Rotation und Planeten-Rotation. Die grüne Eidchse. (*Lacerta viridis*). Nach Beobachtungen in der Gefangenschaft. Anthropologische Ergebnisse einer Reise in der Südsee und dem malay-

8

Archiv for Mathematik og Naturvidenskab udkommer med 1 Bind (4 Hefter) aarlig. Subscriptionsprisen er fastsat til 8 Kroner pr. Bind.

Niende Binds fjerde Hefte indeholder følgende Afhandlinger:

J. O. Hennem. Til belysning af cellernes former.

J. Belsheim. 7 Breve fra Præsten Hans Strøm til Biskop Gunnerus.

J. Belsheim. Udkast til en Autobiografi af Justitsraad Kristopher Hammer.

Sophus Lie. Classification und Integration von gewöhnlichen Differentialgleichungen zwischen x y , die eine Gruppe von Transformationen gestatten. IV.

Alb. Cammermeyer.

ischen Archipel in den Jahren 1879—1882. — Das Aufsaugen von Sonnen-Strahlen durch unsere Atmosphäre. Längs der Ostküste Grönlands. Von Frithjof Nansen. Konservator an dem Museum Bergens. Herodot und die zur Rechten aufgehende Sonne. Ein Buch über den Regen. Zur Erklärung der Dämmerungs-Erscheinungen. Die Akademie *dei Lincei*. Der Diamant im Dienste der Erforschung der Erdtiefe. Physik und Technik der elektrischen Kraft. Die Elektrizität im Dienste der Menschheit. Die physikalische Grundsätze der elektrischen Kraft-Uebertragung. Das elektrische Potential. Elektrische Erscheinungen und Theorien. Die Spannungs-Elektrizität. Die Motoren der elektrischen Maschinen. Die Generatoren. Die atmosphärische Elektrizität. Ueber Gewitter und Hagel. Bildung. Bakterien und Algen auf Goldmünzen. — Aus A. E. Nordenskiöld's Berichte über die Grönlands-Expedition im Jahre 1883. Der Magnetismus in den Städten. — Literatur Bericht. Geografische Mittheilungen, ornithologische, geologische, biografische, hortikulturist., naturwissenschaftl., meteorolog., paläontolog., phytopatholog., museolog. zoologische, etholog., archäolog., botanische, chemische Mittheilgn. Astronomisches Naturwissensch. Lehrmittel. Briefwechsel. Kleinere Mitth. Anzeigen.

Das Ausland Wochenschrift für Länder u. Völkerkunde, unter Mitwirkg. von Prof. Dr. *Friedr. Ratzel* u. a. Fachmänner hrsg. Jahrl. 52 Nrn. à 20 S. 4to. Pris pr. Aarg. 30,80. Indh. Die axumitischen Stelen. Jarkino, ein nordsibirisches Dorf. Wesen u. Ursache d. Verkarstung. Die Expedition Thomson in Ostafrika. — Wie iszt und trinkt man in Südamerika? Uganda u. die Waganda. Zur Karte von Angra Pequenna. — Ueber d. Ursprung einiger Terrakotten-Figuren. Die Marabuts um Tlemcen. Die Zukunft d. australischen Wüste. — Eine Studie über die ostiranische Kultur. Holzgeräte aus d. Pfahlbaute Robenhausen. Ueberwinterung u. Rückzug d. Niederländischen Polarexpedition. — Julius Hann's Handbuch d. Klimatologie. Ueber d. Naturcharakter d. südwestafrikanischen Hochplateaus zwischen 7° und 10° s. Br. Stanley u. Johnston am Kongo. — Beiträge zur Charakteristik der Boers. Geologisches aus Borneo. Zur Thiergeographie Ruzslands. Die thessalische Flusze u. fluszartigen Wasserläufe. Die Kanakas auf den Zucherplantagen in Queensland. — Richthofen über die Erweiterung des geographischen Horizontes u. die geographische Forschung. Der Kulturwert von Südwestafrika. — Die Vulcanausbrüche u. Erdbeben in d. Sundastrasze. Ein Todtenfest auf Halmadeira. Die Anthropologie d. Bayern. — Der Pflanzenwuchs an d. Nordküste Sibiriens. — Ein Brief Robert E. Flegels über das Niger-Binnè-Gebiet. Der Kriegszug Borgnis Desbordes' von Kita nach Bamaku und die Einnahme v. Daba Janr. 1883. J. Payer's Zyklus von Polarbildern. — Linguistische Paläontologie. Vergleichung der Battas u. Dajaken. Die norwegische Nordatlantik-Expedition 1876 bis 1878. — Mauritius. Das Land Arva u. sein Hirtenleben. Das deutsche Lied in Nordamerika. — Kleinere Mittheilungen. Notizen. Litteratur.



3 2044 106 230 212

